



2 ФАКУЛЬТЕТ  
«ДВИГАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ  
АППАРАТОВ»



САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

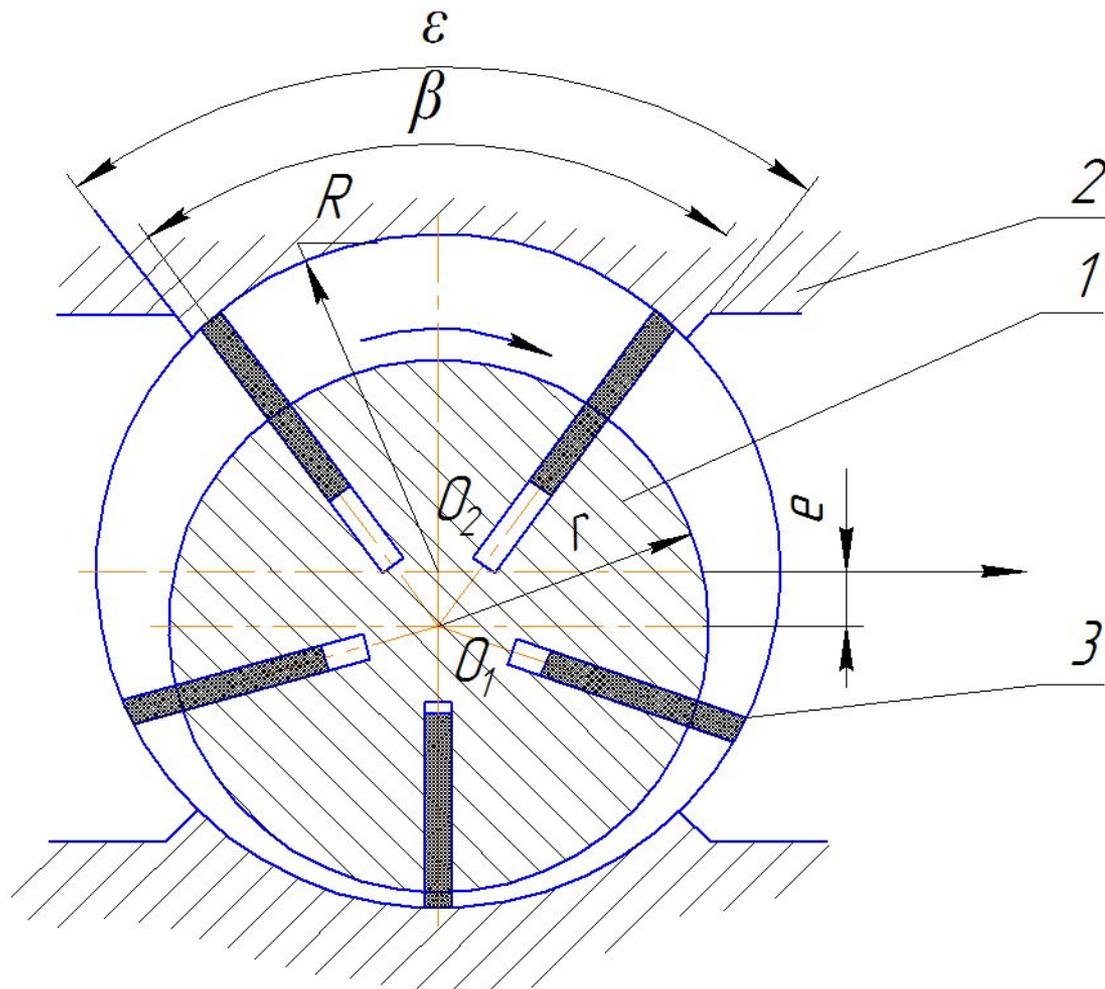
# Лекция 8

## Пластинчатые (шиберные) гидромашины

# Пластичные гидромашины подразделяются на:

- машины однократного действия (за один оборот вала происходит один цикл работы, включающий в себя процесс всасывания и нагнетания);
- многократного действия (за один оборот вала происходит два, три и более циклов работы).

# Пластинчатые гидромашины однократного действия



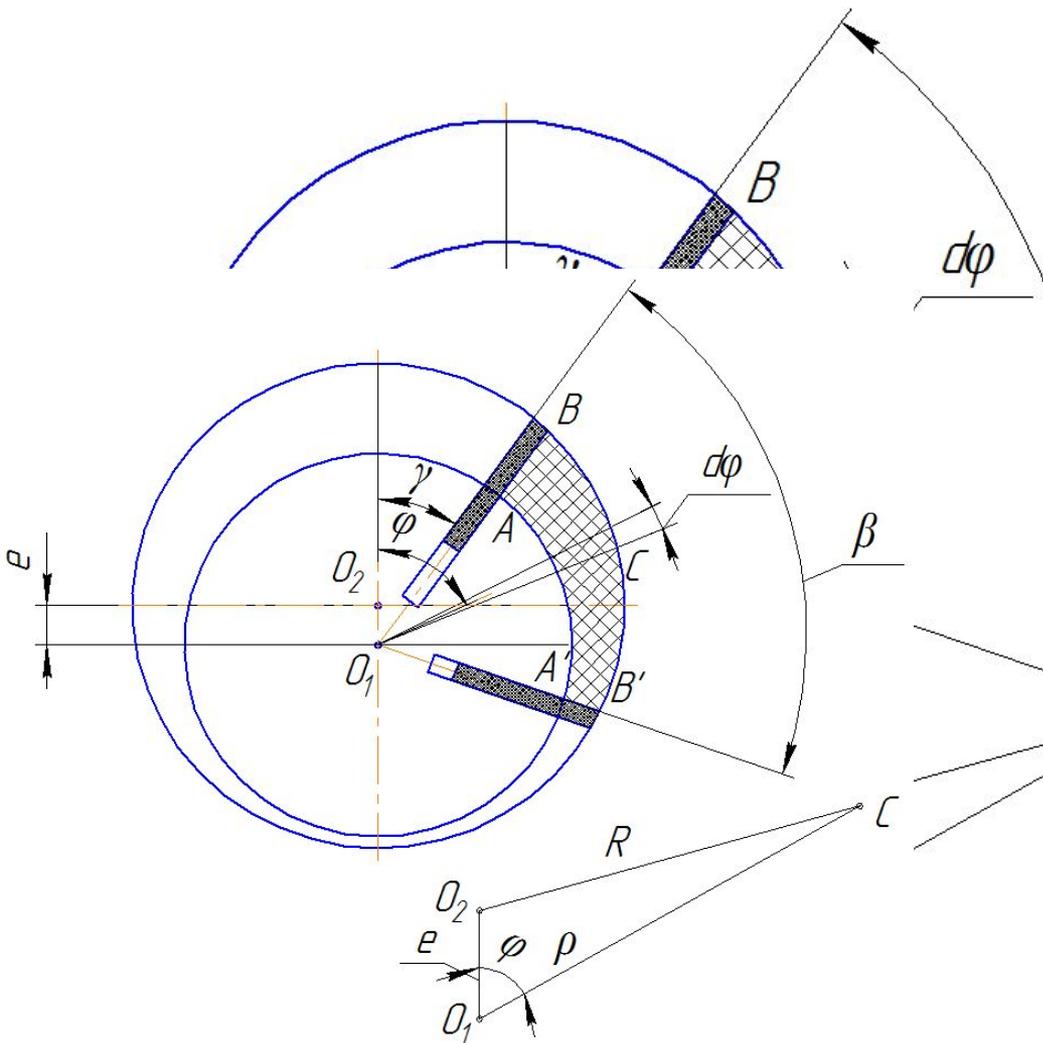
$$\beta = \frac{2\pi}{z}$$

угол между шиберами в роторе, где  $z$  – число шиберов

Ротор 1, статор 2, пластины 3

# Определение подачи насоса

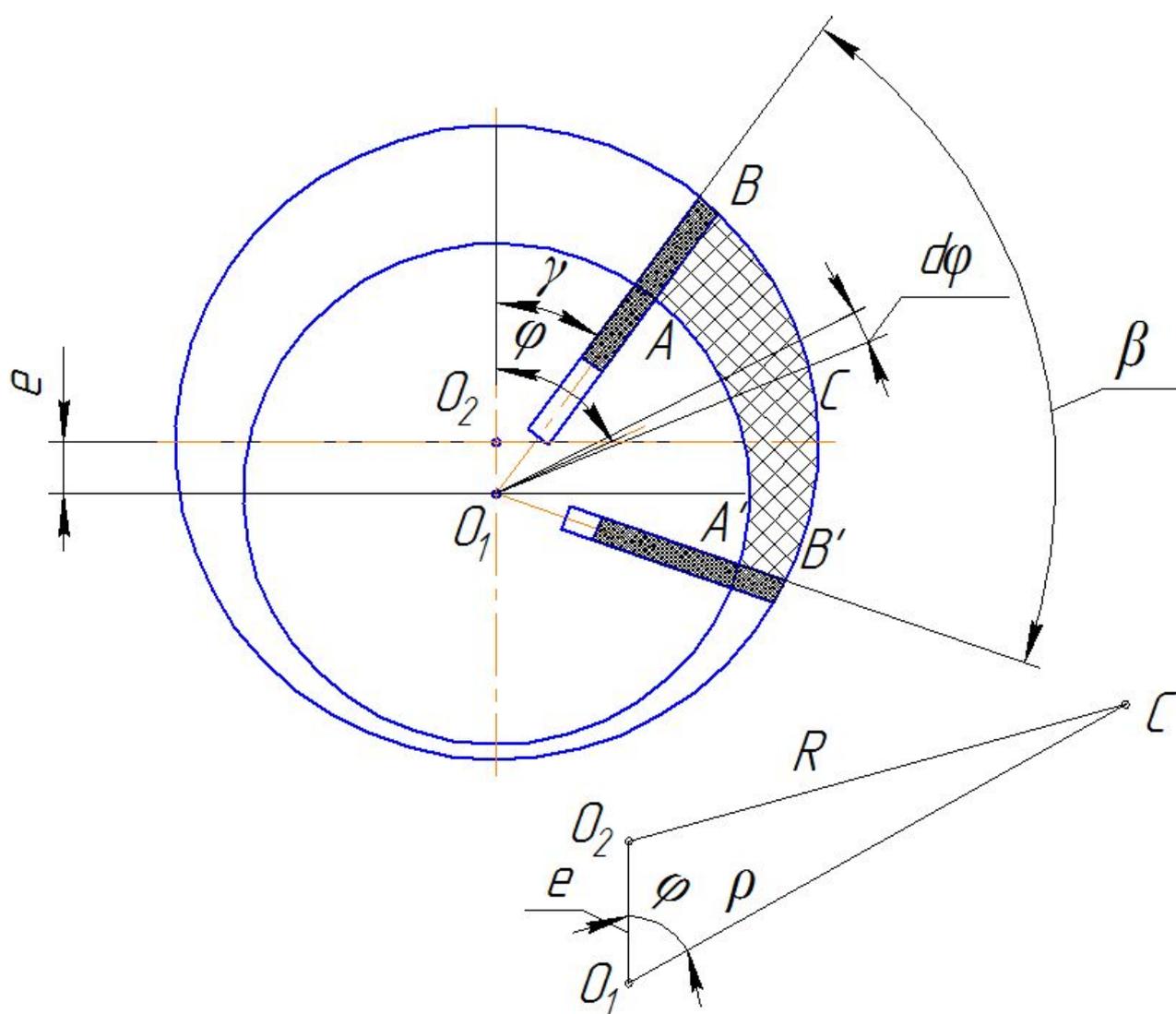
Необходимо определить площадь рабочей клетки  $ABV'A'$  в функциях угла  $\gamma$  поворота ротора.



