



- ⦿ Характер распределения изучаемых явлений, как правило, выявляют при анализе вариационных рядов, которые в силу этого носят еще название рядов распределения.
- ⦿ Результаты многих клинических, лабораторных и других исследований, представленные в количественном выражении, часто многочисленны и вместе с тем малодоступны для общего их обзора. В силу этого без соответствующей обработки они не пригодны для анализа. Необходимо получить обобщенные характеристики в виде средних величин и различных критериев разнообразия.

- Методику построения вариационного ряда рассмотрим на следующем примере. При измерении времени задержки дыхания у 50 женщин в возрасте 30-45 лет, приступивших к занятиям по общефизической подготовке, получены следующие данные (табл.1).

Методику построения вариационного ряда рассмотрим на следующем примере. При измерении времени задержки дыхания у 50 женщин в возрасте 30-45 лет, приступивших к занятиям по общефизической подготовке, получены следующие данные (табл. 1).

Таблица 1

Результаты измерения задержки дыхания после вдоха у 50 женщин в возрасте 30-45 лет (в секундах).

45	35	28	51	27
38	40	18	56	41
47	40	30	47	23
40	49	64	40	23
41	31	42	41	38
39	36	24	46	34
33	22	18	56	57
29	60	26	44	35
34	28	32	38	29
35	21	30	37	40

- Материалы, приведенные в таблице 1 не могут быть проанализированы без предварительной обработки и систематизации, что позволит сделать их удобными для анализа, доступными для вычисления показателей. Следовательно из этих данных надо построить вариационный ряд.
- Вариационный ряд*– это ряд числовых измерений определенного признака, отличающихся друг от друга по своей величине расположенных в определенном порядке.
- Вариационный ряд состоит из вариантов ( $V$ ) и соответствующих им частот ( $p$ ). *Вариантой* ( $V$ ) называют каждое числовое значение изучаемого признака. *Частота* ( $p$ ) - абсолютная численность отдельных вариантов в совокупности, указывающая, сколько раз встречается данная варианта в вариационном ряду.
- Общее число случаев наблюдений, из которых вариационный ряд состоит, обозначают буквой ( $n$ ).
- Построить вариационный ряд – значит упорядочить количественное распределение единиц совокупности по значениям признака, а затем подсчитать числа единиц совокупности с этими значениями (построить групповую таблицу).
- Ряд вариант одного и того же признака, расположенных в определенном порядке (по степени возрастания или убывания), с соответствующими им частотами, образуют вариационный ряд (пример: распределение новорожденных по весу, призывников по росту, и т.п.).*

# Формы вариационного ряда

- Выделяют три формы вариационного ряда: ранжированный ряд, дискретный ряд и интервальный ряд.
- *Ранжированный ряд* – это распределение отдельных единиц совокупности в порядке возрастания или убывания исследуемого признака. Ранжирование позволяет легко разделить количественные данные по группам, сразу обнаружить наименьшее и наибольшее значения признака, выделить значения, которые чаще всего повторяются.
- По характеру вариации различают дискретные (прерывные) и непрерывные признаки.
- *Дискретный ряд* – это такой вариационный ряд, в основу построения которого положены признаки с прерывным изменением (дискретные признаки). К последним можно отнести тарифный разряд, количество детей в семье, число работников на предприятии и т.д. Эти признаки могут принимать только конечное число определенных значений.
- Дискретный вариационный ряд представляет таблицу, которая состоит из двух граф. В первой графе указывается конкретное значение признака, а во второй – число единиц совокупности с определенным значением признака.

- ⊙ Если признак имеет непрерывное изменение (размер дохода, стаж работы, стоимость основных фондов предприятия и т.д., которые в определенных границах могут принимать любые значения), то для этого признака нужно строить *интервальный вариационный ряд*.
- ⊙ Групповая таблица здесь также имеет две графы. В первой указывается значение признака в интервале «от - до» (варианты), во второй – число единиц, входящих в интервал (частота).

Вариационные ряды бывают простые или несгруппированные, которые составляют, как правило, при малом числе наблюдений (до 30 единиц наблюдения), и сгруппированные, которые составляют при большом числе наблюдений (более 30 единиц наблюдения).

- ⊙ Если исследователь имеет не более 30 наблюдений, то достаточно все значения признака расположить в нарастающем или в убывающем порядке (от максимальной варианты до минимальной или наоборот) и указать частоту каждой варианты. При большом числе наблюдений (более 30) вариационный ряд рекомендуется сгруппировать.

