Энергия-

$E[Дж]$ скалярная физическая величина, характеризующая способность тела совершать работу.

Так как в механике изучается движение тел и их взаимодействие, то

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

КИНЕТИЧЕСКАЯ
энергия движения

$$\boxed{E_{к}}$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ
энергия взаимодействия

$$\boxed{E_{п}}$$

СУЩЕСТВУЕТ ДВА ВИДА МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ: КИНЕТИЧЕСКАЯ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ, КОТОРЫЕ МОГУТ ПРЕВРАЩАТЬСЯ ДРУГ В ДРУГА.

Потенциальная энергия – это энергия которой обладают предметы в состоянии покоя.

Кинетическая энергия – это энергия тела приобретенная при движении.

Кинетическая энергия

- $E_к$ [Дж] - энергия, которой обладает тело вследствие своего движения (характеризует движущееся тело).
- В выбранной системе отсчета:

  - если тело не двигается $(v = 0)$, то $E_k = 0$

  - если тело двигается, то $E_k > 0$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

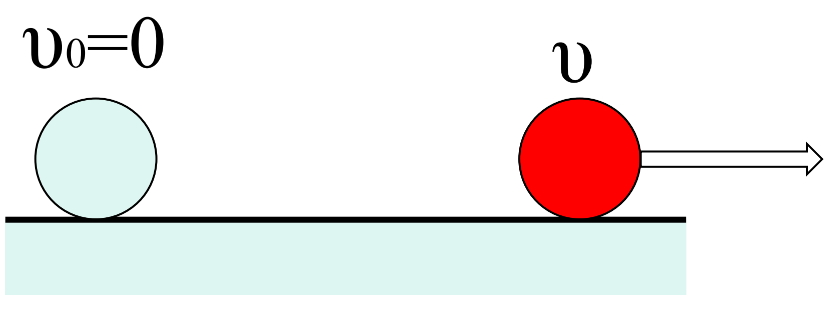
Кинетическая энергия

Определим кинетическую энергию тела, движущегося со скоростью υ

Так как энергия – это работа, которую совершает тело при переходе из данного состояния в нулевое.

Следовательно,

это работа, которую нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($\upsilon_0=0$) в данное ($\upsilon\neq0$).

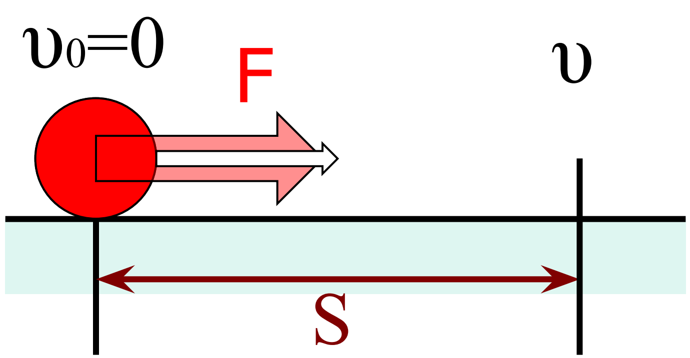


Определим эту работу:

Чтобы тело изменило скорость к нему необходимо приложить силу F, при этом оно начнет двигаться равноускоренно, и пройдя путь S, приобретет скорость υ.

При этом сила F совершит работу:

$$A = F \cdot S$$



Преобразуем это выражение:

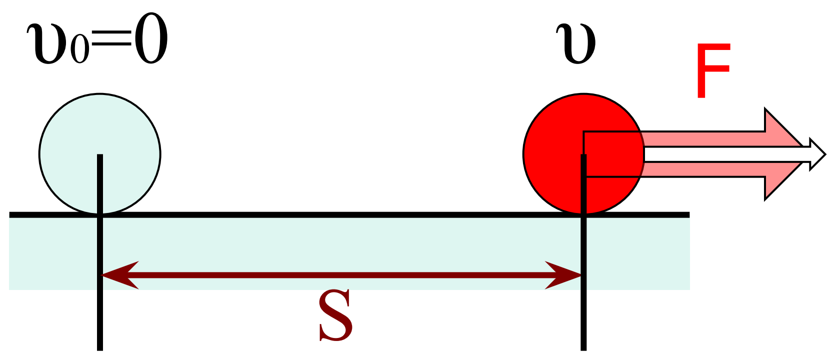
Согласно II закону Ньютона: $F = ma$

Путь при равноускоренном движении: $S = \dfrac{at^2}{2}$

$$A = ma \cdot \frac{at^2}{2} = m \cdot \frac{a^2t^2}{2}$$

Так как ускорение при равноускоренном движении $a = \dfrac{\upsilon}{t}$, подставим вместо ускорения его значение

$$A = m \cdot \frac{\upsilon^2}{\cancel{t^2}} \cdot \frac{\cancel{t^2}}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2}$$



Преобразуем это выражение:

Согласно IIзакону Ньютона: $F = ma$

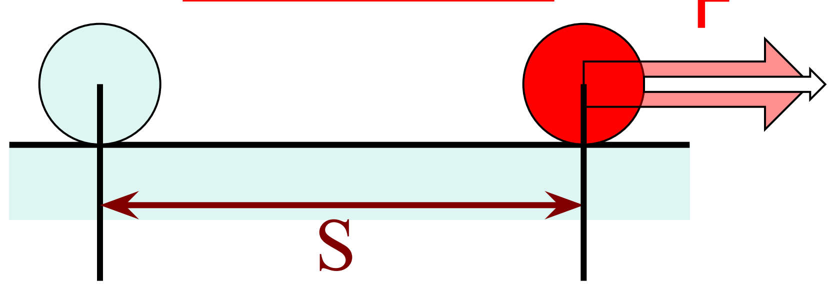
Путь при равноускоренном движении: $S = \dfrac{at^2}{2}$

$$A = ma \cdot \frac{at^2}{2} = m \cdot \frac{a^2t^2}{2}$$

Так как ускорение при равноускоренном движении $a = \dfrac{\upsilon}{t}$, подставим вместо ускорения его значение

$$A = \boxed{m \cdot \frac{\upsilon^2}{\cancel{t^2}} \cdot \frac{\cancel{t^2}}{2} \quad A = \frac{m\upsilon^2}{2}} = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$\upsilon_0 = 0$ υ



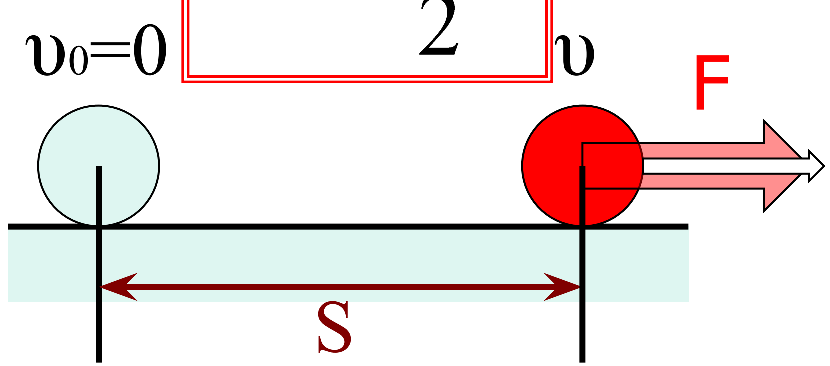
Энергия - это работа, которую нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($\upsilon_0=0$) в данное ($\upsilon\neq 0$).

$$E_к = A = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$E_к = A = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

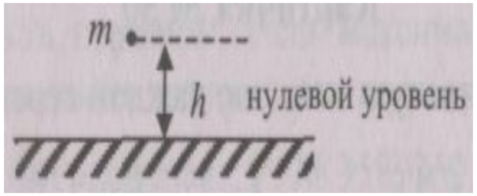
Кинетическая энергия движущегося тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости.