заключенную между радиусами,

$$dS = \frac{1}{2} (\rho^2 - r^2) d\varphi$$

где  $\rho$  – радиус-вектор в полярных координатах с центром в точке  $O_1$ ;  
 $r$  – радиус ротора



Из  $\Delta O_1 O_2 C$   $\rho = e \cos \varphi = \sqrt{R^2 - (e \sin \varphi)^2}$

где  $R$  – радиус статора

Проинтегрировав последнее выражение в пределах от  $\gamma$  до  $(\gamma+\beta)$ , получим выражение для площади рабочей клетки АВВ'А':

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} \left\{ \left[ \frac{\beta}{R} \cos \varphi + \sqrt{R^2 - \left( \frac{\beta}{R} \sin \varphi \right)^2} \right]^2 - r^2 \right\} d\varphi = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} \frac{\beta^2}{R^2} \cos^2 \varphi + \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} 2 \frac{\beta}{R} \cos \varphi + \sqrt{R^2 - \left( \frac{\beta}{R} \sin \varphi \right)^2} d\varphi + \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} R^2 d\varphi - \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} \frac{\beta^2}{R^2} \sin^2 \varphi d\varphi - \int_{\gamma}^{\gamma+\beta} r^2 d\varphi \right\} = \\
 &= \frac{\beta^2}{4} [\sin 2(\gamma + \beta) - \sin 2\gamma] + \\
 &- \frac{R\beta}{2} \left\{ \sin(\gamma + \beta) \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{\beta}{R} \sin(\gamma + \beta) \right)^2 \right]} - \sin \gamma \sqrt{1 - \left( \frac{\beta}{R} \sin \gamma \right)^2} + \frac{R}{\beta} \arcsin \left[ \frac{\beta}{R} \sin(\gamma + \beta) \right] - \frac{R}{\beta} \arcsin \left( \frac{\beta}{R} \sin \gamma \right) \right\} + \\
 &+ \frac{R^2 - r^2 - \beta^2}{2} \cdot \beta
 \end{aligned}$$

С учетом того, что  $\frac{\beta}{R} \leq 0,1$

$$\sqrt{1 - \left( \frac{\beta}{R} \sin \frac{\beta}{2} \right)^2} \approx 1;$$

можно принять

$$\arcsin \frac{\beta}{R} \approx \frac{\beta}{R},$$

$$S = \frac{\sigma^2}{4} \sin 2(\gamma + \beta) - \frac{\sigma^2}{4} \sin 2\gamma + R\sigma \sin 2(\gamma + \beta) - R\sigma \sin 2\gamma + \frac{R^2 - r^2 - \sigma^2}{2} \cdot \beta$$

Без учета объема шиберов мгновенная подача одной рабочей камерой может быть выражена уравнением

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt} = B \frac{dS}{d\gamma} \omega$$

Где  $\frac{dS}{d\gamma} = \frac{\sigma^2}{2} \cos 2(\gamma + \beta) - \frac{\sigma^2}{2} \cos 2\gamma + R\sigma \cos 2(\gamma + \beta) - R\sigma \cos \gamma;$

$\omega = \frac{d\gamma}{dt}$  – угловая скорость вращения ротора.

$$\frac{dV}{dt} = -\omega BR \left\{ \cos \gamma - \cos(\gamma + \beta) + \frac{R}{R} [\cos^2 \gamma - \cos^2(\gamma + \beta)] \right\}$$

где минус указывает на то, что с увеличением угла  $\gamma$  объем камеры уменьшается

Мгновенная (геометрическая) подача всех рабочих камер

$$Q = \sum_H \frac{dV}{dt} = \omega BR \left\{ \sum_{K=0}^{M-1} \cos(\gamma + K\beta) - \sum_{K=0}^{M-1} \cos(\gamma + \beta + K\beta) + \frac{R}{R} \left[ \sum_{K=0}^{M-1} \cos^2(\gamma + K\beta) - \sum_{K=0}^{M-1} \cos^2(\gamma + \beta + K\beta) \right] \right\},$$

$m$  – число камер, одновременно находящихся в зоне нагнетания;

$k$  – коэффициент, принимаемый  $0, 1, \dots, (m-1)$

После суммирования получим

$$Q = \omega B \operatorname{Re} \left\{ \cos \gamma - \cos(\gamma + m\beta) + \frac{R}{e} \left[ \cos^2 \gamma - \cos^2(\gamma + m\beta) \right] \right\}$$

Для определения средней подачи нужно определить рабочий объем гидромашины

Площадь рабочей клетки наибольшая при  $\gamma = \beta / 2$

и наименьшая при  $\gamma = \pi - \frac{\beta}{2}$

$$S_{MAX} = \frac{e^2}{2} \sin \beta + 2 Re \sin \frac{\beta}{2} + \frac{R^2 - r^2 - e^2}{2} \beta;$$

$$S_{MIN} = \frac{e^2}{2} \sin \beta - 2 Re \sin \frac{\beta}{2} + \frac{R^2 - r^2 - e^2}{2} \beta.$$

Количество жидкости, отдаваемой каждой рабочей камерой в нагнетательную магистраль:  $(S_{MAX} - S_{MIN})B$

а рабочий объем гидромашины

$$V_0 = (S_{MAX} - S_{MIN})Bz = 4 Re \sin \frac{\beta}{2} Bz$$

Средняя подача гидромашины без учета толщины пластин

$$Q_{CP} = V_0 \cdot n = 4 Re \sin \frac{\beta}{2} Bz \frac{\omega}{2\pi} = 4\pi Re B\omega K$$

Где  $\omega = 2\pi n; \beta = \frac{2\pi}{z}; K = \frac{\sin \frac{\pi}{z}}{\frac{\pi}{z}}$ .

Неравномерность подачи зависит от числа шиберов

При  $z$  четном  $m\beta = \pi$

мгновенная подача будет равна  $(Q)_r = 2\omega B Re \cos \lambda$

максимальная подача будет при  $\gamma = 0$

минимальная при  $\gamma = \pm \frac{\beta}{2} = \pm \frac{\pi}{z}$

$$(Q)_{MAX} = 2\omega B Re;$$

$$(Q)_{MIN} = 2\omega B Re \cos \frac{\pi}{z}.$$

# Неравномерность подачи

$$\delta_r = \frac{(Q)_{MAX} - (Q)_{MIN}}{Q_{CP}} = \frac{2\omega B Re - 2\omega B Re \cos \frac{\pi}{z}}{4\pi R \omega Ke B} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{z}}{2 \sin \frac{\pi}{z}} \cdot \frac{\pi}{z} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2z} \cdot \frac{\pi}{z}$$

Для приближенного вычисления можно принять

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2z} \approx \frac{\pi}{2z},$$

И тогда  $\delta_r = \frac{5}{z^2}$ .

При  $z$  нечетном  $m\beta = \begin{cases} \pi + \frac{\pi}{z} & \text{при } -\frac{\pi}{z} \leq \gamma \leq 0; \\ \pi - \frac{\pi}{z} & \text{при } 0 \leq \gamma \leq -\frac{\pi}{z}; \end{cases}$

Мгновенная подача

$$(Q)_H = \omega B \operatorname{Re}[\cos \gamma - \cos(\gamma + m\beta)]$$

Максимальное значение будет при  $\gamma = \pm \frac{\pi}{2z}$   
минимальное при  $\gamma = \pm \frac{\pi}{z}$

$$(Q)_{MAX} = 2\omega B \operatorname{Re} \cos \frac{\pi}{2z};$$

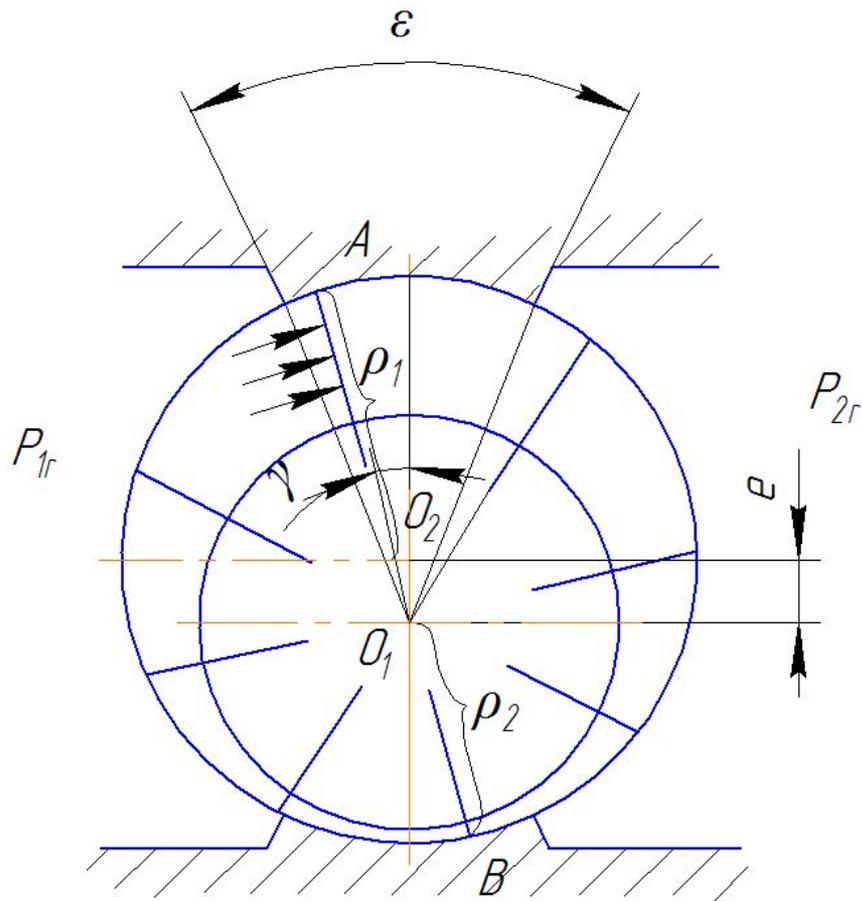
$$(Q)_{MIN} = 2\omega B \operatorname{Re} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{z} \right).$$

Неравномерность подачи  $\delta_H = \frac{(Q)_{MAX} - (Q)_{MIN}}{Q_{CP}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4z} \cdot \frac{\pi}{z}$

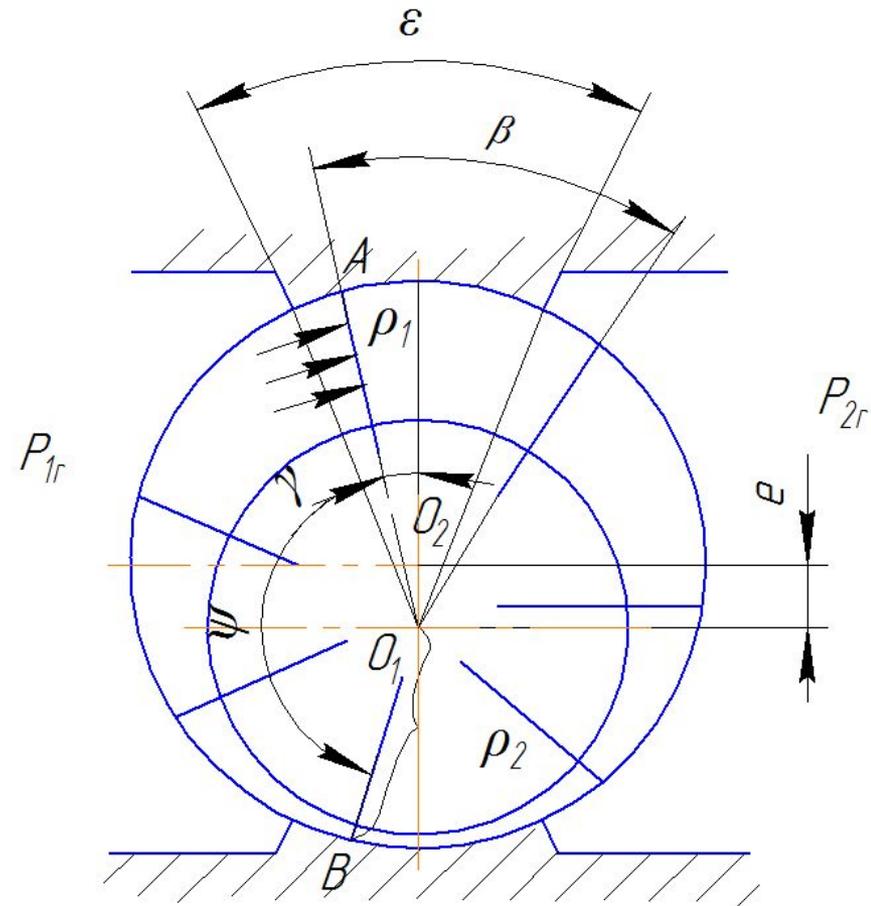
Принимая  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4z} \approx \frac{\pi}{4z}$