- Для выбора количества групп в вариационном ряду необходимо учитывать число наблюдений, а также разность между максимальным и минимальным значениями вариантов.
- При числе наблюдений от 31 до 100 рекомендуется иметь 5-6 групп, от 101 до 300 - от 6 до 8 групп, от 300 до 1000 наблюдений можно использовать от 10 до 15 групп (табл. 2).

Таблица 2

Число групп в зависимости от числа наблюдений

n – число наблюдений	31-100 101-300	300-1000
r – число групп	5-6 6-8	10-15

# Этапы построения сгруппированного вариационного ряда.

- Построение сгруппированного ряда складывается из нескольких этапов (рис. 1):
- ***Рис. 1. Этапы построения сгруппированного вариационного ряда.***
- *I этап: определение количества групп в вариационном ряду.*
- При большом количестве групп ряд получается громоздким, что ведет к трудностям вычисления показателей. При малом числе групп в ряду интервал велик. Это приводит к крайне нежелательному снижению точности характеристик ряда, рассчитываемых на следующем этапе работы.
- При большом колебаний признака его максимальные величины могут не соответствовать размерам последней группы и будут вне ее. В этом случае необходимо увеличить число групп с тем, чтобы можно было включить эти крайние варианты.
- *II этап: определение величины интервала ( $i$ ) между группами.* Определяя величину интервала между группами, амплитуду вариационного ряда (разность между максимальным и минимальным значениями вариант) делят на число групп (см.



$$\text{Величина интервала } i = \frac{V_{\max.} - V_{\min.}}{r \text{ число групп}} = \frac{64 - 46}{10} = \frac{46}{10} = 4,6 \text{ сек.}$$

- ⊙ Полученный интервал округляется до целого числа – 5.
- ⊙ *III этап: определение начала, середины и конца группы.* Прежде всего, необходимо определить середину для первой группы. В нашем примере максимальная варианта равна 64. Поскольку середина группы должна делиться на величину интервала, то за середину первой группы следует взять варианту, равную 65, которая будет ближайшей к максимальному значению и без остатка разделится на величину интервала, равного 5. Середины для других групп находят следующим образом: от середины каждой предыдущей группы отнимают величину интервала. Так, если середина первой группы – 65, то середина второй группы равна 60 (65-5), середина третьей группы – 55 (60-5) и т. д. (табл. 3). После составления ряда из величин, принятых за середину группы – 65, 60, 55, 50 и т.д., нужно определить границы (начало и конец) этих групп. При этом следует иметь в виду, что границы не должны повторяться, иначе трудно будет распределить варианты по группам и построить вариационный ряд.

- Определяя начало группы, к ее середине прибавляют величину  $i-1/2$ , вычитая же ее из середины, получают конец группы. В нашем примере  $i-1/2=5-1/2=2$ . Прибавив 2 к середине первой группы, получим 67 (начало группы), ее концом будет:  $65-2 = 63$  (см. табл. 3).
- Границы должны составленны так, чтобы значения вариант не оказывались между группами, нежелательны также открытые группы. Например, «свыше 60» или «менее 20» и т. д.

# Распределение женщин 30-44 лет по времени задержки дыхания после вдоха (в секундах)

## ● Таблица 3.

Начало группы	Середина группы	Конец группы	Варианты (V)	Частоты (p)
67	65	63	67-63	1
62	60	58	62-58	1
57	55	53	57-53	3
52	50	48	52-48	2
47	45	43	47-43	5
42	40	38	42-38	13
37	35	33	37-33	8
32	30	28	32-28	8
27	25	23	27-23	5
22	20	18	22-18	4
				$\sum p = 50$ $\sum p = n$

- *IV этап: распределение случаев наблюдения по группам.* Для разности рекомендуется использовать карточки, на каждой из которых записана величина варианты. Карточки раскладывают по пачкам соответственно размерам показателей в группе. Подсчитывают количество карточек в каждой пачке и результаты записывают по группам, получая, таким образом, частоты (р) вариационного ряда.
- *V этап: графическое изображение вариационного ряда.* Для углубленного анализа полученных данных большее значение имеет правильное построение графического изображения вариационных рядов (рис. 2).
- Основные правила построения графических изображений вариационных рядов заключается в следующем:
- - необходимо построить оси координат: ось абсцисс (х) и ось ординат (у). Ось абсцисс служит для изображения градаций (середины групп) изучаемого признака (рост, масса тела, уровень белка в крови и т. д.), ось ординат – для изображения числа случаев с данной величиной признака;
- - при построении осей координат надо соблюдать определенные соотношения между длиной осей абсцисс и ординат ( $x:y = 4:3$ ).