$$A = \frac{m\upsilon^2}{2}$$



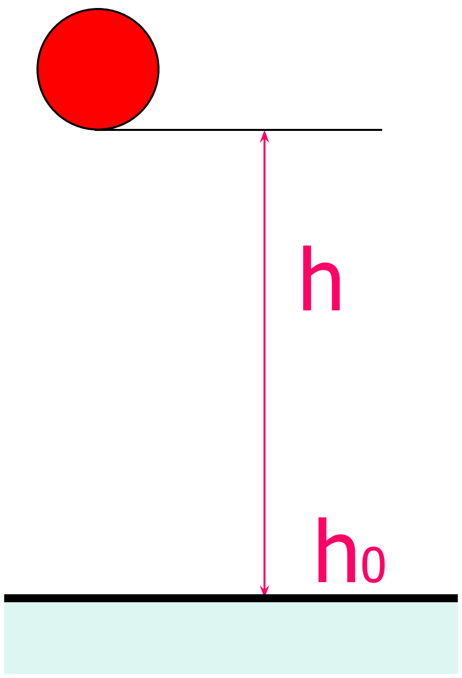
Потенциальная энергия поднятого над Землей тела

$E_p = mgh$ - энергия взаимодействия тела с Землей. Потенциальная энергия является относительной величиной, т. к. зависит от выбора нулевого уровня (где).



Потенциальная энергия

Определим потенциальную энергию взаимодействия тела с Землей на высоте h.

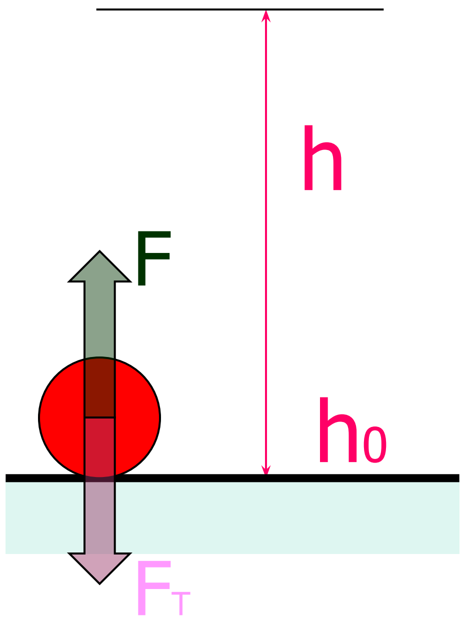


Выберем уровень Земли за нулевой h_0.

Нулевой уровень энергии – уровень, на котором энергия считается равной нулю.

Энергия - это работа которую, нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($h_0=0$) в данное (h).

Для равномерного подъема тела на высоту h к нему необходимо приложить силу F, равную силе тяжести $F_т$

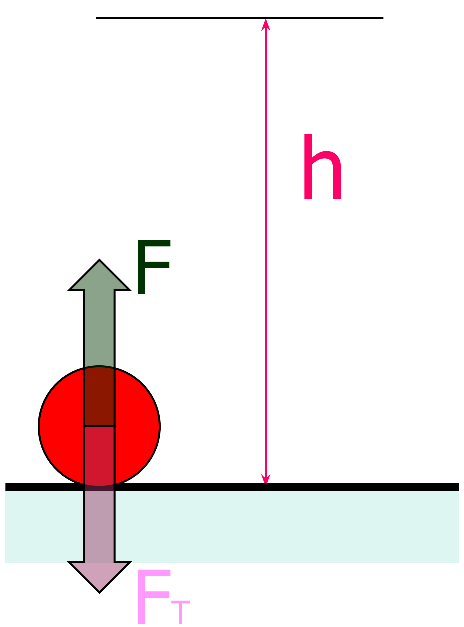


$$F = F_m$$

Под действием силы F тело начнет двигаться вверх, и пройдет путь h.

Энергия - это работа, которую нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($h_0=0$) в данное (h).

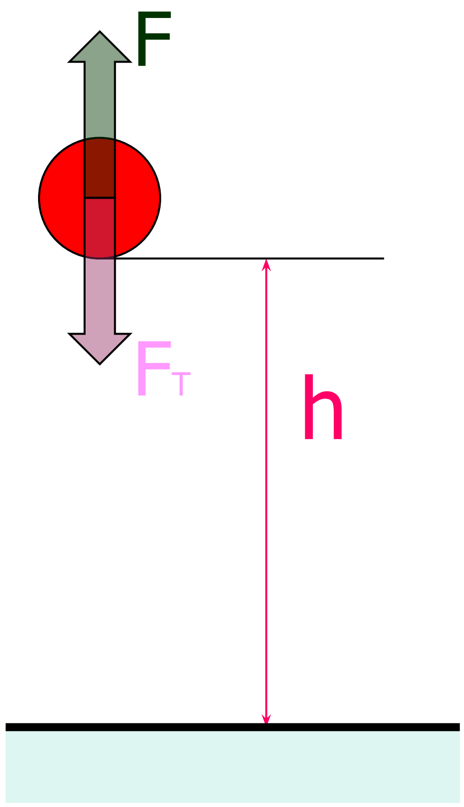
Для равномерного подъема тела на высоту h к нему необходимо приложить силу F, равную силе тяжести $F_т$



$$F = F_m$$

Под действием силы F тело начнет двигаться вверх, и пройдет путь h.

Энергия - это работа, которую нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($h_0=0$) в данное (h).



Определим работу силы F:

$$A = F \cdot S$$

Так как $F = F_m = mg$, а путь

$$S = h$$

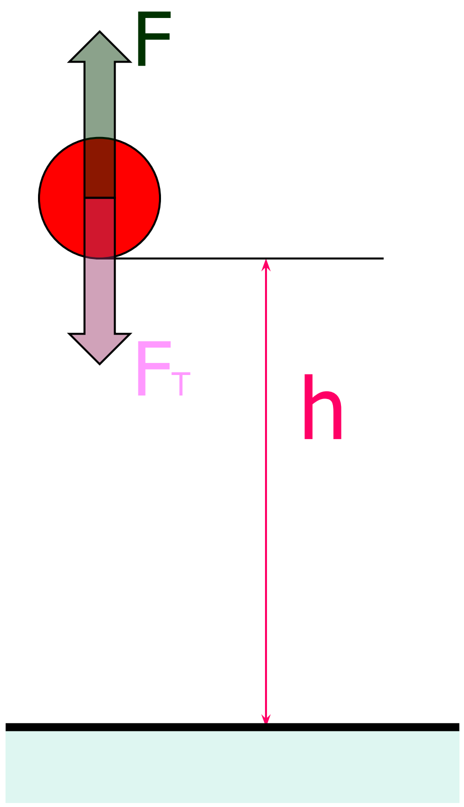
Тогда работа $A = mg \cdot h$

Отсюда потенциальная энергия:

$$\boxed{E_n = A = mg \cdot h}$$

$$E_n = mgh$$

Энергия - это работа, которую нужно совершить, чтобы перевести тело из нулевого состояния ($h_0=0$) в данное (h).