Неравномерность (нечетное число шиберов)  $\delta_H = \frac{1.25}{z^2}$

# Крутящий момент гидромотора однократного действия



четное число



нечетное число

$$M_1 = P_r B (\rho_1 - r) \left( r + \frac{A - r}{2} \right) = \frac{PB}{2} (\rho_1^2 - r^2);$$

$$M_2 = \frac{P_r B}{2} (\rho_2^2 - r^2);$$

$$M = M_1 - M_2 = \frac{P_r B}{2} (\rho_1^2 - \rho_2^2),$$

Где  $\rho_1 = R \cos \gamma + R$ ;  $\rho_2 = R \cos(\gamma + \psi) + R$ ;

$\psi = \pi$  — для четного числа  $z$ ;

$\psi = \begin{cases} \pi - \pi / z & \text{при } \pi / z \geq \gamma \geq 0 \\ \pi + \pi / z & \text{при } -\pi / z \leq \gamma \leq 0 \end{cases}$  для нечетного числа  $z$

Выражение для крутящего момента на валу гидромотора (без учета толщины шиберов) при четном числе шиберов

$$M_{ГМ} = 2 P_r B Re \cos \gamma$$

При нечетном числе шиберов

$$M_{ГМ} = 2 P_r B Re [\cos \gamma - \cos(\gamma + \psi)]$$

Среднее значение крутящего момента определяется из условия

$$N_{\text{шг}} = N_{\text{зг}} \cdot \eta_{\text{г}}$$

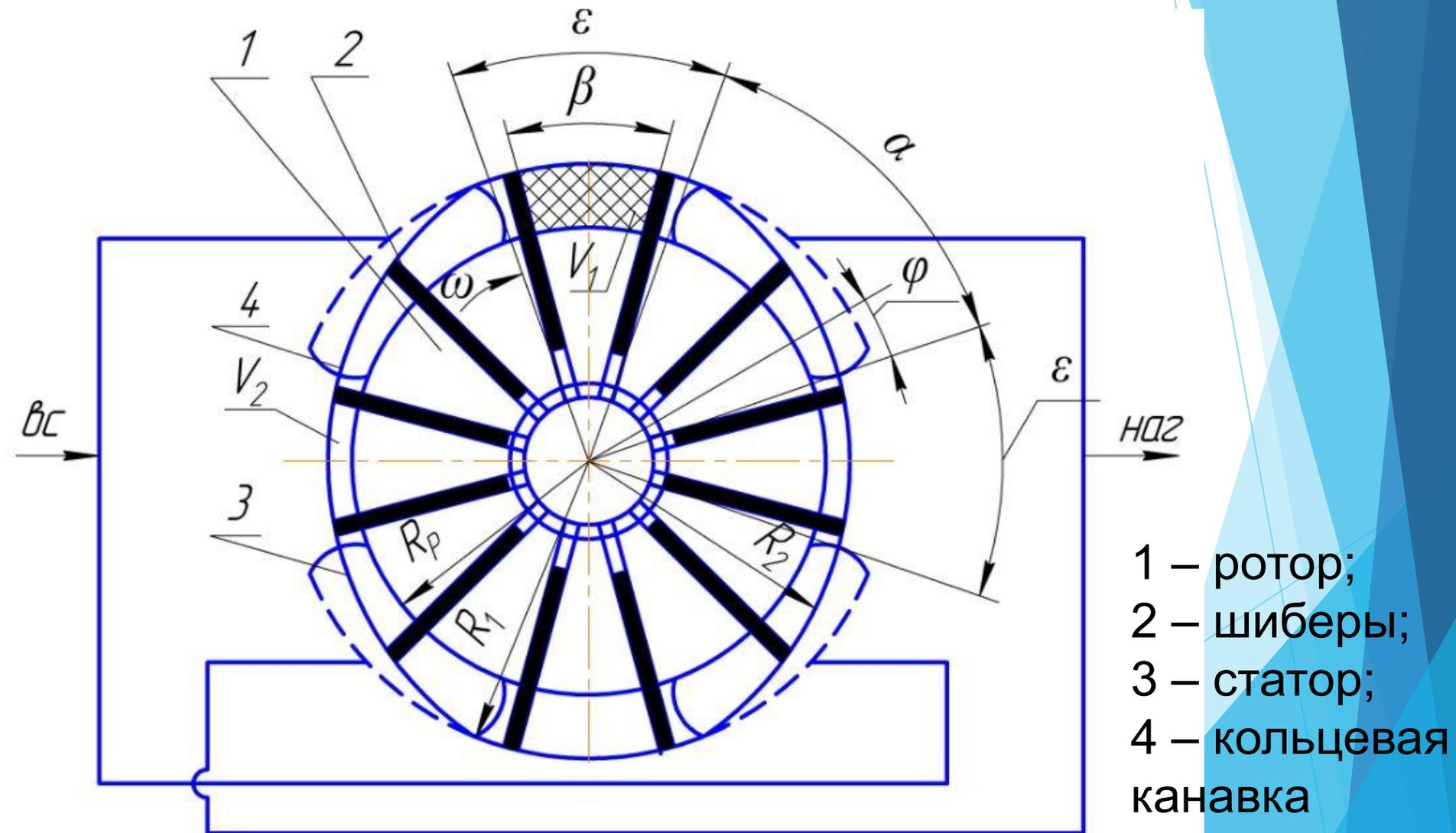
Где  $N_{\text{пр}}$  – полезная мощность гидродвигателя  
 $N_{\text{зг}}$  – затраченная мощность гидродвигателя  
 $\eta_{\text{г}}$  – КПД гидродвигателя

$$M_{\text{г}} \omega = P_{\text{г}} Q_{\text{г}} \eta_{\text{г}}$$

$$M_{\text{г}} = \frac{P_{\text{г}} Q_{\text{г}} \eta_{\text{г}}}{\omega} = \frac{P_{\text{г}}}{2\pi} \cdot V_0 \cdot \eta_{\text{МГ}}$$

Где  $\eta_{\text{МГ}}$  – механический КПД гидродвигателя  
 $V_0$  – рабочий объем гидромашины

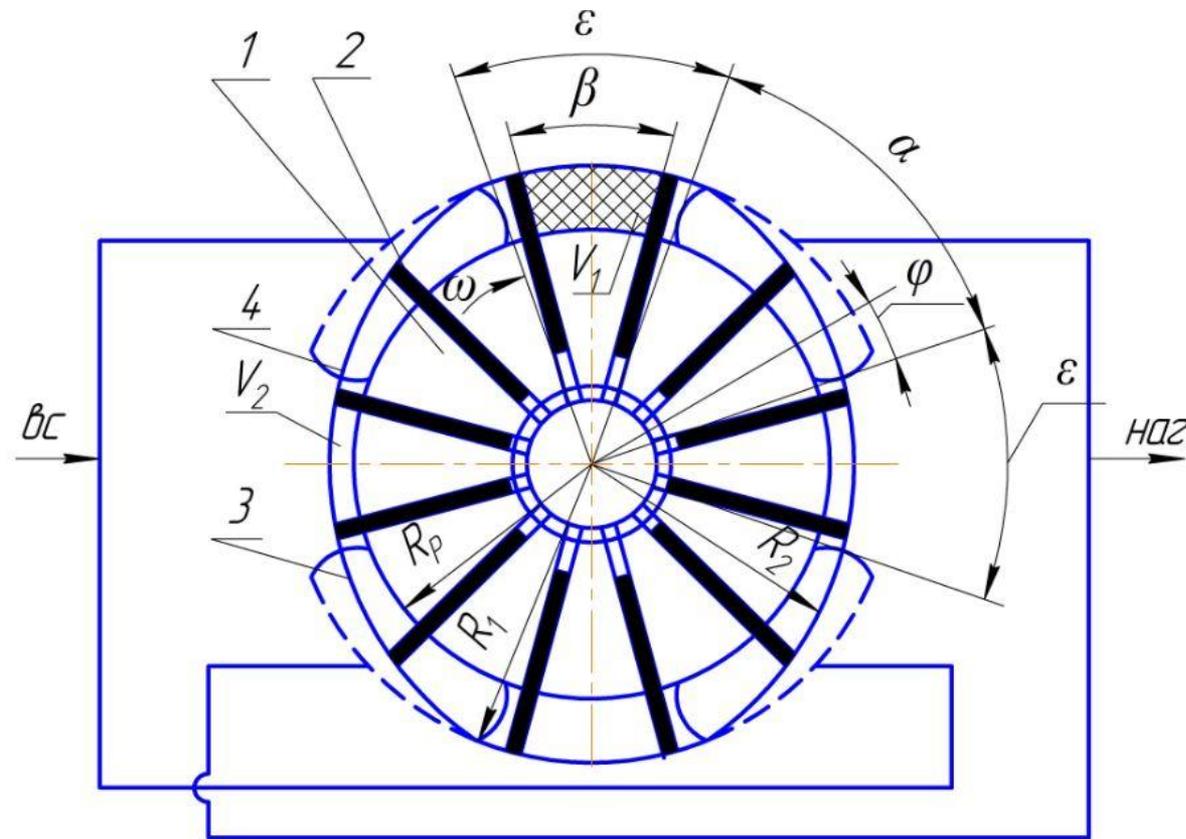
# Шиберные гидромашины двукратного действия



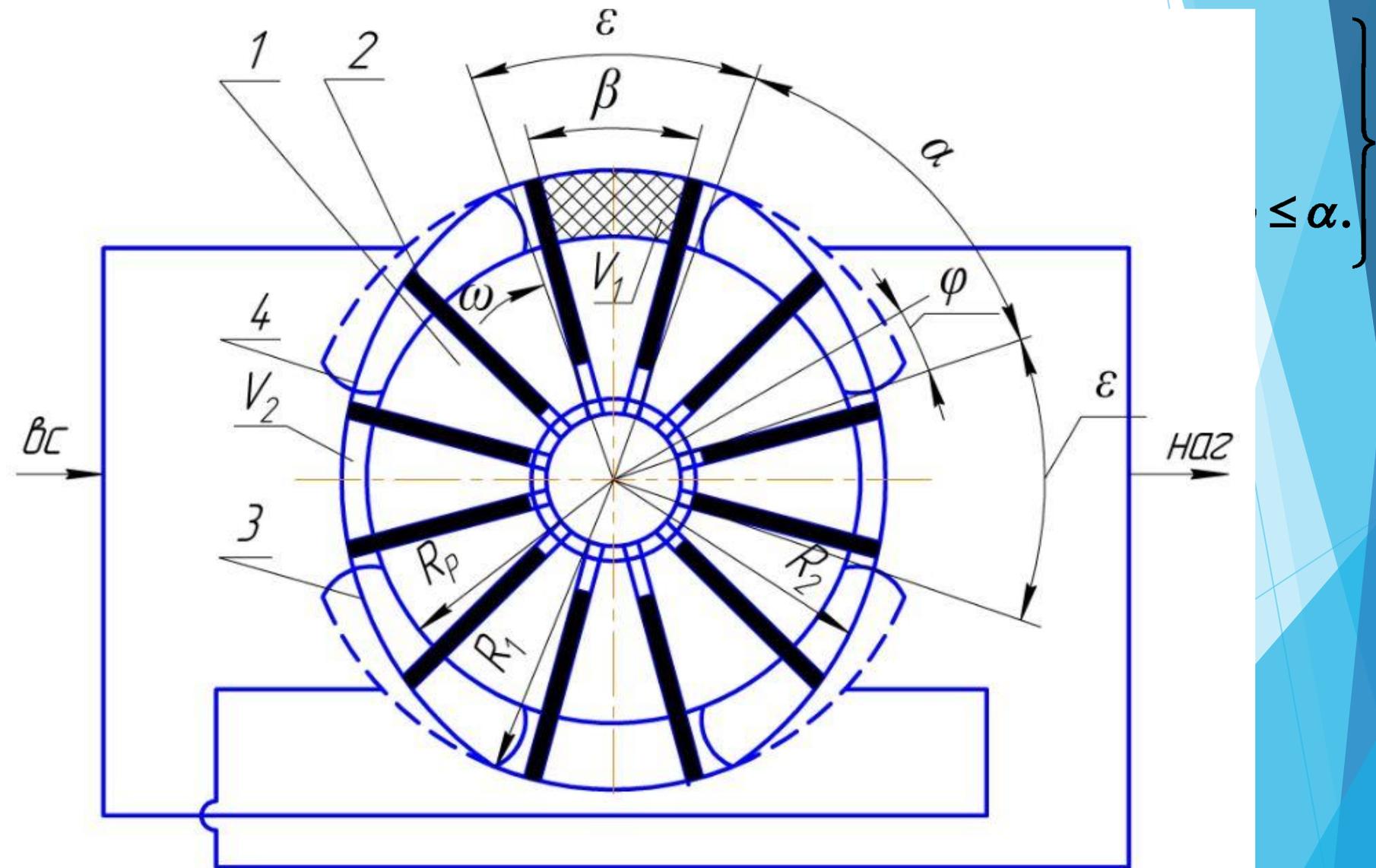
Внутренняя поверхность на углах  $\alpha$  выполняется радиусами

