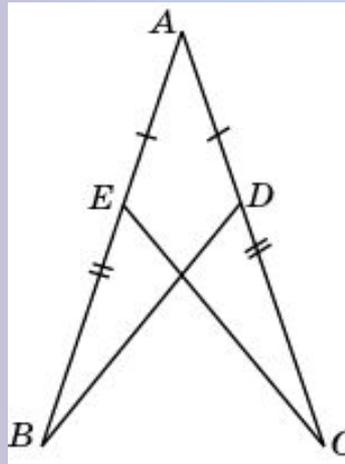


Признаки равенства треугольников

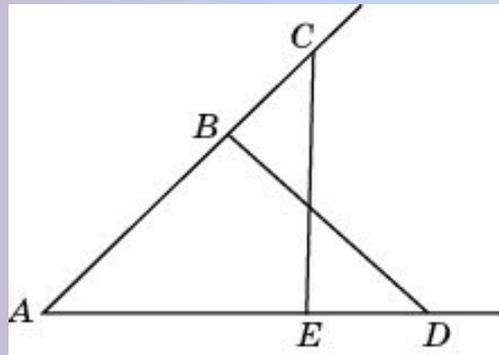
Решите задачу!

На рисунке $AB=AC$, $AE=AD$. Докажите, что $BD=CE$.



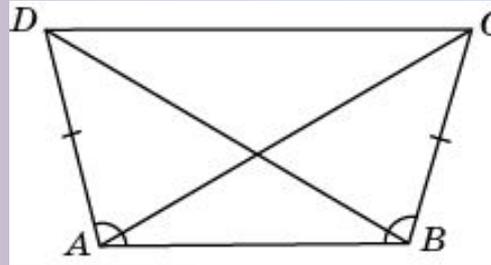
Решение. Треугольники ABD и ACE равны по первому признаку равенства треугольников ($AB=AC$, $AD = AE$, угол A общий). Следовательно, равны соответствующие стороны BD и CE этих треугольников.

На сторонах угла CAD отмечены точки B и E так, что точка B лежит на стороне AC , а точка E – на стороне AD , причем $AC = AD$ и $AB = AE$. Докажите, что угол CBD равен углу DEC .



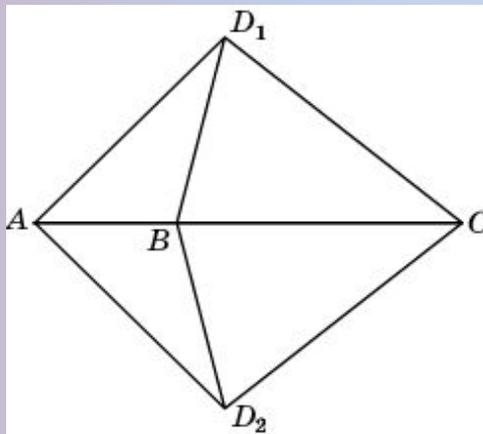
Решение. Треугольники ABD и ACE равны по первому признаку равенства треугольников ($AC = AD$, $AB = AE$, угол A общий). Следовательно, равны соответствующие углы ABD и AEC . Из равенства этих углов следует равенство смежных углов CBD и DEC .

На рисунке угол A равен углу B , $AD = BC$. Докажите, что $AC = BD$.



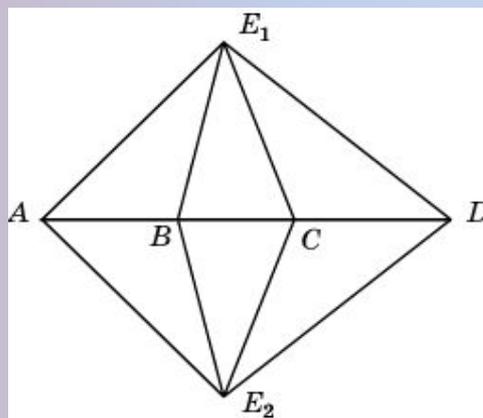
Решение. Треугольники ABC и BAD равны по первому признаку равенства треугольников (AB – общая сторона, $BC = AD$, угол ABC равен углу BAD). Следовательно, равны соответствующие стороны AC и BD этих треугольников.

Точки A , B , C принадлежат одной прямой. Точки D_1 и D_2 лежат по разные стороны от этой прямой. Докажите, что если треугольники ABD_1 и ABD_2 равны, то треугольники BCD_1 и BCD_2 тоже равны.