Потенциальная энергия взаимодействия тела с Землей равна произведению массы тела, ускорения свободного падения и высоты, на которой оно находится.

$$\boxed{E_n = mgh}$$

Итак:

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

КИНЕТИЧЕСКАЯ

энергия движения

$$\boxed{E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}}$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ

энергия взаимодействия

$$\boxed{E_п = mgh}$$

$$\boxed{[E] = [A] = 1 Дж}$$

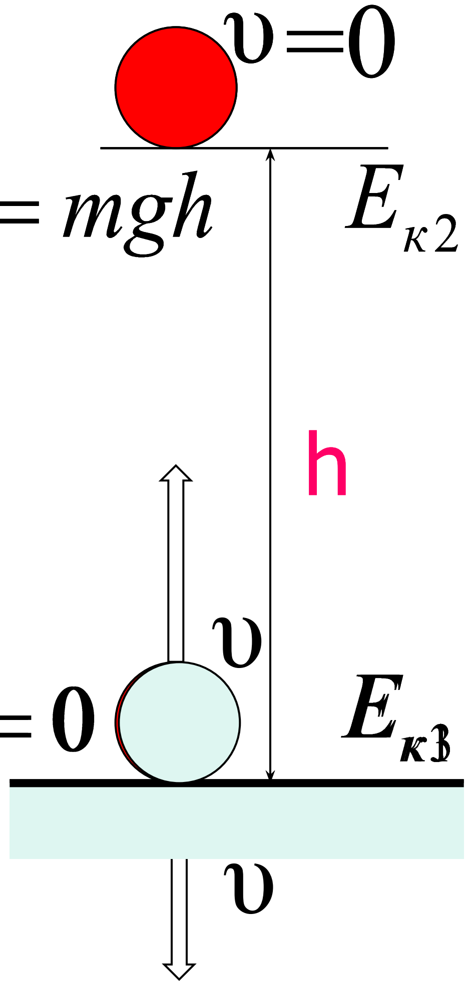
Превращение потенциальной энергии в кинетическую.

ПОДБРАСЫВАЯ ВВЕРХ МЯЧ, МЫ СООБЩАЕМ ЕМУ ЭНЕРГИЮ ДВИЖЕНИЯ – КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ.

ПОДНЯВШИСЬ, МЯЧ ОСТАНАВЛИВАЕТСЯ, А ЗАТЕМ НАЧИНАЕТ ПАДАТЬ. В МОМЕНТ ОСТАНОВКИ (В ВЕРХНЕЙ ТОЧКЕ) ВСЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПОЛНОСТЬЮ ПРЕВРАЩАЕТСЯ В ПОТЕНЦИАЛЬНУЮ.

ПРИ ДВИЖЕНИИ ТЕЛА ВНИЗ ПРОИСХОДИТ ОБРАТНЫЙ ПРОЦЕСС.

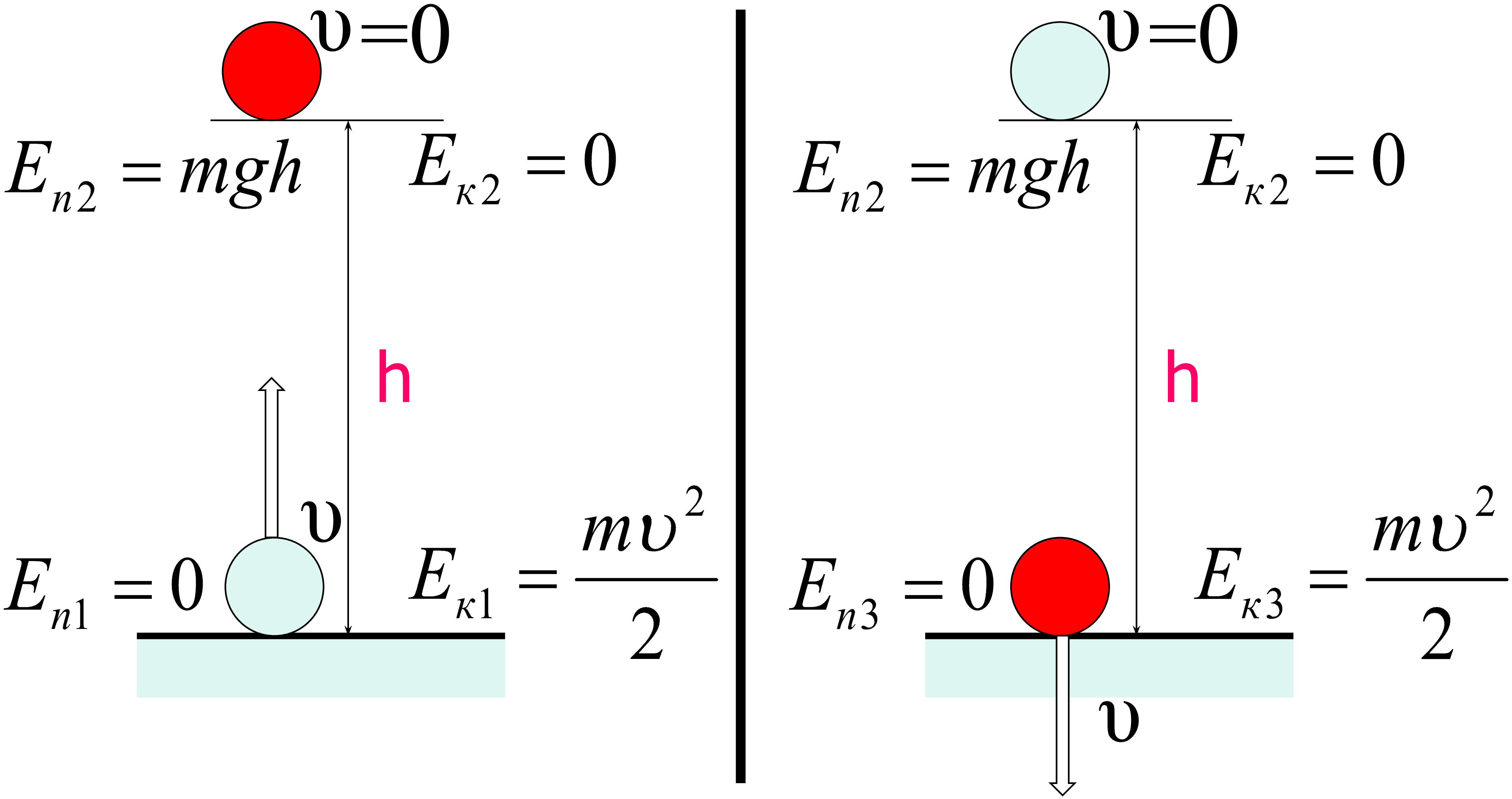
Итак, при возрастании кинетической энергии тела потенциальная энергия взаимодействия уменьшается.



$$E_{п2} = mgh \qquad E_{к2} = 0$$

$$E_{п3} = 0 \qquad E_{к3} = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

И наоборот, при уменьшении кинетической энергии тела потенциальная энергия взаимодействия увеличивается.



Рассмотрим систему тел, между которыми действуют только консервативные силы . Изменение энергии тела происходит:

1) за счет внутренних сил равна изменению потенциальной энергии тела

$$\Delta Ep = Ep_1 - Ep_2$$

2) За счет внешних сил, работа которых равна A

Полная работа равна изменению кинетической энергии тела:

$$Ep_1 - Ep_2 + A = E_{k2} - E_{k1}$$

$$(Ep_2 + E_{k2}) - (Ep_1 + E_{k1}) = A$$

$$E_{полн2} - E_{полн1} = A$$

Потенциальное поле сил.

потенциальные ***- силы зависят только от положения тела в пространстве***

Силы, работа которых определяется только начальным и конечным положением тела в пространстве называются ***консервативными***

Силы, работа которых ***зависит*** от пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются ***неконсервативными***.

Консервативными системами называются такие системы, в которых действие внешних сил не приводит к переходу одного вида энергии в другой.

Диссипативными называются системы, в которых действие внешних сил приводит к переходу одного вида энергии в другой.

Потенциальное поле → гравитационное
→ электростатическое
→ поле силы тяжести

$$E_{полн\,2} - E_{полн\,1} = A$$

Приращение полной энергии системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, равно работе внешних сил, приложенных к телам системы.

Если система замкнута, то A=0, тогда $\Delta E_{полн}$=0, $E_{полн}$ = const

Полная **механическая** энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только *консервативные* силы, остается постоянной

Неконсерватевные силы рассматриваются как внешние (трение)

Общий закон

В замкнутой системе, изолированной от внешних воздействий, остается постоянной сумма всех видов энергии

Энергия.