- ◎ Вариационный ряд является одним из типов распределения признака в статистической совокупности и служит для вычисления средних величин.
- ◎ Например: вариационный ряд: 18, 18, 19, 20, 21, 26, ..., 64  $n = 50$ 
  1.  $r(\text{число групп}) = 10$
  2.  $i = 64 - 18 / 10 = 4,6$
- ◎ Интервал всегда целое число, округляем до 5.

- 3) Находим границы группы [18,19,20,21,22], 5 возможных числовых значений, т.к.  $i = 5$
- Находим середину группы (20 – середина группы).
- 4) Распределяем совокупность по группам
- В 1 группу войдут от 18 до 22
- 1 группа [5 вариантов]
- 2 группа.....
- 3 группа..... и т.д.

- 5) Строим графическое изображение (делается для наглядности)
- а) строим оси: абсцисс (  $x$  ), ординат (  $y$  )
- $y$
- $x$
- б) ось абсцисс ( $x$ ) служит для изображения середины групп, ось ординат
- ( $y$ ) - числа вариант в группе

# Средние величины. Виды средних величин.

- При изучении общественного здоровья (например, показателей физического развития), анализ деятельности учреждений здравоохранения за год (длительность пребывания больных на койке и др.), оценке работы медицинского персонала (нагрузка врача на приеме и др.) часто возникает необходимость получить представление о размерах изучаемого признака в совокупности для выявления его основной закономерности.
- Оценить размер признака в статистической совокупности, изменяющегося по своей величине, позволяет лишь его обобщающая характеристика, называемая средней величиной.
- Итак, *средняя величина* представляет собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени, т.е. средняя величина позволяет одним числом количественно охарактеризовать качественно однородную совокупность.



- ◎ *К средним величинам предъявляются следующие требования:*
- ◎ — средняя должна характеризовать качественно однородную совокупность;
- ◎ — средние должны исчисляться по данным большого числа единиц, составляющих совокупность, то есть отображать массовые социально-экономические явления.
- ◎ *Средние величины применяются:*
  - для оценки состояния здоровья — например, параметров физического развития (средний рост, средняя масса тела, среднее значение жизненной емкости легких и др.), соматических показателей (средний уровень сахара в крови, средняя величина пульса, средняя СОЭ и др.);
  - для оценки организации работы лечебно-профилактических и санитарно-противоэпидемических учреждений, а также деятельности отдельных врачей и других медицинских работников (средняя длительность пребывания больного на койке, среднее число посещений на 1 час приема в поликлинике и др.);
  - для оценки состояния окружающей среды

- Средние величины получаются из рядов распределения (вариационных рядов). В таком ряду количественно изменяющийся признак носит название варьирующего, а отдельные его количественные выражения называются вариантами (V). Числа, показывающие, как часто встречается та или иная варианта в составе данного ряда, носят название частот (P).
- Полученные при исследовании одного и того же признака у единиц наблюдения статистической совокупности абсолютные величины сначала записывают в том порядке, как их получает исследователь, т.е. хаотично.
- Различают несколько видов средних величин: мода, медиана, средняя арифметическая, средняя геометрическая, средняя гармоническая и т.д.
- Модой ( $M_o$ ) называется та варианта, которой соответствует наибольшее количество частот вариационного ряда.

- В санитарной статистике применение моды довольно ограничено. Модой можно пользоваться для оценки средней длительности заболеваний, особенно при малом количестве больных данной болезнью. В том случае несколько больных с особо длительными или очень короткими сроками лечения окажут значительное влияние на величину средней арифметической величины, если воспользоваться ею для определения средней длительности заболевания. Здесь мода, т.е. обычная длительность заболевания, окажется более полезной для практического использования.
- Медианой ( $Me$ ) называется варианта, делящая вариационный ряд на две равные половины и расположенная в середине вариационного ряда, т.е. величина признака, занимающего в вариационном ряду срединное положение, если ряд нечетный, и если ряд четный, то определяется как полусумма двух средних вариантов. Для определения медианы надо найти середину ряда. При четном числе наблюдений за медиану принимают среднюю величину из двух центральных вариантов. При нечетном числе наблюдений медианой будет срединная (центральная) варианта.
- Медиана применяется в санитарной статистике относительно редко.
- Основным отличием медианы и моды от средней арифметической является то, что на их размеры не оказывают влияния величина крайних значений вариантов, имеющих в вариационном ряду, тогда как при определении средней арифметической принимаются во внимание значения всех вариантов.