$$\rho = R_2 + \frac{2(R_1 - R_2)}{\alpha^2} \cdot \varphi^2 \quad - \text{ на углах } 0 < \varphi \leq \frac{\alpha}{2};$$

$$\rho = 2R_2 - R_1 + \frac{4(R_1 - R_2)}{\alpha} \cdot \left(\varphi - \frac{\varphi^2}{2\alpha}\right) \quad - \text{ на углах } \frac{\alpha}{2} < \varphi \leq \alpha.$$



# Производительность ПЛГ двукратного действия



1 зона: ротор поворачивается на угол  $0 < \varphi \leq \frac{\alpha}{2}$

$$S = \int_0^{\varphi} \frac{1}{2} (\rho^2 - r^2) d\varphi = \int_0^{\varphi} \frac{1}{2} \left\{ \left[ R_2 + \frac{2(R_1 - R_2)}{\alpha^2} \varphi^2 \right]^2 - r^2 \right\} d\varphi.$$

2 зона: угол поворота  $\frac{\alpha}{2} < \varphi \leq \alpha$

площадь рабочей камеры определится уравнением

$$S = \int_{\alpha/2}^{\varphi} \frac{1}{2} \left\{ \left[ 2R_2 - R_1 + \frac{4(R_1 - R_2)}{\alpha} \left( \varphi - \frac{\varphi^2}{2\alpha} \right) \right]^2 - r^2 \right\} d\varphi +$$
$$+ \int_{\varphi-\beta}^{\alpha/2} \frac{1}{2} \left\{ \left[ R_2 + \frac{2(R_1 - R_2)}{\alpha^2} \varphi^2 \right] - r^2 \right\} d\varphi$$

второй член появиться при условии:  $z > 8$ ;

площадь рабочей камеры в этой зоне

определяется двумя уравнениями профиля кривой статора

# Геометрическая

## подача

Расходы отдельных камер, одновременно находящихся в зоне нагнетания, при любом угле поворота

$$Q = \sum_H \frac{dV}{dt} = \omega B \sum_H \frac{dS}{d\varphi} = \omega B (R_1^2 - R_2^2).$$

С учетом влияния объема шибера

$$Q = \omega B (R_1^2 - R_2^2) - k \frac{v}{\omega} S$$

Где В – ширина шибера;

К – число шибера, одновременно находящихся в полости нагнетания;

V – скорость относительного движения шибера в роторе, принимаемая постоянной;

S - толщина шибера.

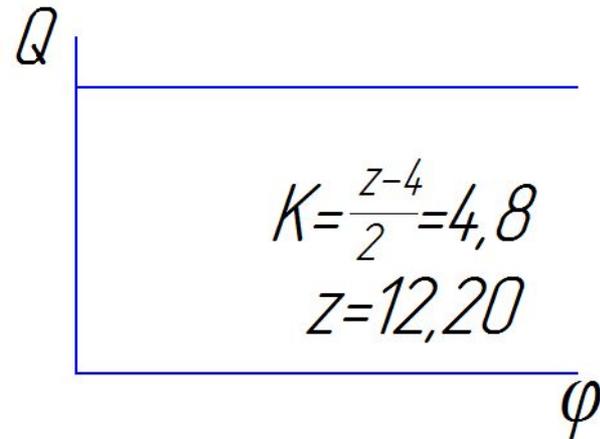
# Неравномерность

## подачи

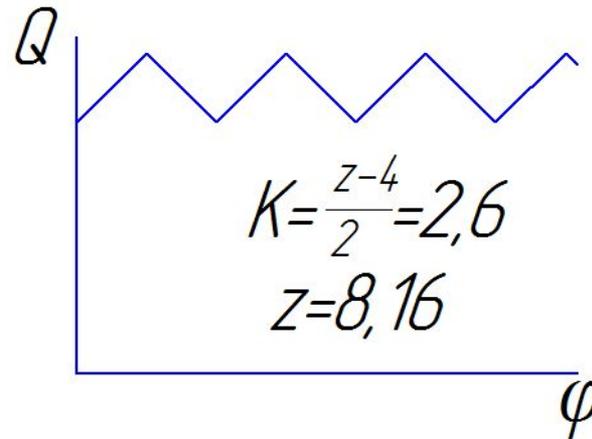
В соответствии с  $\rho = R_2 + \frac{2(R_1 - R_2)}{\alpha^2} \cdot \varphi^2$  — на углах  $0 < \varphi \leq \frac{\alpha}{2}$ ;

$\rho = 2R_2 - R_1 + \frac{4(R_1 - R_2)}{\alpha} \cdot (\varphi - \frac{\varphi^2}{2\alpha})$  — на углах  $\frac{\alpha}{2} < \varphi \leq \alpha$ .

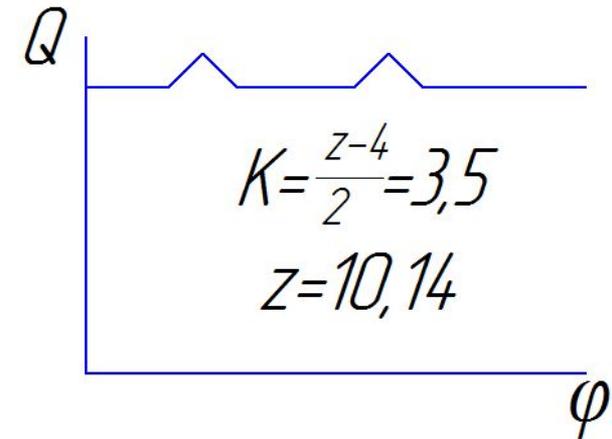
$$K = \frac{z-4}{2}$$



кратно четырем



кратно двум, не  
кратно четырем



нечетное  
число

По этим причинам в шиберных гидромашинах двукратного (двойного) действия принимают  $z=12$ .



# Влияние объема шиберов на неравномерность подачи

$$Q = \sum_H \frac{dV}{dt} - \sum_H \frac{dV_1}{dt}$$

где

$\sum_H \frac{dV}{dt}$  – подача гидромашины при бесконечно тонких шиберах;

$\sum_H \frac{dV_1}{dt}$  – отрицательный расход, вызванный

погружением шиберов в ротор при их прибытии в отдающей полости.

# Средняя подача ПЛГ двукратного действия

(без учета толщины шиберов)

$$Q_{cp} = \omega B (R_1^2 - R_2^2)$$

С учетом объема, занимаемого шиберами, подача гидромашины уменьшится на величину

$$(R_1 - R_2) S \cdot B \cdot z \frac{\omega}{\pi \cos \tau}$$

и будет равна 
$$Q_{cp} = \omega B (R_1 - R_2) \left( R_1 + R_2 - \frac{S_z}{\pi \cos \tau} \right)$$

где  $\tau$  - угол наклона шиберов в пазах ротора;  
S - толщина шиберов.

# Расчет основных деталей ПлГ двукратного действия

- Усилие прижима распределительного диска плавающего типа к статору;
- Геометрия распределительных дисков;
- Угол наклона шиберов в пазах ротора;
- Контактные напряжения в деталях шиберных гидромашин;
- Влияние длины шиберов на величину действующих на него усилий.



# Расчет усилия прижима распределительного диска плавающего типа к статору

- 55% - утечки между торцами ротора и распределительных дисков;
- один из дисков плавающий с поджатием к статора давлением жидкости и несколькими пружинами;
- усилие прижима повышается с повышением давления;
- для нормальной работы гидромашины можно принять

$$\frac{F_n}{F_0} \geq 1,2$$

площадь прижима и отжима соответственно

- При пуске начальный прижим плавающего диска к статору осуществляется с помощью пружин;
- (возможно вертикальное расположение оси насоса);
- усилие должно обеспечить нужное уплотнение со стороны торцов статора и ротора

$$P_{np} = \frac{P_{np} - G}{F},$$

где

$P_{np}$  – усилие прижима плавающего диска с помощью пружин,  $P_{np} = P'_{np} \cdot z$ ;

$P'_{np}$  – усилие прижима, развиваемого одной пружиной;

$z$  – количество пружин;

$F$  – площадь опорной поверхности диска;

$G$  – вес плавающего диска и ротора с шиберами.

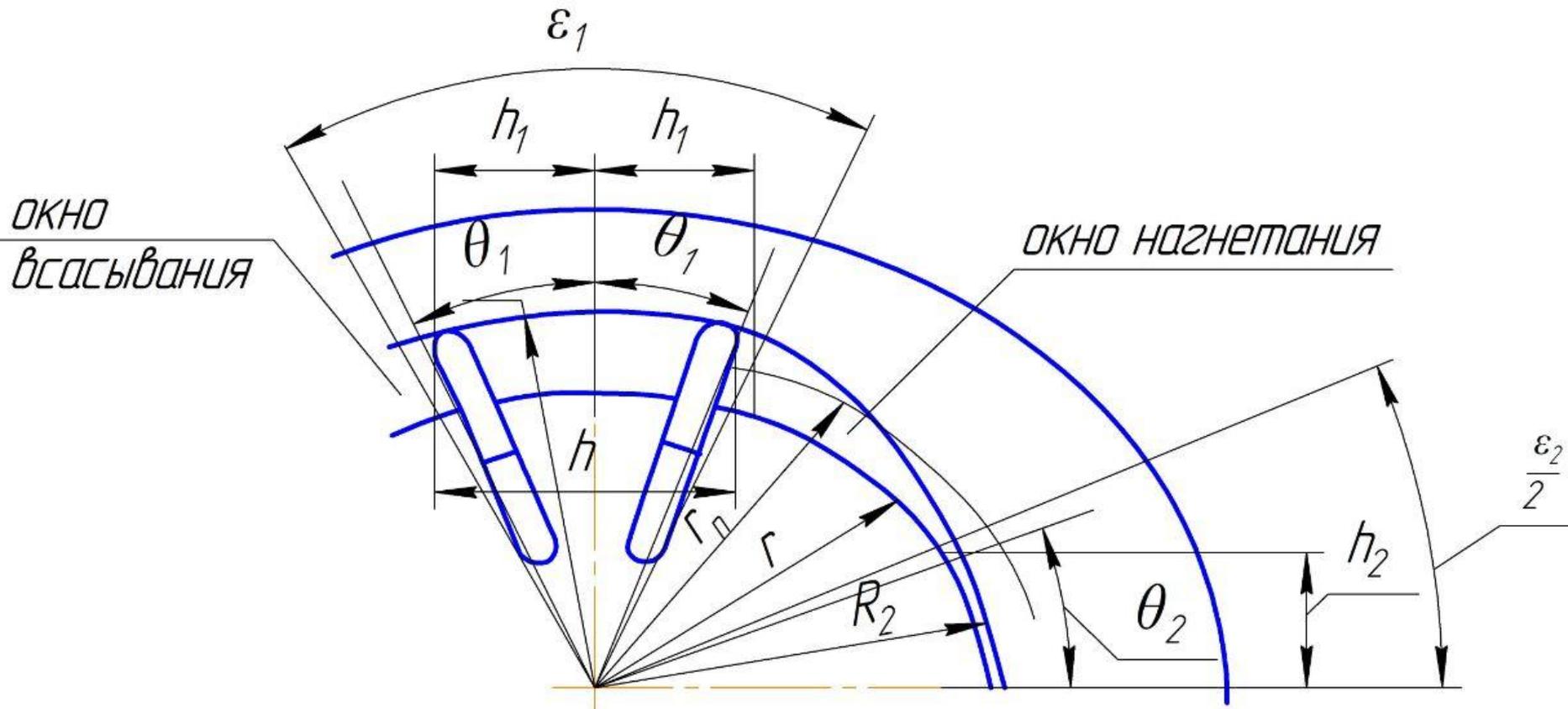
Усилие прижима в ПЛГ уменьшается при увеличении размеров машины.