кинетическая энергия

движение тела

потенциальная энергия

нахождением тела в потенциальном поле сил

$\Delta s = V_{ср} \cdot \Delta t = [(V_1 + V_2)/2] \cdot \Delta t$

$\Delta t = 2\Delta s/(V_1 + V_2)$.

$F \cdot \Delta t = mV_2 - mV_1 = m(V_2 - V_1)$

$F \cdot 2\Delta s = m(V_2 - V_1) \cdot (V_2 + V_1) = m(V_2^2 - V_1^2)$

$F \cdot \Delta s = mV_2^2/2 - mV_1^2/2$, причем

$F \cdot \Delta s = A$

$E_{кин} > 0 \quad (V^2 > 0 \; m > 0)$

$$E_{кин} = mV^2/2 + const$$

$V = 0 \quad E_{кин} = 0 \longrightarrow const = 0$

$A = \Delta Ep = m \cdot g\,(h_1 - h_2)$

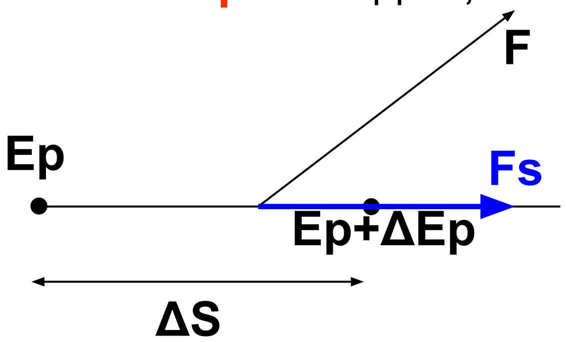
$$E_p = m \cdot g\, h + const$$

$E_p > 0 \qquad E_p < 0$

$$\mathbf{E_{полн} = mV^2/2 + mgh = E_{кин} + E_p}$$

Связь между потенциальной энергией и силой

Каждой точке потенциального поля соответствует с одной стороны некоторое значение вектора силы **F**, действующей на тело, с другой стороны – некоторое значение **Ep**. Найдем, есть ли связь между этими величинами.



$$dA = \vec{F}_s \cdot dS = -dE_p$$

Т.к. работа совершается за счет потенциальной энергии Ep, она равна убыли Ep.

$$F_s = -\frac{dE_p}{dS}$$

$$\boxed{F_s = -\frac{\partial E_p}{\partial S}}$$

-это частная производная, т.к. энергия может меняться и вдоль других направлений.

Условия равновесия механической системы

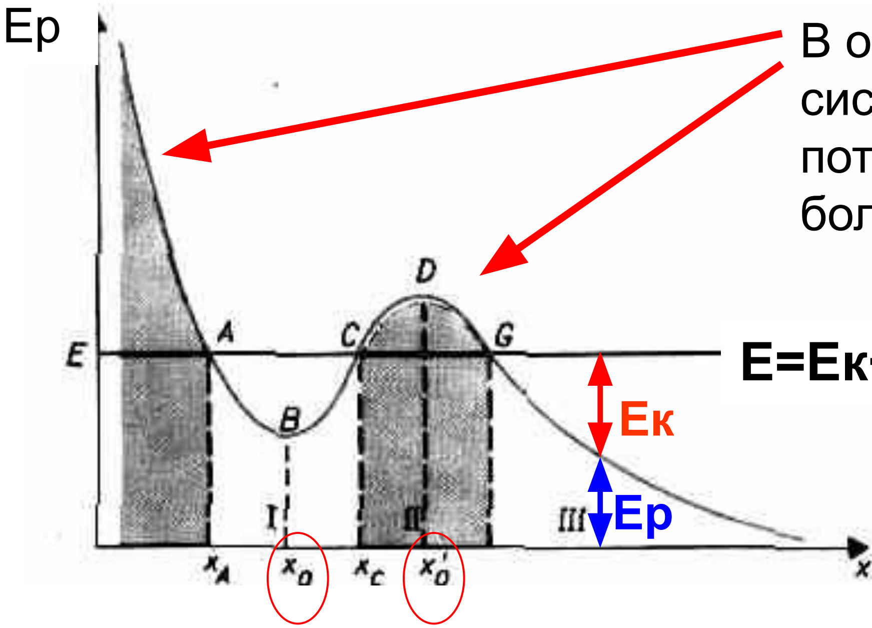
В замкнутой системе полная энергия остается постоянной, поэтому кинетическая энергия **Ек** может возрастать только за счет уменьшения потенциальной энергии **Ер**.

Если система находится в таком состоянии, что скорость всех тел равна нулю, а Ер имеет минимальное значение, то без воздействия извне тела системы не могут придти в движение, т.е. система будет находиться **в равновесии**

Т.о. для замкнутой системы равновесной может быть только такая конфигурация тел, которая соответствует минимуму потенциальной энергии.

Условие минимума $\dfrac{\partial Ep}{\partial x} = 0$ $\Longrightarrow$ $\boxed{F_x = 0}$

Т.е. силы, действующие на тело равны нулю



В области заштрихованные серым система проникнуть не может , т.к. потенциальная энергия не может быть больше полной энергии системы.

E=Eк+Ep

иначе Ек будет меньше нуля, что невозможно

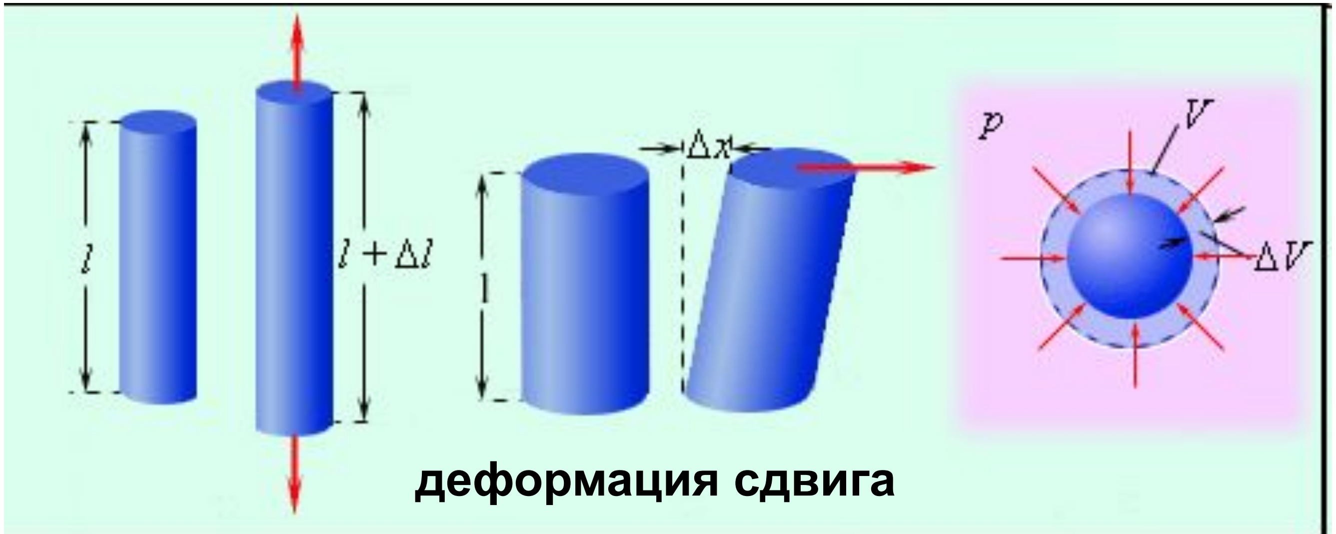
x_0– **<u>точка устойчивого равновесия</u>**. Здесь потенциальная энергия частицы минимальна.

$$\frac{\partial Ep}{\partial x} = 0 \longrightarrow \boxed{F_x = 0}$$

При смещении частицы из положения x_0 (и влево, и вправо) она испытывает действие возвращающей силы

Точка ***$x_0{}'$*** соответствует положению **<u>неустойчивого равновесия</u>,** так как при смещении частицы из положения $x_0{}'$ появляется сила, стремящаяся удалить ее от этого положения.