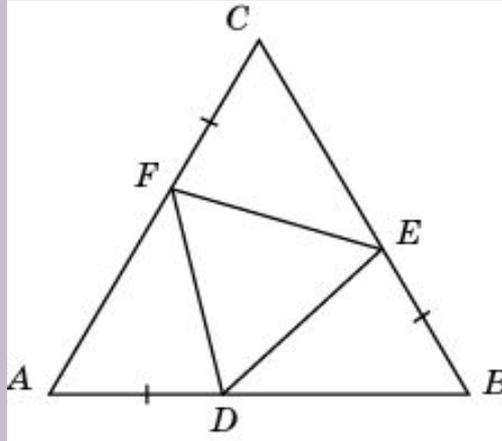
Решение. Из равенства треугольников ABD_1 и ABD_2 следует равенство соответствующих сторон BD_1 и BD_2 , а также равенство соответствующих углов ABD_1 и ABD_2 . Из равенства указанных углов следует равенство смежных с ними углов CBD_1 и CBD_2 . Треугольники BCD_1 и BCD_2 равны по первому признаку равенства треугольников ($BD_1 = BD_2$, BC – общая сторона, угол CBD_1 равен углу CBD_2).

Точки A, B, C, D принадлежат одной прямой. Точки E_1 и E_2 лежат по разные стороны от этой прямой. Докажите, что если треугольники ABE_1 и ABE_2 равны, то треугольники CDE_1 и CDE_2 тоже равны.



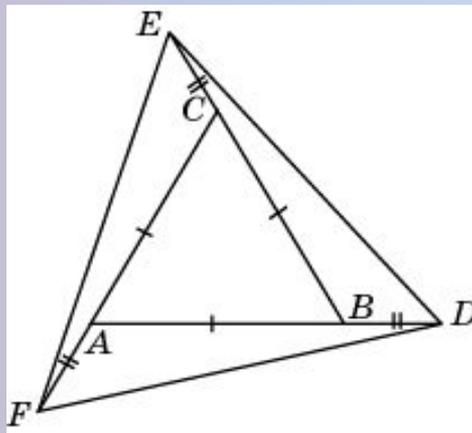
Решение. Из предыдущей задачи следует, что из равенства треугольников ABE_1 и ABE_2 вытекает равенство треугольников BCE_1 и BCE_2 , которое, в свою очередь, влечет равенство треугольников CDE_1 и CDE_2 .

На каждой стороне правильного треугольника ABC последовательно отложены равные отрезки AD , BE , CF . Докажите, что треугольник DEF тоже правильный.



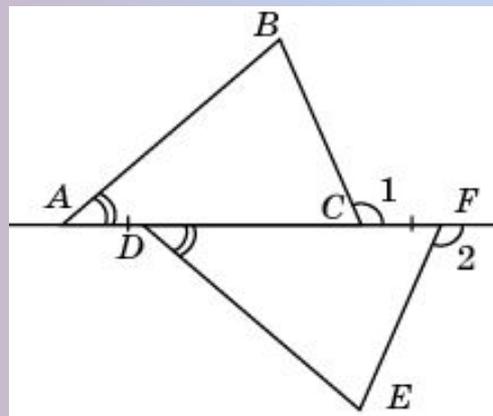
Решение. Из равенства сторон правильного треугольника и равенства отрезков AD , BE и CF следует равенство отрезков AF , CE и BD . Треугольники ADF , BED и CFE равны по первому признаку равенства треугольников ($AD = BE = CF$, $AF = BD = CE$, угол A равен углу B и равен углу C). Следовательно, равны соответствующие стороны DF , DE и EF этих треугольников. Значит, треугольник DEF тоже правильный.

На продолжении каждой стороны правильного треугольника ABC последовательно отложены равные отрезки BD , CE , AF . Докажите, что треугольник DEF тоже правильный.



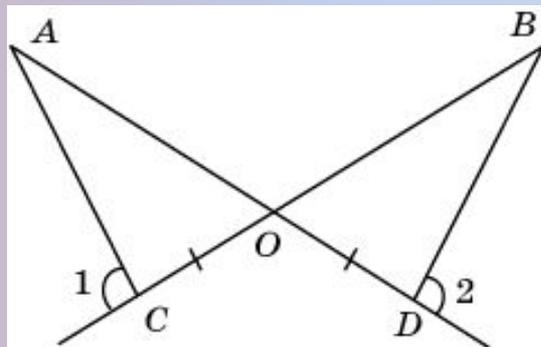
Решение. Из равенства сторон правильного треугольника ABC и равенства отрезков BD , CE и AF следует равенство отрезков AD , BE и CF . Из равенства углов правильного треугольника ABC следует равенство углов FAD , DBE и ECF . Треугольники ADF , BED и CFE равны по первому признаку равенства треугольников ($AD = BE = CF$, $AF = BD = CE$, угол FAD равен углу DBE и равен углу ECF). Следовательно, равны соответствующие стороны DF , DE и EF этих треугольников. Значит, треугольник DEF тоже правильный.