# Геометрия распределительных дисков

Для обеспечения герметичности гидромашины:

- расстояние между всасывающим и нагнетательным окнами должно быть несколько больше, чем расстояние между концами двух соседних пластин в положении их на этой перемычке;
- при переносе жидкости через перевальную перемычку не должно происходить изменения заземленного объема рабочей жидкости

Для обеспечения первого требования необходимо

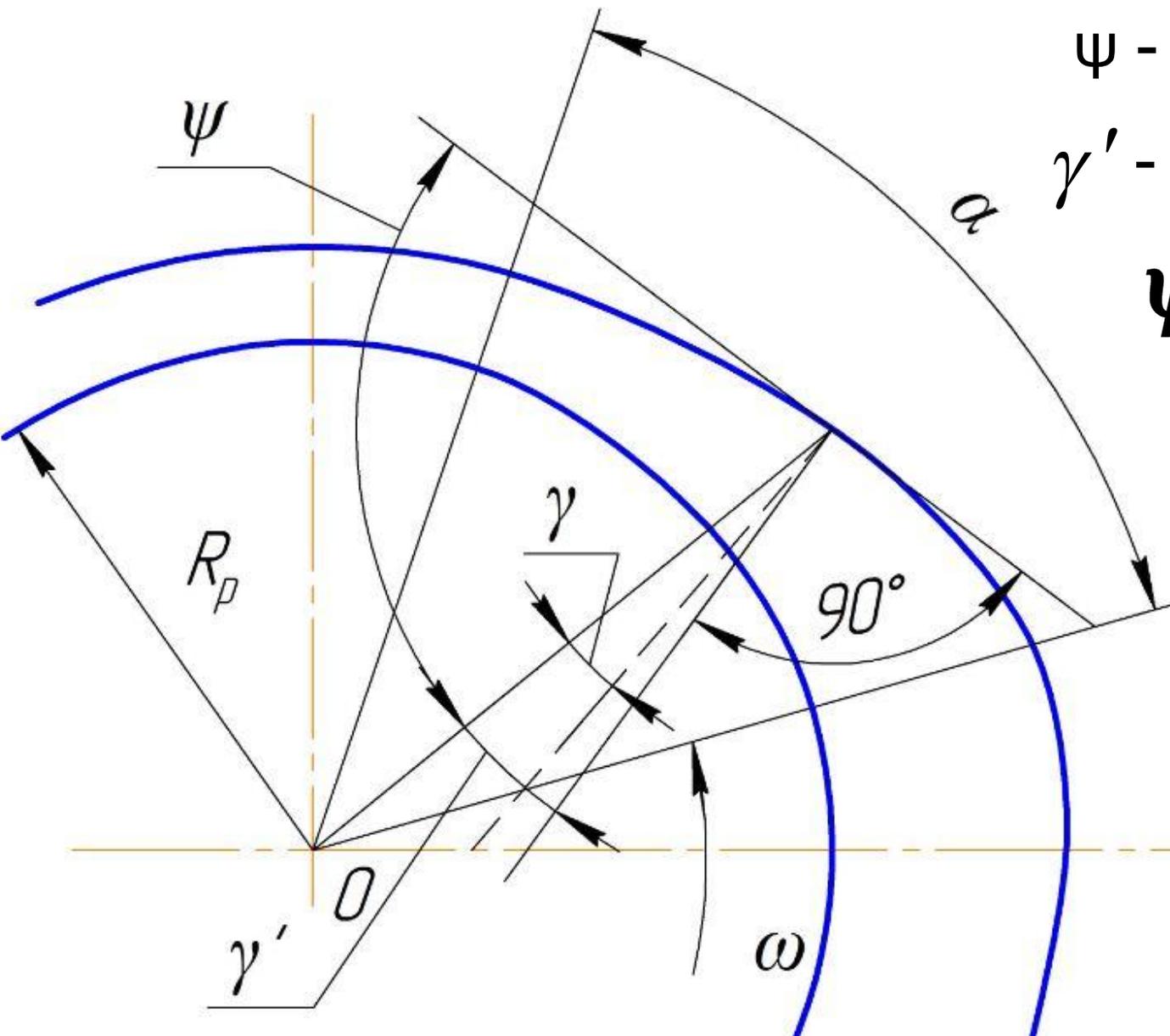


$$2\theta_1 \leq \varepsilon_1; \quad 2\theta_2 \leq \varepsilon_2.$$

заземленный объем не попадет на переменный радиус статора раньше, чем произойдет открытие окна распределительного диска