Деформация.



деформация растяжения

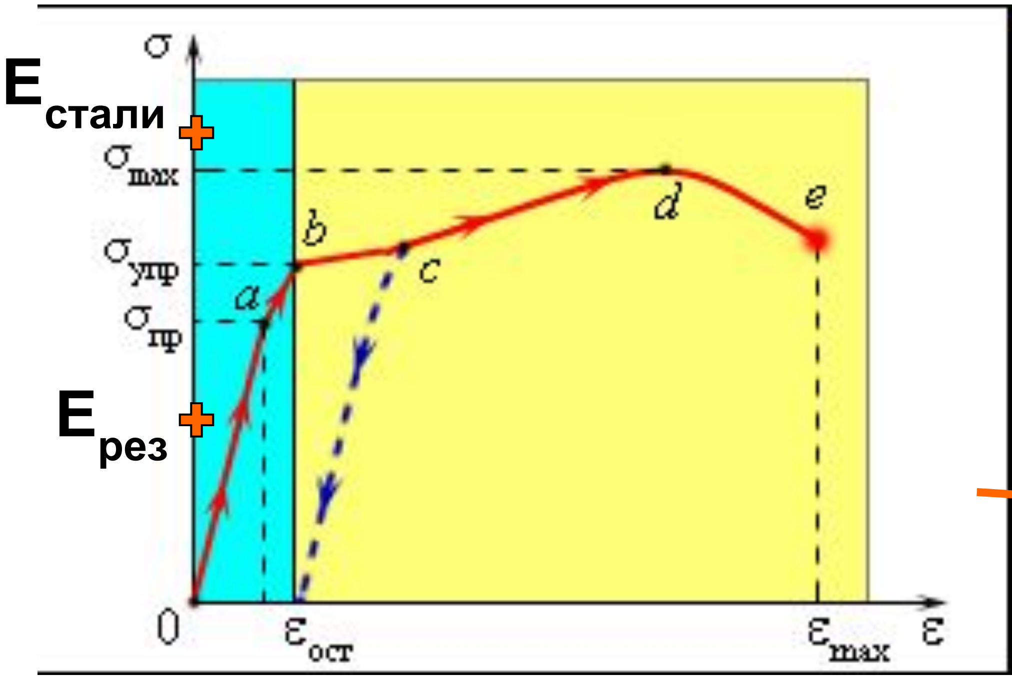
деформация всестороннего сжатия.

Деформацией – называют смещение частиц тела относительно друг друга, а также изменение среднего расстояния между частицами тела.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$ ← относительное удлинение

механическое напряжение → $$\sigma = \frac{F}{S}$$

Диаграмма растяжения твердого тела.



область упругих деформаций

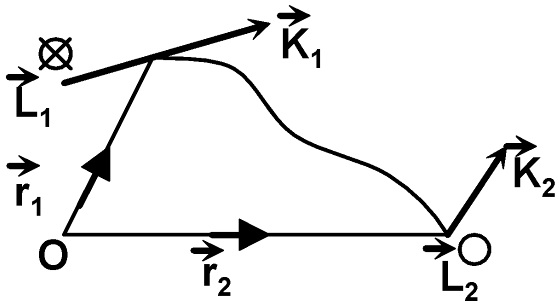
$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

Закон Гука

область пластических деформаций

E - модуль Юнга - величина механического напряжения σ, при которой ε=1 или $\Delta l = l$, т.е. тело удлиняется в два раза.

Моментом любого вектора относительно некоторой точки О называют векторное произведение $[\vec{r} \times \vec{A}]$, где $\vec{r}$ -радиус вектор.



Моментом количества движения $\vec{K} = m \cdot \vec{V}$

называется вектор $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{K}]$

проведенный из точки О в ту точку пространства, в которой находится материальная точка m

продифференцируем L по t:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{r} \times \vec{K}] = [\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{K}] + [\vec{r} \times \frac{d\vec{K}}{dt}] = m[\vec{\upsilon} \times \vec{\upsilon}] + [\vec{r} \times \vec{F}]$$

= 0

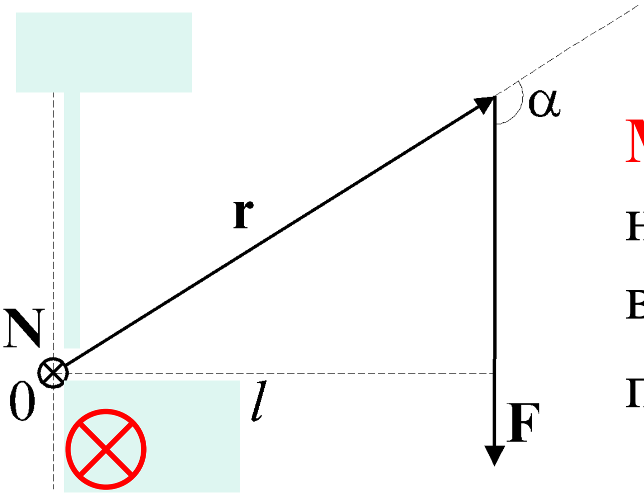
скорость V

по второму закону Ньютона равен силе F

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r} \times \vec{F}] = \vec{N}$$

момент силы, действующей на материальную точку с радиус – вектором $\vec{r}$

Момент силы



Моментом силы $\boldsymbol{N}$ относительно точки О называется векторное произведение радиус-вектора направленного из точки О в точку приложения силы :

$$\boldsymbol{N} = [\boldsymbol{rF}]$$

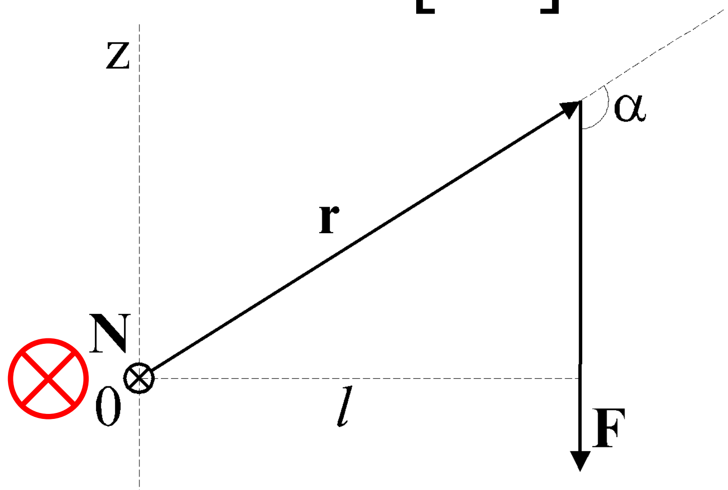
Величина вектора определяется, как и для любого векторного произведения, выражением:

$$N = rF\sin\alpha$$

где α – угол между векторами $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{F}$

Направление момента силы

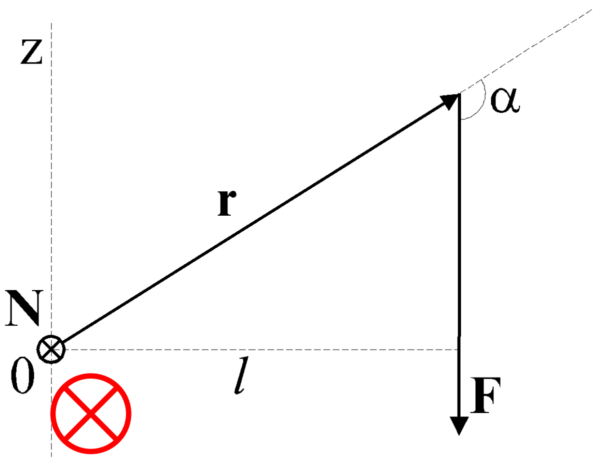
$$\mathbf{N} = [\mathbf{rF}]$$



Направление вектора *N* определяется также в соответствии с определением векторного произведения, то есть **по правилу правого буравчика**:

расположив рукоятку буравчика (штопора) вдоль направления первого вектора в произведении (в данном случае вдоль ***r***) вращаем ее по кратчайшему направлению до совмещения с направлением второго вектора (***F***). Куда при этом будет поступательно двигаться правый буравчик (штопор), туда и направляем вектор .