# Виды средней арифметической

- Наиболее часто в характеристике вариационного ряда используют среднюю арифметическую.
- Различают три вида средней арифметической: простая, взвешенная и вычисленная по способу моментов. Средняя арифметическая, которая рассчитана в вариационном ряду, где каждая варианта встречается только 1 раз называется *средней арифметической простой* (табл. 4). Ее определяют по формуле:

$$M = \frac{\sum V}{n},$$

- где М – средняя арифметическая,
- V– варианта изучаемого признака,
  - n–число наблюдений.

- Если в исследуемом ряду одна или несколько вариантов повторяются несколько раз, то вычисляют *среднюю арифметическую взвешенную* (табл. 2), когда учитывается вес каждой варианты в зависимости от частоты ее встречаемости. Расчет такой средней проводят по формуле

$$M = \frac{\sum V * p}{n},$$

- где М – средняя арифметическая взвешенная;
- $\sum$  - знак суммы;
- V– варианты (числовые значения изучаемого признака);
- P– частота, с которой встречается одна и та же варианта признака, т.е. сумма вариантов с данным значением признака;
- n– число наблюдений, т.е., сумма всех частот или общее число всех вариантов ( $\sum p$ ).

- Таблица 4
- Определение среднего пульса у студентов-мужчин перед экзаменом
- (Расчет простой средней арифметической)

ПУЛЬС У СТУДЕНТОВ-МУЖЧИН (V)		ЧИСЛО СТУДЕНТОВ (p)	
72	68	1	
	69	1	
		1	
	76	1	
	77	1	
	79	1	
	80	1	
	84	1	
	86	1	
$\Sigma V = 691$		n = 9	
$M = \frac{\Sigma V}{n} = \frac{68+69+72+76+77+79+80+84+86}{9} = \frac{691}{9} = 76,8 \text{ уд/мин.}$			

- *Пример:* при определении среднего пульса у студентов перед экзаменом следует сначала вычислить  $\sum V_p$ , а затем среднюю величину:

$$M = \frac{\sum V_p}{26} = \frac{2000}{26} = 76,9 \text{ уд/мин. (табл. 5).}$$

Нередко при большом числе наблюдений для вычисления средней арифметической взвешенной используют сгруппированный вариационный (или разбитый на равные интервалы) ряд. Такой вариационный ряд должен быть непрерывным, варианты, расположенные в определенном порядке (возрастания или убывания), следуют друг за другом.

- Таблица 5
- Определение среднего пульса у студентов-мужчин перед экзаменом
- (Расчет взвешенной средней арифметической)

ПУЛЬС У СТУДЕНТОВ-МУЖЧИН (V)	ЧИСЛО СТУДЕНТОВ (p)	V * p
68	1	68
69	1	69
72	4	288
76	5	380
77	4	308
79	7	553
80	1	80
84	2	168
86	1	86
$\sum p = n = 26$ $\sum V \cdot p = 2000$ $M = 76,9 \text{ уд/мин.}$		



- При группировке вариационного ряда следует учитывать, что интервал выбирает исследователь, величина интервала зависит от цели и задач исследования.
- Число групп в сгруппированном вариационном ряду определяют в зависимости от числа наблюдений. При числе наблюдений от 31 до 100 рекомендуется иметь 5-6 групп, от 101 до 300 - от 6 до 8 групп, от 300 до 1000 наблюдений можно использовать от 10 до 15 групп. Расчет интервала (i) проводится по формуле:

$$i = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\text{число групп}}$$

- $V_{\max}$  – максимум,  $V_{\min}$  – минимум.

- Таблица 6
- Определение среднего роста студентов-мужчин 20-22 лет
- (Расчет взвешенной средней арифметической в сгруппированном ряду)

РОСТ СТУДЕНТОВ-МУЖЧИН (V), СМ.	ЦЕНТРАЛЬНАЯ ВАРИАНТА ГРУППЫ (V <sub>1</sub> ), СМ.	ЧИСЛО СТУДЕНТОВ (p)	V <sub>1</sub> · p
160-164	$\frac{160+164}{2} = 162$	4	648
165-169		21	3507
170-174		47	8084
175-179	$\frac{165+169}{2} = 167$	68	12036
180-184		54	9828
185-189	$\frac{170+174}{2} = 172$	18	3366
	$\frac{175+179}{2} = 177$		
	$\frac{180+184}{2} = 182$		
	$\frac{185+189}{2} = 187$		
$\Sigma p = n = 212$ $\Sigma V_1 \cdot p = 37469$ $M = \frac{\Sigma V_1 \cdot p}{n} = 176,74 \text{ см.}$			

Спасибо за внимание!