# Расчет угла наклона шиберов в пазах ротора



$\psi$  - угол передачи

$\gamma'$  - угол давления

$$\psi + \gamma' = 90^\circ$$

$\gamma'$

Коэф

угла

к та

При

$\text{tg}\gamma$

Где

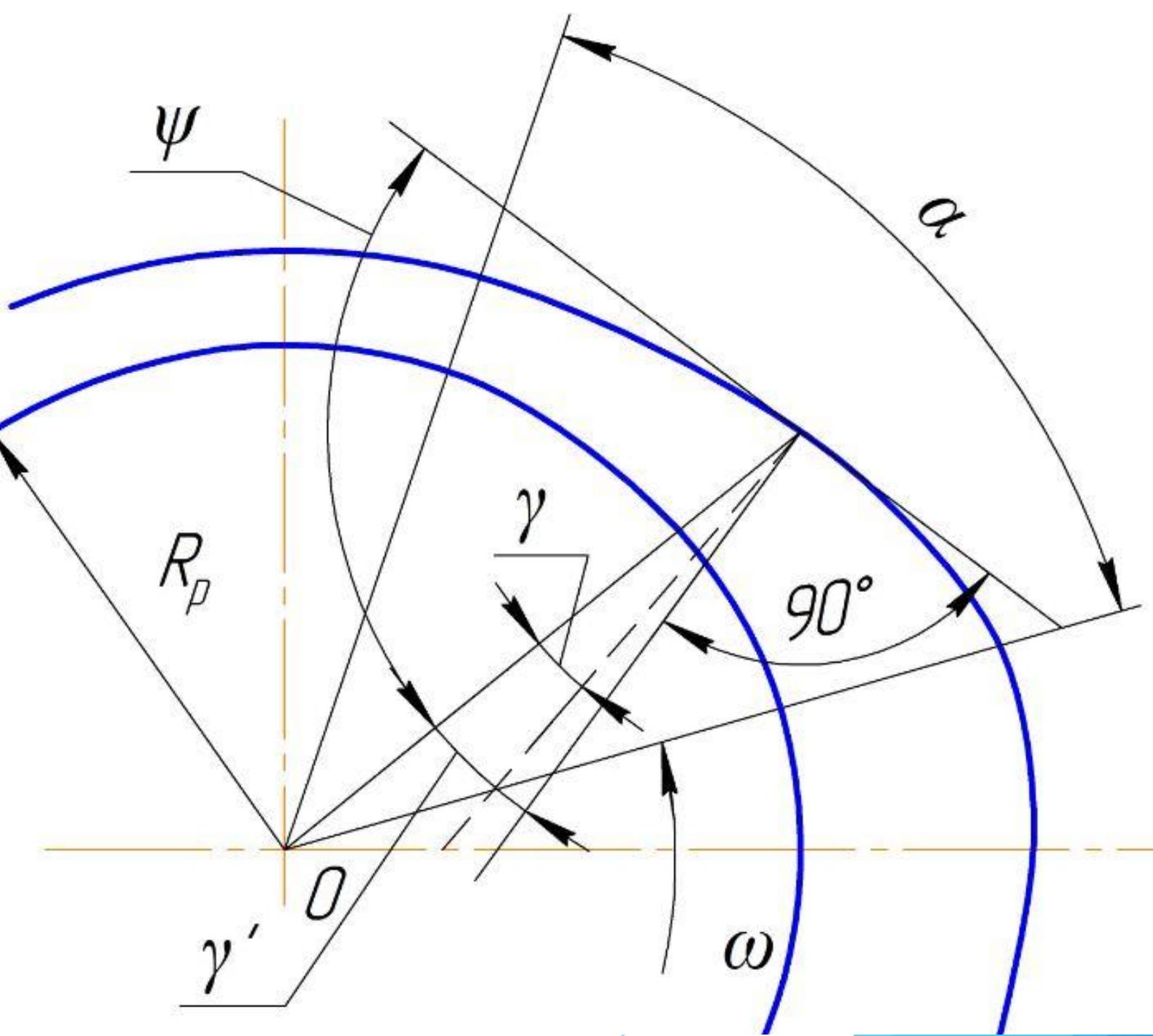
Уме

пут

Над

Нак

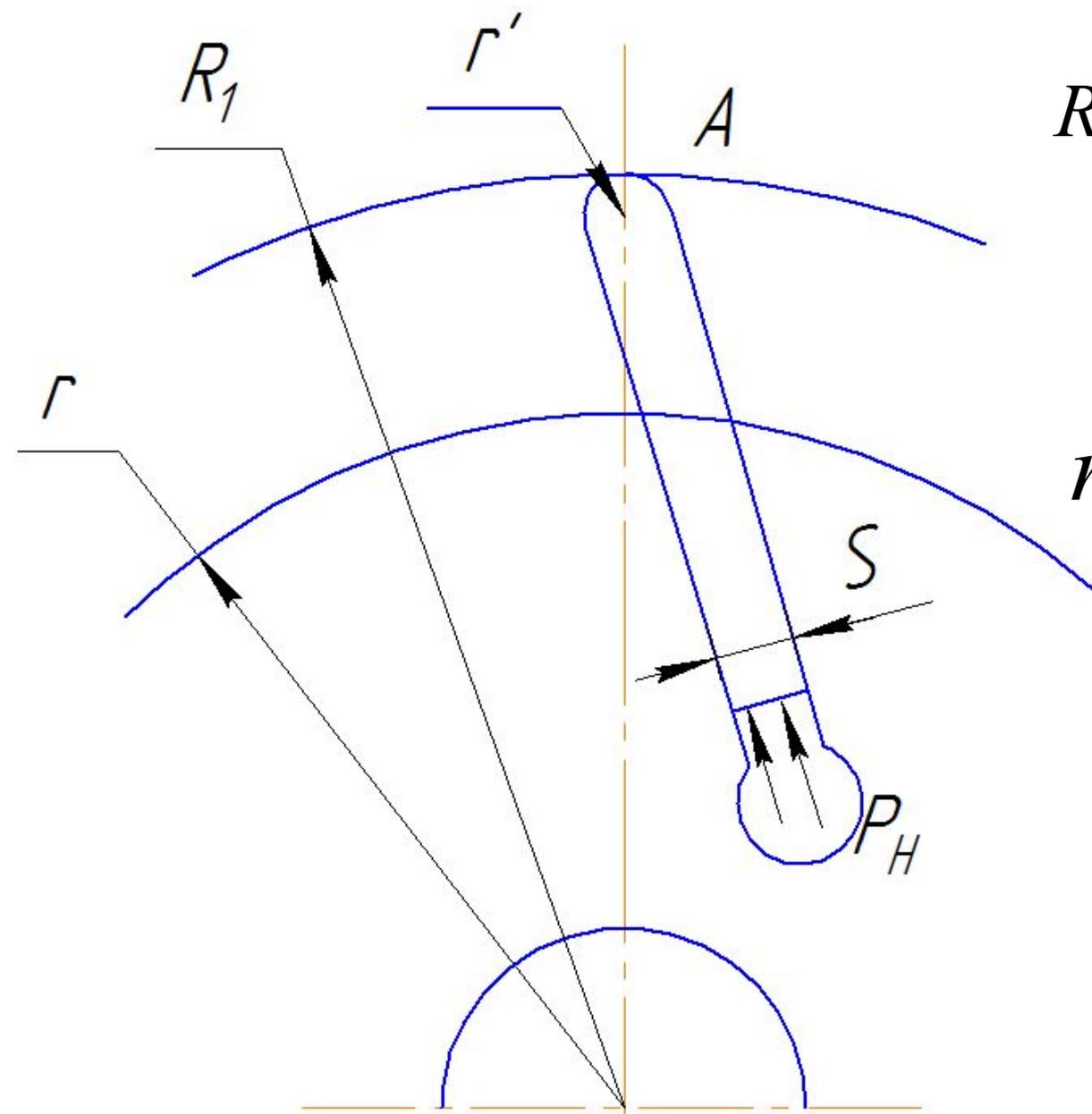
нап



ие

о

# Контактные напряжения в деталю ПнГ



$R_1$  - радиус  
внутренней  
поверхности  
статора;

$r'$  - радиус  
скругления  
верхней кромки  
шибера



## Контактное напряжение

$$\sigma_{MAX} = 0.418 \sqrt{\frac{qE(R_1 - r')}{R_1 r'}} \leq [\sigma]$$

где  $q = p_{НГ} b$  - нагрузка на единицу длины шибера;

$p_{НГ}$  - давления нагнетания;

$b$  - толщина шибера;

$E$  - модуль упругости материалов шиберов

$E = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$  - при сжатии тел из разных материалов

$R_1$  - радиус внутренней поверхности статора;

$r'$  - радиус скругления верхней кромки шибера

обычно  $r' = 0.1...0.2 \text{ мм}$ ;  $[\sigma] = 2500 \text{ МПа}$

Не учет наклона шиберов при расчете подачи вводит ошибку в 1...2 %

Увели

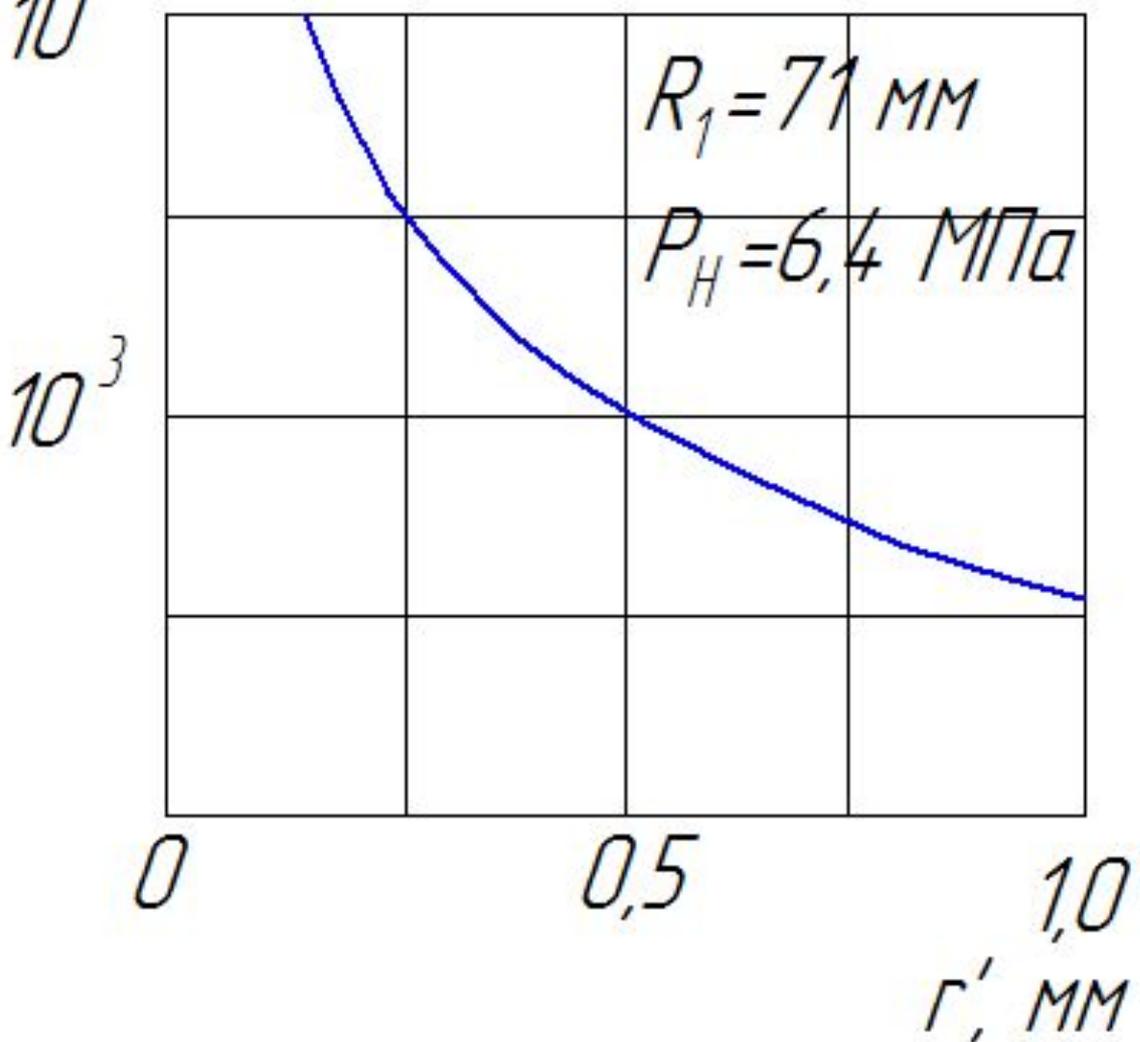
- СНИЖ
- ВОЗН

$2 \cdot 10^3$

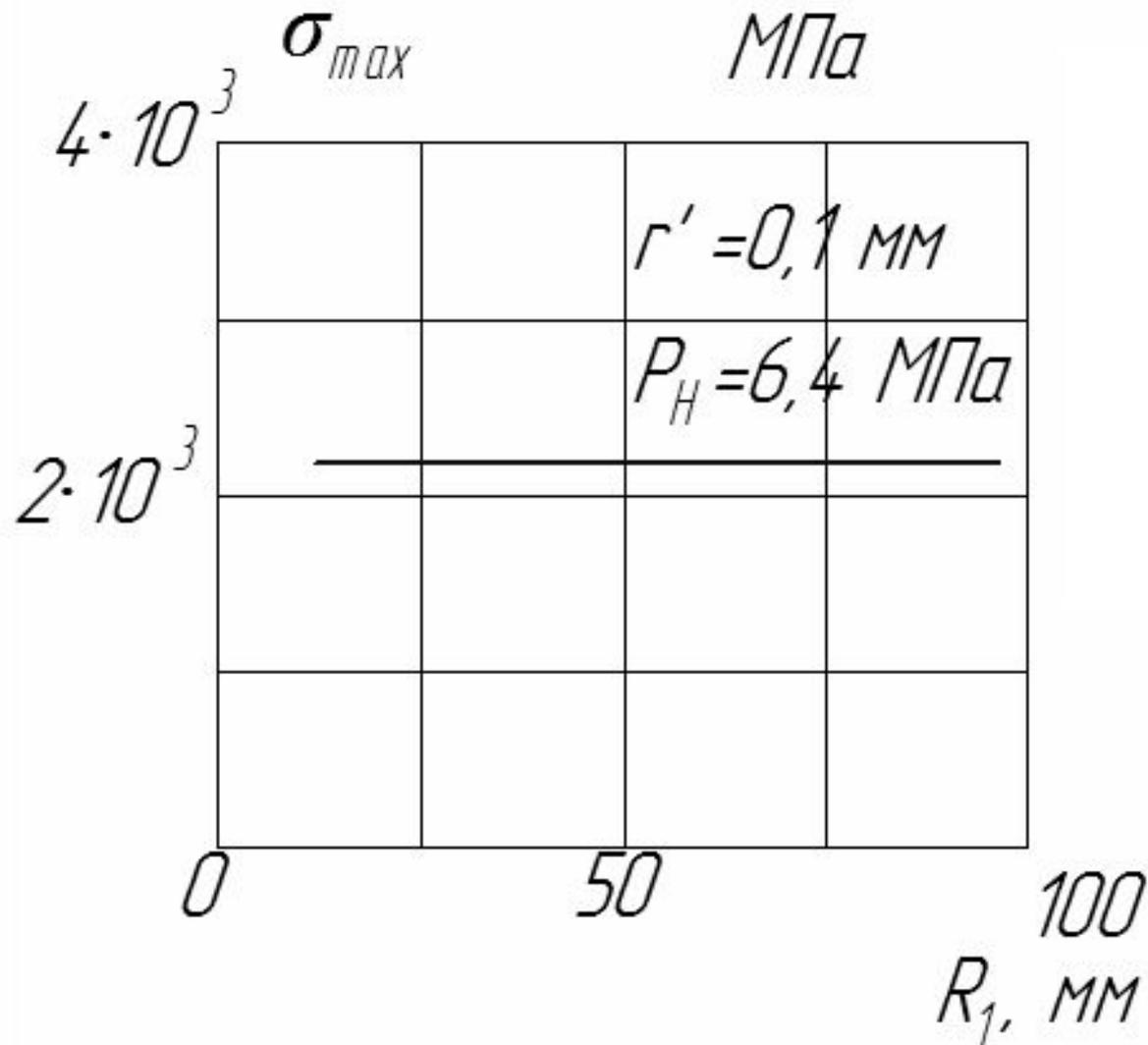
$\sigma_{max}$

МПа

шиберов:  
стей.