Момент силы относительно оси



Пусть, векторы ***r*** и ***F*** лежат в плоскости доски. Тогда вектор ***N*** ⊥ к поверхности доски и направлен за нее, то есть входит в доску, что изображено знаком ⊗. **Длина *l*** перпендикуляра из точки на прямую вдоль действия силы называется **плечом силы** относительно точки $l = r \sin\alpha$

Проекция вектора ***N*** на некоторую ось z, проходящую через точку О, относительно которой определен ***N***, называется **моментом силы относительно этой оси:**

$$N_z = [\mathrm{rF}]_{z}$$

при $\boldsymbol{z} \perp \boldsymbol{N}$ проекция на эту ось $N_z = 0$

Момент импульса

Для **МТ, моментом импульса относительно точки О** называется вектор

$$\mathbf{L}=[\mathbf{r}\ \mathbf{K}] = [\mathbf{r},m\mathbf{V}]$$

Моментом импульса МТ **относительно оси** называется проекция вектора ***L*** на эту ось:

$$\mathbf{L}_Z=[\mathbf{r}\ \mathbf{K}]_Z$$

L системы материальных точек относительно какой-либо точки (или оси) называется сумма моментов импульсов относительно этой точки (или оси) всех материальных точек системы:

$$L=\sum_i L_i$$

Закон изменения и сохранения момента импульса

- Производная по времени момента импульса системы (относительно какой-либо точки или оси) равна сумме моментов (относительно той же точки или оси) всех внешних сил, действующих на точки системы.

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i N_{внеш}$$

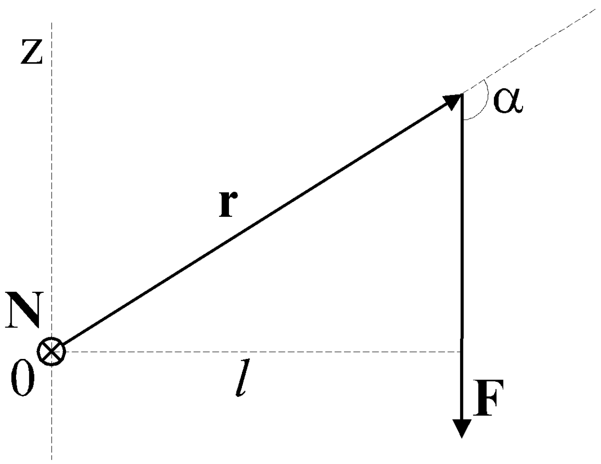
Это и есть закон изменения момента импульса или уравнение моментов. В каждый $N_{iвнеш}$ входит произведение трех величин r_i, $F_{iвнеш}$ и $\sin \alpha_I$. Если одна из них =0 то данный член вклада не дает. Один из возможных вариантов, если все $F_{iвнеш}$ =0 т. е. система замкнута , то $dL/dt = 0$ и $L = const$

- Закон сохранения момента импульса**: если сумма моментов внешних сил равна нулю, то момент импульса системы не изменяется с течением времени** (верно как относительно точки, так и оси).

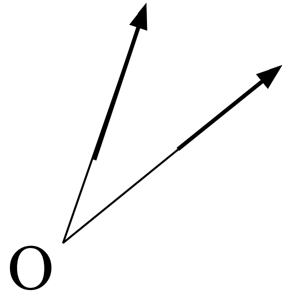
Применимость закона сохранения момента импульса

Закон сохранения момента импульса может работать и для незамкнутых систем в следующих случаях:

1) Если сумма моментов внешних сил равна нулю.

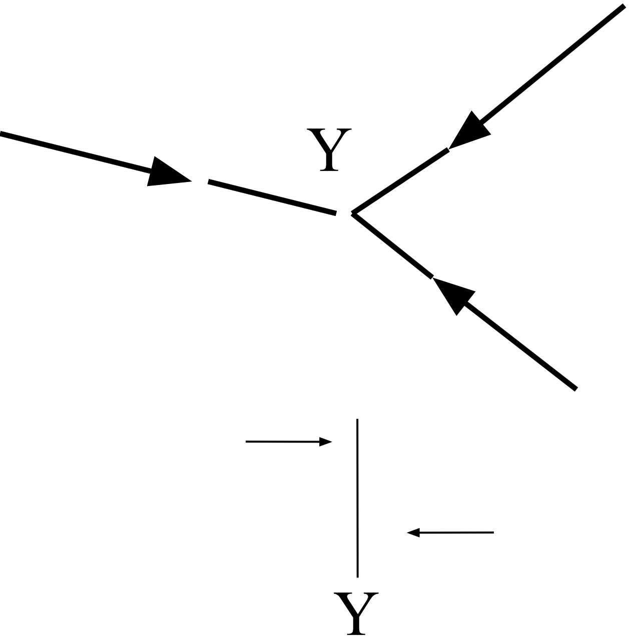


2) Если все внешние силы направлены вдоль одной оси, то их моменты относительно любой оси, имеющей то же направление, равны нулю. Поэтому сохраняется момент импульса системы относительно таких осей (ось z на рис.)



3) Если все внешние силы являются центральными с общим центром, то моменты этих сил относительно центра O равны нулю ($\alpha=0$ и $\sin\alpha=0$). Поэтому сохраняется момент импульса системы относительно этого центра O.

Применимость закона сохранения момента импульса



4) Если все внешние силы направлены по прямым, проходящим через некоторую ось Y, то момент импульса системы относительно этой оси будет постоянным (α=180 и sinα=0).

Закон сохранения момента импульса обусловлен изотропностью пространства, что означает одинаковость свойств пространства по всем направлениям.

Абсолютно твердое тело

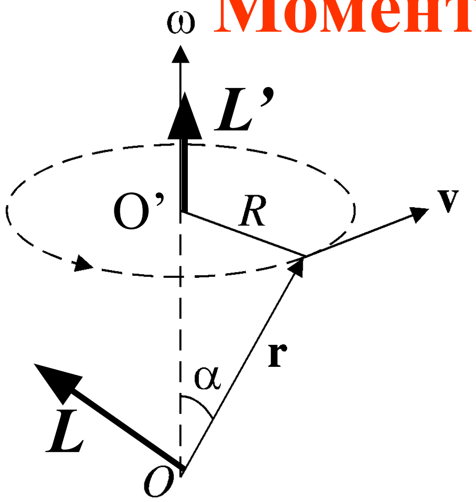
Под твердым телом будем подразумевать абсолютно твердое тело, в котором расстояния между любыми двумя точками неизменны. Твердое тело можно представить как совокупность большого количества очень малых масс Δm_i , которые можно считать МТ.

Теорема о движении центра масс твердого тела:

центр масс твердого тела движется так, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе тела, и к которой приложены все внешние силы, действующие на тело.

Т.е. раньше мы говорили о МТ и о систем МТ и ее центре масс теперь еще и об абсолютно твердом теле.

Момент инерции МТ относительно оси вращения



Величина угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$

Изменение угловой скорости со временем определяется вектором углового ускорения

$$\boldsymbol{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta t} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$$

При вращении по окружности **момент импульса МТ *L*** <u>относительно точки О</u>: $\boldsymbol{L} = [\boldsymbol{r}, m\boldsymbol{v}]$ и направления векторов ***L*** и ***ω*** не совпадают если точка О не в центре окружности. Если движение идет по окружности и точка О' в центре окружности то направления векторов ***L'*** и ***ω*** совпадают.

$$L' = Rmv\sin 90^0 = Rmv = Rm \cdot \omega R = mR^2\omega = I\omega$$

Скалярная величина $I = mR^2$ **называется моментом инерции материальной точки относительно оси вращения**.

Момент инерции твердого тела

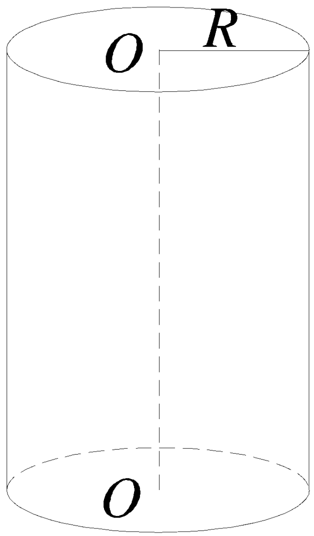
Твердое тело можно представить как систему **МТ**, удерживаемых внутренними силами на неизменных расстояниях друг от друга и по аналогии с **МТ** записать: $$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum \boldsymbol{N}_{внеш}$$

Пусть момент импульса i-й частицы , r_i — радиус окружности, по которой движется **МТ** Δm_i относительно оси вращения тела. Направление $\boldsymbol{L}_i$ относительно оси вращения всех точек тела одинаковое, так как в каждый момент времени направление и величина угловых скоростей всех точек одинаковы (тело твердое).

$$\boldsymbol{L} = \sum \boldsymbol{L}_i = \boldsymbol{\omega} \sum \Delta m_i \boldsymbol{r}_i^2 = I\boldsymbol{\omega}$$

Величина $I = \sum \Delta m_i \boldsymbol{r}_i^2$ называется **моментом инерции твердого тела** относительно данной оси. Направление векторов **L** и **ω** совпадают только в случае симметричного тела.

Момент инерции полого цилиндра



Найдем момент инерции **полого** цилиндра относительно его оси симметрии *OO*.

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 = R^2 \sum \Delta m_i = R^2 m = mR^2$$

где m — масса цилиндра.

Итак, момент инерции **полого** цилиндра прямо не зависит от высоты этого цилиндра (косвенно естественно зависит так как чем больше высота тем больше площадь и масса). Точно также выглядит и выражение для момента инерции **обруча.**

Момент инерции сложных тел

Для полного определения момента инерции более сложных тел выражение $I = \sum \Delta m_i r_i^2$ следует уточнить, устремив элемент Δm_i к нулю и найдя соответствующий предел:

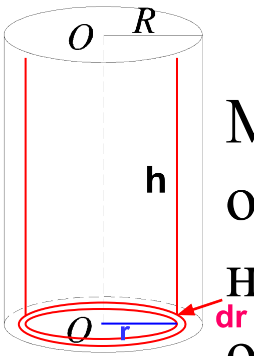
$$I = \lim_{\Delta m \to 0} \sum r_i^2 \Delta m_i$$

Как известно, такой предел называется интегралом:

$$I = \int r^2 dm = \int \rho\, r^2 dV$$

Интегрирование производится по всему объему тела V. Если плотность тела ρ постоянна, то ρ можно вынести из под знака интегрирования.

Момент инерции сплошного цилиндра



Момент инерции сплошного однородного цилиндра относительно оси симметрии OO можно найти разбив его на цилиндры радиуса r и толщиной dr. Так как объем одного слоя равен dV=2πrhdr то

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho\, dV = \int r^2 \rho\, 2\pi\, r\, h\, dr = 2\pi\, \rho\, h \int_0^R r^3 dr =$$

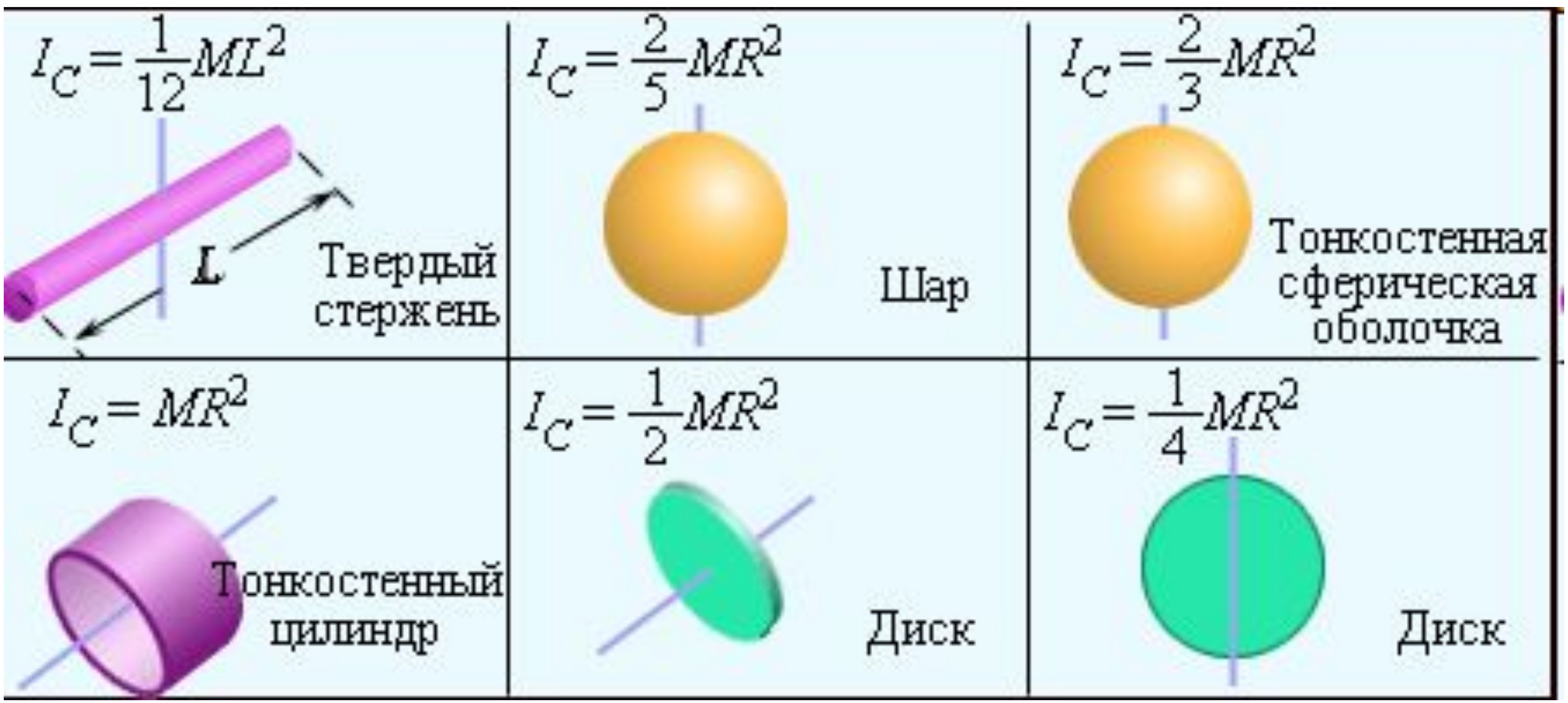
$$2\pi\, \rho\, h \frac{R^4}{4} = \rho\, (\pi R^2 h) \frac{R^2}{\boxed{2}} = \rho V \frac{R^2}{\boxed{2}} = \frac{mR^2}{2}$$

масса цилиндра m

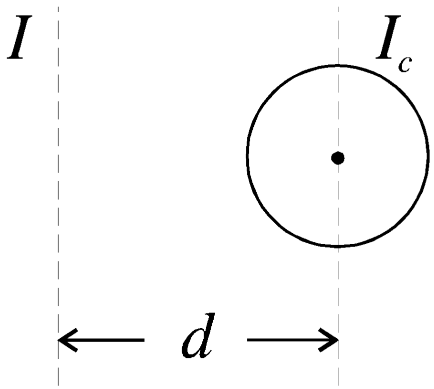
ρ - плотность, dr и h –толщина и высота цилиндра . А у полого цилиндра было mR^2.