Увеличение радиуса внутренней поверхности статора не приводит к заметному изменению максимального контактного напряжения



Г  
С  
Э  
Д  
ОС  
ИС  
Ш

$4 \cdot 10^3$

$\sigma_{max}$  МПа

$r' = 0,1$  мм

$R_1 = 71$  мм

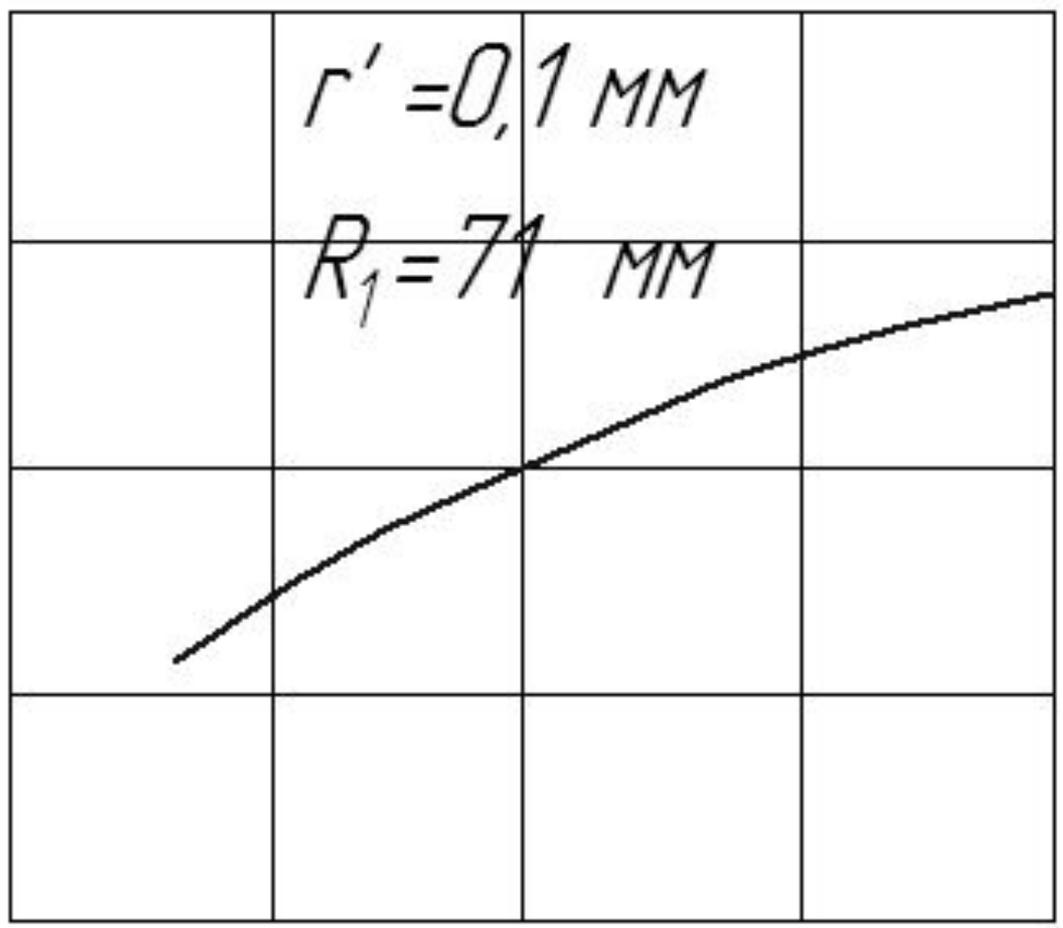
$2 \cdot 10^3$

0

5

10

$P_H$ , МПа



ИЯ  
е  
НОСТЬ

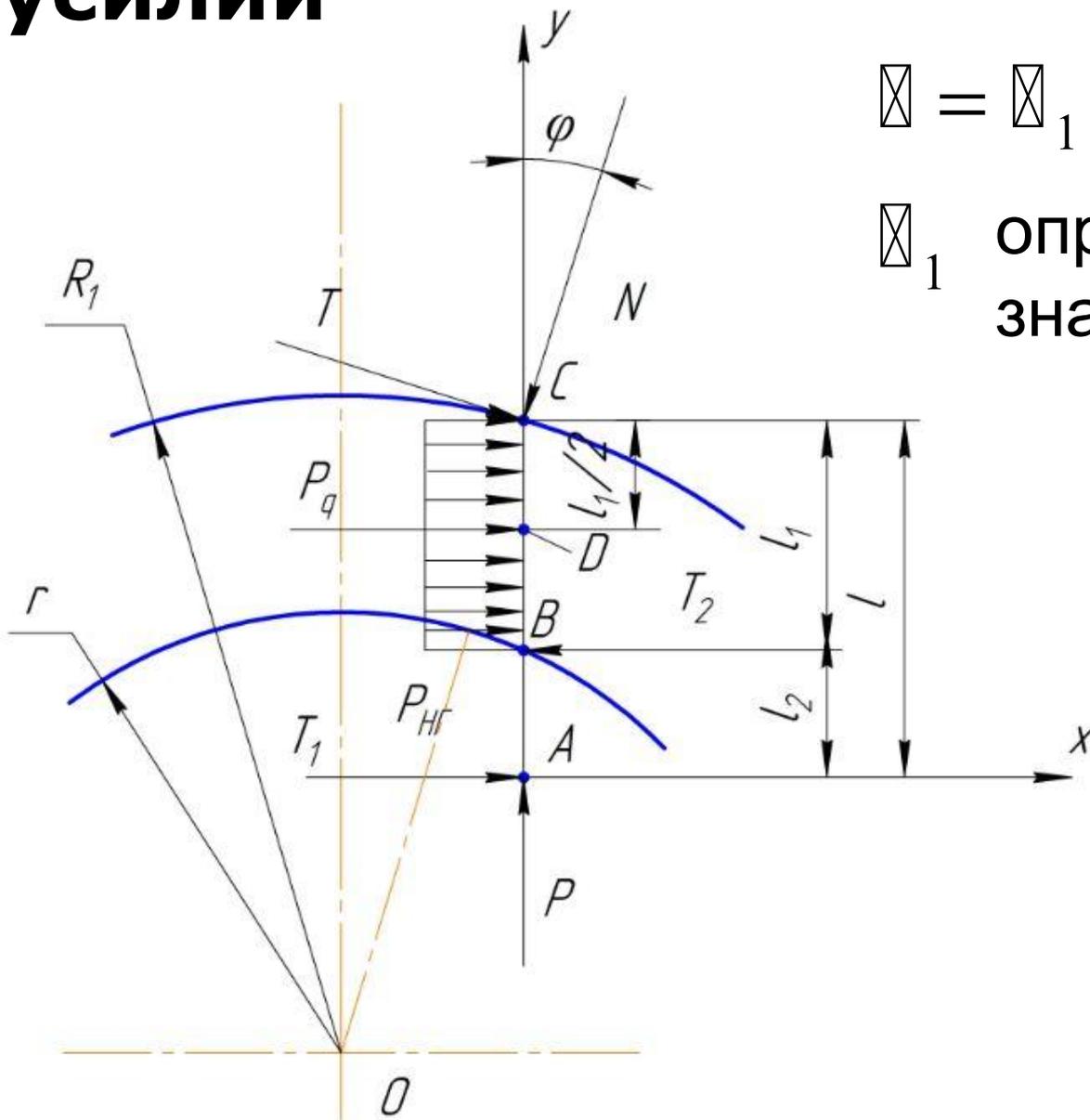
Существуют разные способы разгрузки шиберов:

- не обеспечивается надежный прижим шиберов к поверхности статора во время процесса всасывания;
- прижим осуществляется только центробежной силой;
- усилие прижима можно увеличивать за счет увеличения массы шибера или угловой скорости вращения ротора.

Отношение  $\frac{R_1}{R_2}$  меньше, чем для машин с прижимом давлением жидкости

Контактные напряжения ограничивают величину давления для гидромашин без разгрузки шиберов

# Влияние длины шиберов на величину действующих на него усилий



$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$\Delta_1$  определяется значениями  $R_1$   **$r$**

от  $\Delta_2$  зависит усилие, действующее на шибер

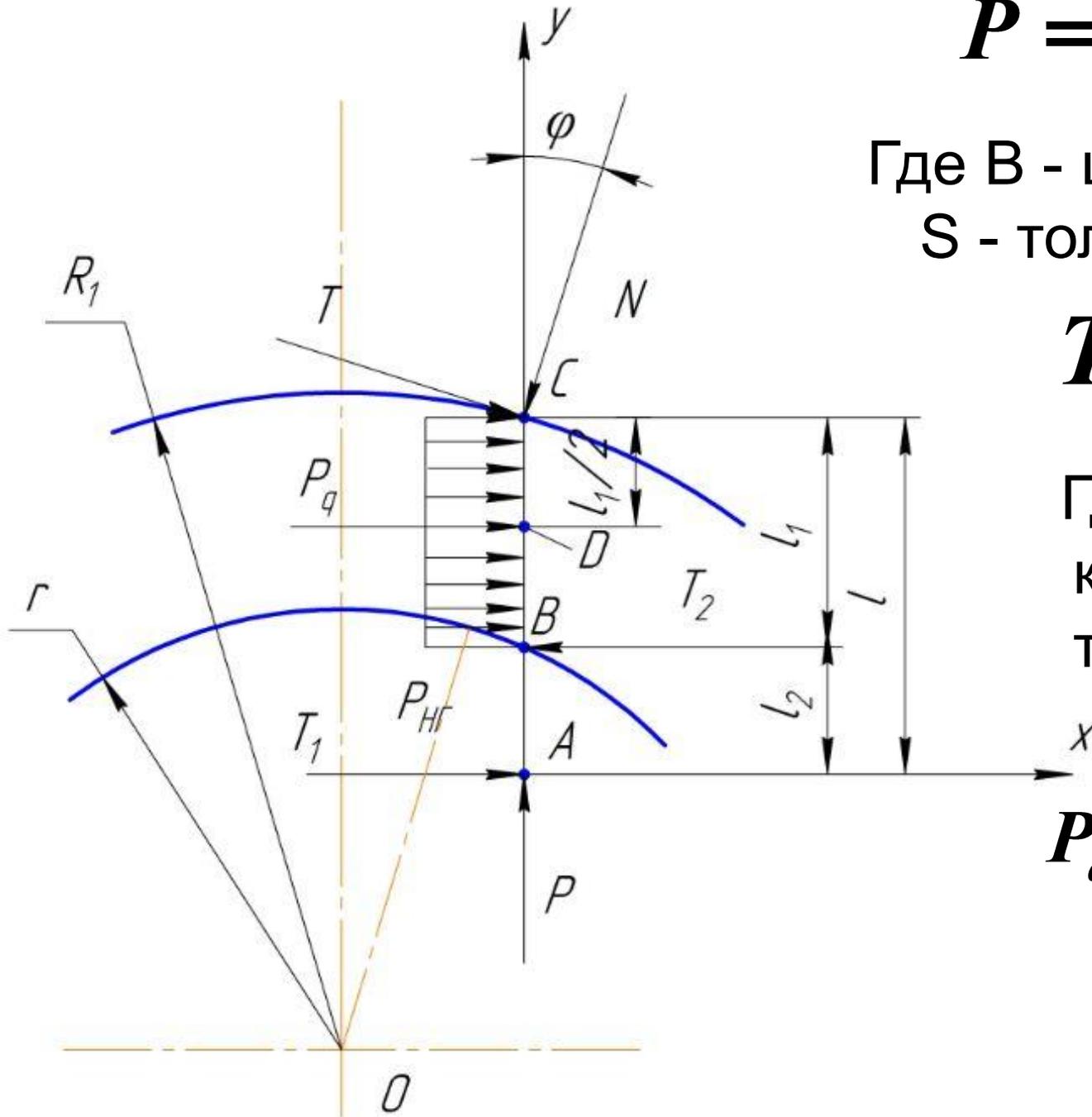
$$P = p_{\text{НГ}} \cdot B \cdot S$$

Где  $B$  - ширина шибера;  
 $S$  - толщина шибера

$$T = N \cdot f$$

Где  $f$   
 коэффициент  
 трения

$$P_q = p_{\text{НГ}} \cdot B \cdot \boxtimes l$$



Определим 3 неизвестные реакции:  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $N$

$$\sum x = 0;$$

$$T_1 - T_2 + P_q - N \sin \varphi + T \cos \varphi = 0,$$

где  $\varphi = \arcsin\left(\frac{r}{R_1} \sin \gamma\right);$

$\gamma$  - угол наклона шибера;

$$\sum y = 0 \quad - N \cos \varphi - T \sin \varphi + P = 0;$$

$$\sum M_C = 0 \quad P_q \frac{\boxtimes_1}{2} + T_1 \boxtimes - T_2 \boxtimes_1 = 0.$$