Чем удаленнее масса от центра тем больше I.

Моменты инерции I_C некоторых однородных твердых тел относительно оси, проходящей через центр инерции



Теорема Штейнера

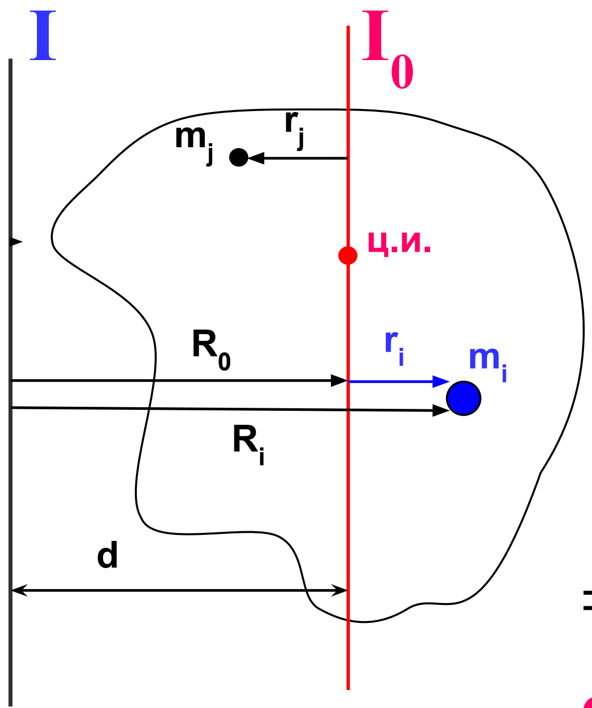


Зная момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, момент инерции относительно произвольной оси вычисляют по **теореме Штейнера:**

момент инерции относительно произвольной оси I равен сумме момента инерции I_c относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями d.

$$I = I_c + md^2$$

Вывод теоремы Штейнера



$$\vec{R}_i = \vec{R}_0 + \vec{r}_i$$

$$I = \sum m_i \vec{R}_i^2 = \sum m_i (\vec{R}_0 + \vec{r}_i)^2 =$$

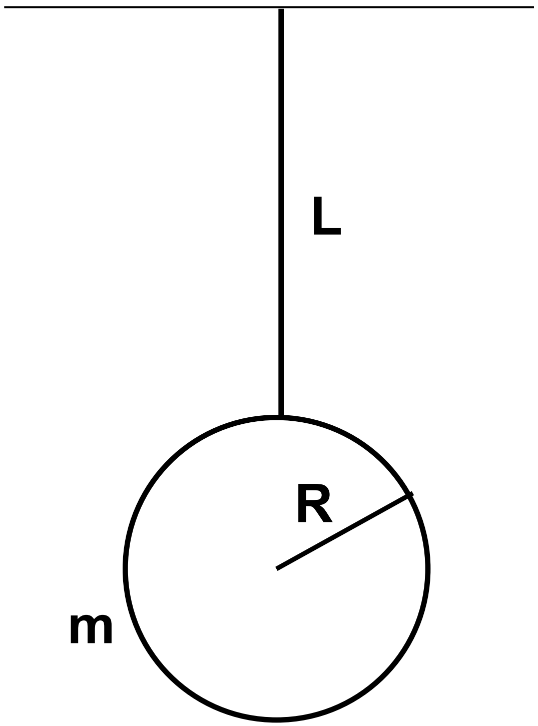
$$= \sum m_i \vec{R}_0^2 + \sum m_i 2\vec{R}_0 \vec{r}_i + \sum m_i \vec{r}_i^{\,2} =$$

$$= \underbrace{\vec{R}_0^2}_{d^2} \sum m_i + 2\vec{R}_0 \underbrace{\sum m_i \vec{r}_i}_{0} + \underbrace{\sum m_i \vec{r}_i^{\,2}}_{I_0}$$

Т.к. $\vec{r}_i$ направлены во все стороны относительно центра инерции они взаимно компенсируются, если тело симметричное. В случае несимметричного тела взаимно компенсируются произведения $\vec{m}_i \vec{r}_i$

$$\boxed{I = I_0 + md^2}$$

Вычислим по теореме Штейнера момент инерции диска на нити



$$I = I_0 + md^2$$

$d = (L+R)$ $\quad$ $I_0 = 1/2\ mR^2$

$$I = 1/2mR^2 + m(L+R)^2$$

Если $L=0$ (ось проходит через край диска)

$$I = 1/2mR^2 + mR^2 = 3/2mR^2$$

Уравнение моментов для материальной точки

Как уже говорилось момент импульса МТ, двигающейся по окружности:

$$\boldsymbol{L} = \mathrm{mR}^2\boldsymbol{\omega} = \mathrm{I}\boldsymbol{\omega}$$

Производная по времени равна:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \mathrm{I}\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \mathrm{I}\boldsymbol{\beta}$$

В соответствии с законом изменения момента импульса для **МТ** получаем:

$$\mathrm{I}\boldsymbol{\beta} = \sum_{i} \boldsymbol{N}_{i\text{внеш}}$$

Момент инерции в природе

Самолеты убирают шасси во время полета, а, например, пчелы, напротив, вытягивают вперед задние лапки для того, чтобы лететь устойчиво с большей скоростью.

При максимальной скорости в 7.25 метров в секунду пчелы теряют вращательную устойчивость. Это говорит о том, что скорость пчелы ограничивает не сила мускулов или амплитуда машущих крыльев, а наклон тела и умение балансировать в неустойчивом положении. Т.е. до определенной скорости пчелы умеют управлять своим моментом инерции и изменять момент импульса так, чтобы обеспечить условия равновесия (нулевую сумму моментов внешних сил).

Уравнение моментов

Заменив в выражении для кинетической энергии $T = \frac{m\boldsymbol{v}^2}{2}$ массу на момент инерции I, а скорость $\boldsymbol{v}$ на угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$ получим кинетическую энергию вращающегося вокруг неподвижной оси тела или просто подставив v=ωR:

$$T = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Подставим момент импульса тела $\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = I\boldsymbol{\beta} = \sum \boldsymbol{N}_{\text{внеш}}$$

Это закон изменения момента импульса твердого тела или основной закон динамики для вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Как и в случае с **МТ** можно сопоставить все величины для поступательного и вращательного движения.

Механика поступательного и вращательно движения относительно неподвижной оси

Все выражения для **МТ** и для твердого тела внешне очень похожи. 2-й закон Ньютона:

$$\frac{dp}{dt} = m\boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F}_i \qquad \frac{dL}{dt} = I\boldsymbol{\beta} = \sum_{\boldsymbol{i}} \boldsymbol{N}_{\text{iвнеш}}$$

Аналогами также являются:

координата x - угол ϕ,

линейная скорость $\boldsymbol{v}$ - угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$,

линейное ускорение $\boldsymbol{a}$ - угловое ускорение $\boldsymbol{\beta}$,

масса m - момент инерции I,

сила $\boldsymbol{F}$ - момент силы $\boldsymbol{N}$,

импульс $\boldsymbol{p}$ - момент импульса $\boldsymbol{L}$,

кинетическая энергия $mv^2/2$ - кинетическая энергия $I\boldsymbol{\omega^2/2}$,

работа $dA=F_s ds$ - работа $dA=N_\omega d\phi$

мощность $P=F_v v$ - $P=N_\omega \boldsymbol{\omega}$