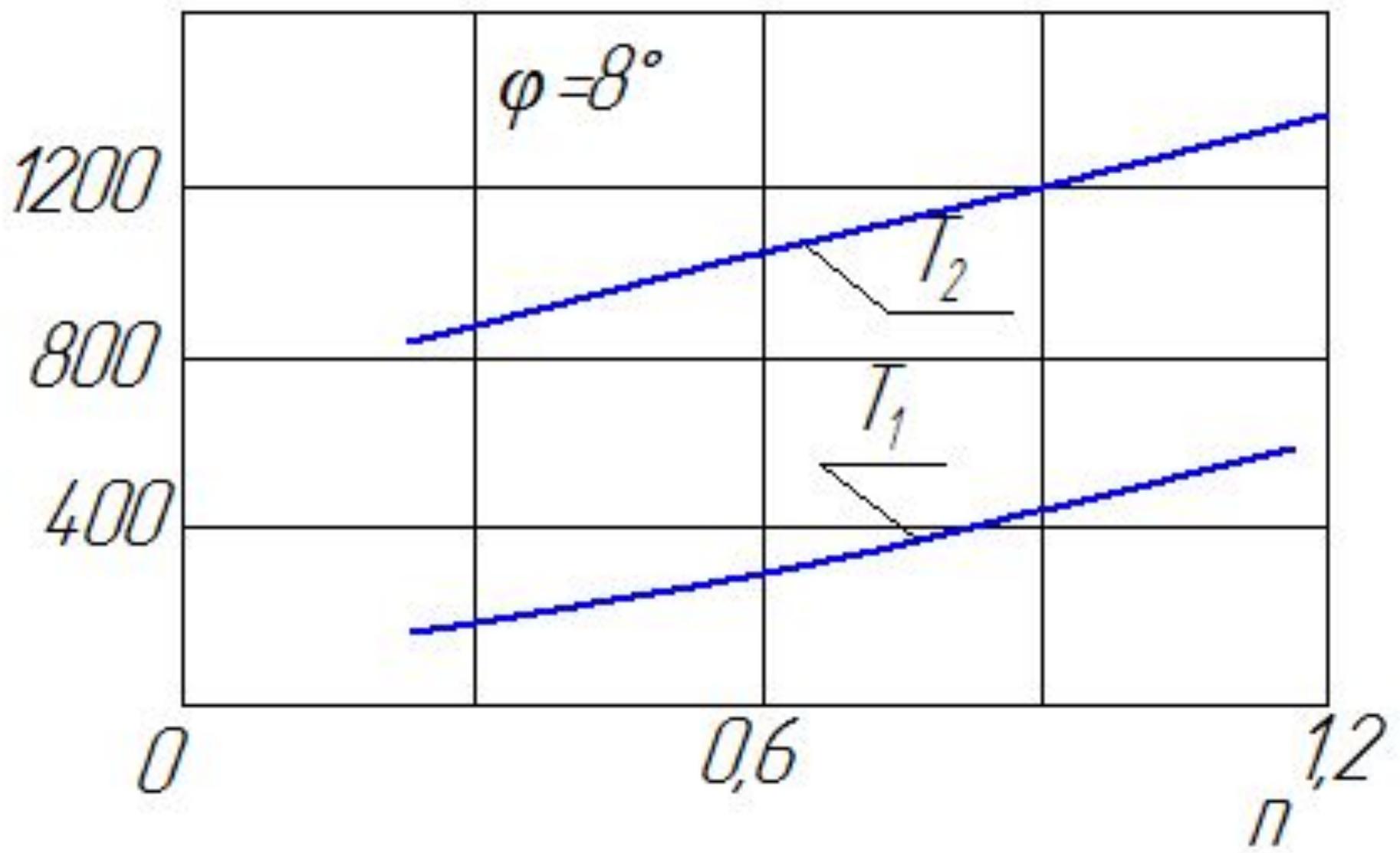
Получим следующее выражение для реакций:

$$N = \frac{P}{f \sin \varphi + \cos \varphi}; \quad T_1 = \frac{\frac{P(f \cos \varphi - \sin \varphi)}{f \sin \varphi + \cos \varphi} + \frac{P_q}{2}}{\frac{\sigma}{\sigma_1} - 1};$$

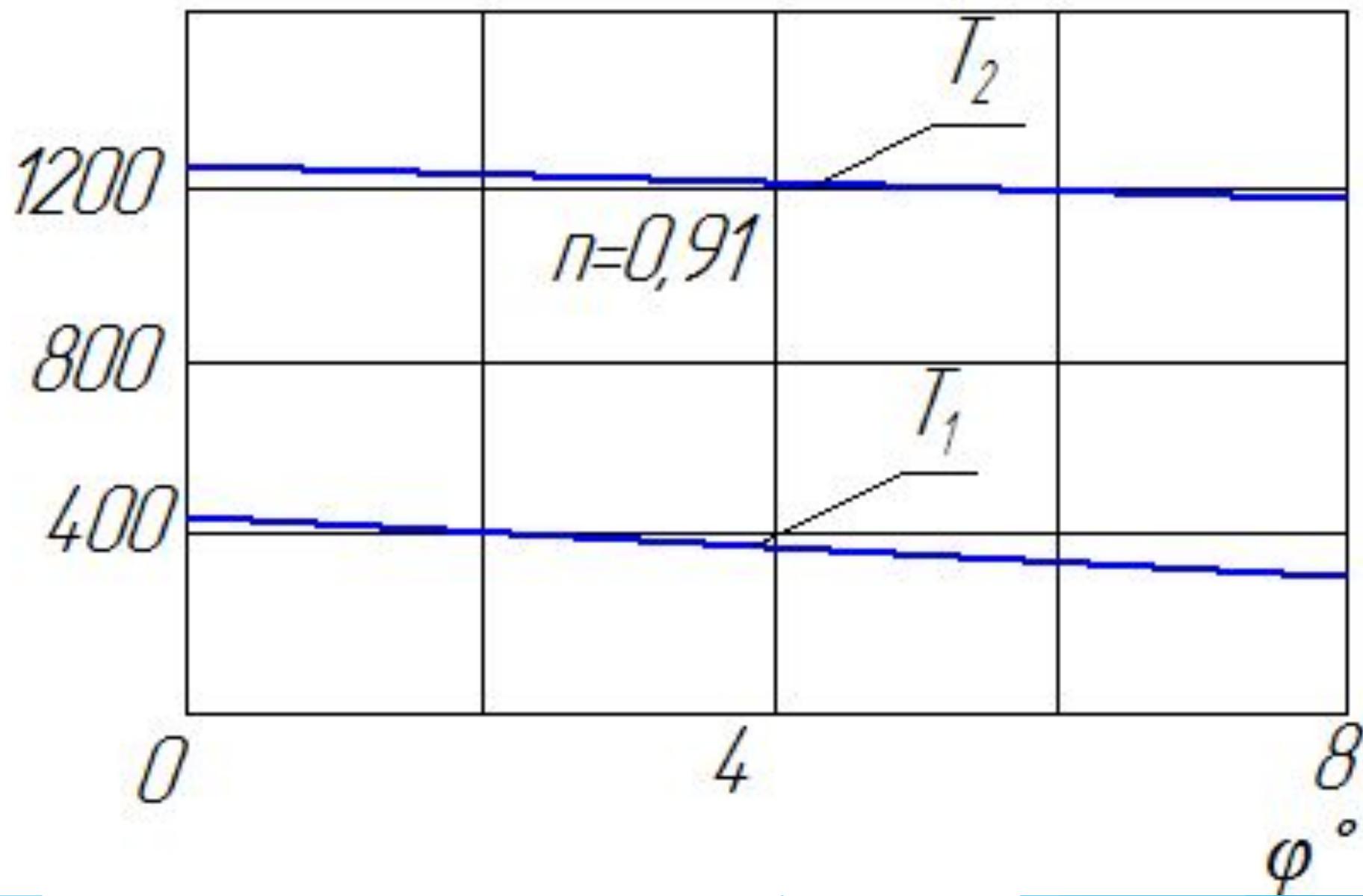
$$T_2 = \frac{P_q}{2} \cdot \frac{2\sigma - \sigma_1}{\sigma - \sigma_1} + \frac{P\sigma(f \cos \varphi - \sin \varphi)}{(\sigma - \sigma_1)(f \sin \varphi + \cos \varphi)}$$

При проектировании шиберных гидромашин, исходя из условий прочности, должно быть обеспечено условие  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \leq 0.92$ .

$T_1, T_2$  H



$T_1, T_2$  H



$T_1, T_2$   
2000

$H$

$\varphi = 8^\circ$

$n = 0,91$

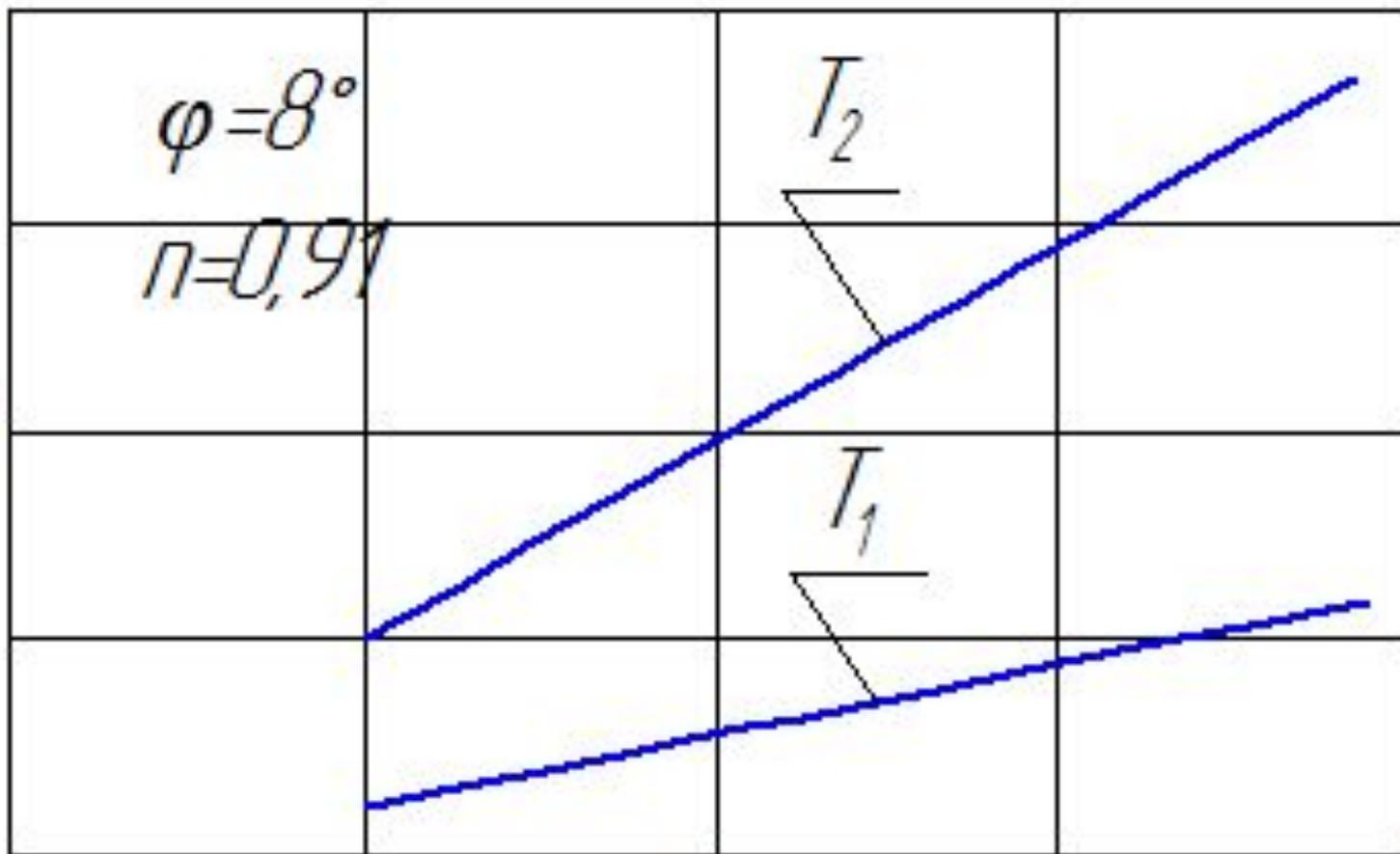
1000

0

5

10

$P_H, \text{МПа}$



# ВЫВОДЫ

- Классификация по кратности действия;
- Неравномерность подачи зависит от числа шиберов; 
- Расчет деталей в ПлГ;
- Регулируемые (1), нерегулируемые (2); 
- Допустимое давление для машин без разгрузки шиберов;
- Отношение длин шибера;
- Обратимые (при наличие пружин).