На рисунке дана фигура, у которой $AD = CF$, угол BAC равен углу EDF , угол 1 равен углу 2. Докажите, что треугольники ABC и DEF равны.



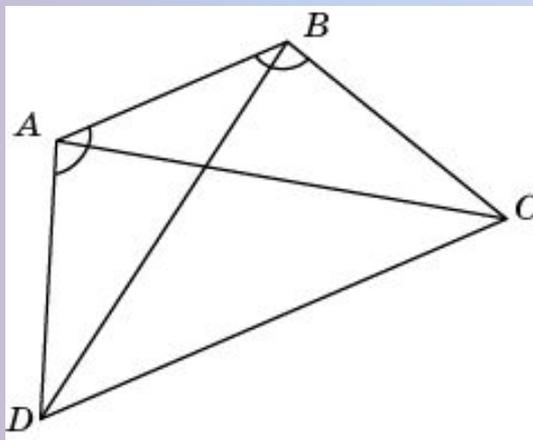
Решение. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных углов ACB и DFE . Из равенства отрезков AD и CF следует равенство отрезков AC и DF . Треугольники ACB и DFE равны по второму признаку равенства треугольников ($AC = DF$, угол BAC равен углу EDF , угол ACB равен углу DFE).

Лучи AD и BC пересекаются в точке O , угол 1 равен углу 2, $OC = OD$. Докажите, что $OA = OB$.



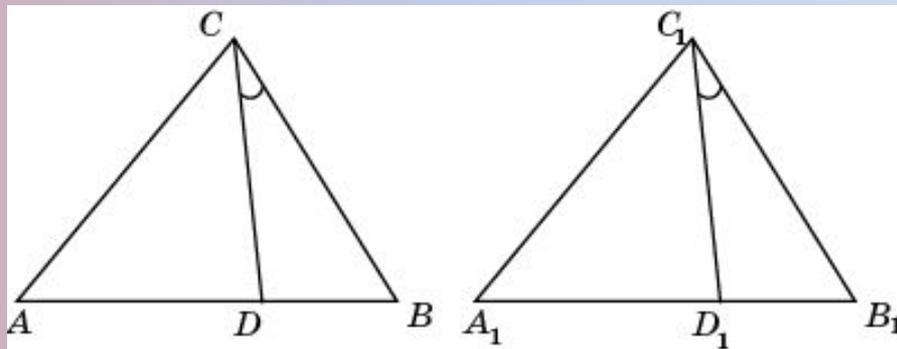
Решение. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов ACO и BDO . Треугольники ACO и BDO равны по второму признаку равенства треугольников ($CO = DO$, угол ACO равен углу BDO , угол AOC равен углу BOD). Следовательно, равны соответствующие стороны OA и OB этих треугольников.

В четырехугольнике $ABCD$ угол DAB равен углу CBA и диагонали AC и BD образуют со стороной AB равные углы. Докажите, что $AC = BD$.



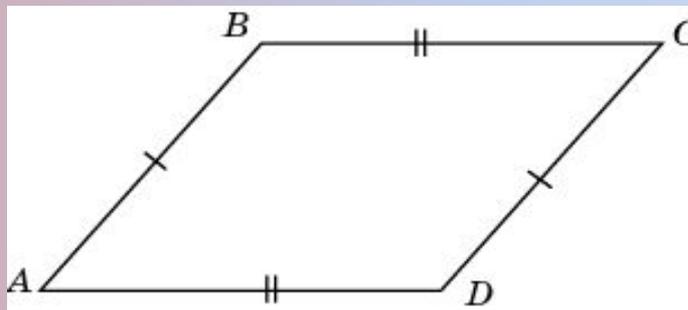
Решение. Треугольники ABC и BAD равны по второму признаку равенства треугольников (AB – общая сторона, угол ABC равен углу BAD , угол BAC равен углу ABD). Следовательно, равны соответствующие стороны AC и BD этих треугольников.

Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны. Отрезки CD и C_1D_1 образуют со сторонами соответственно CB и C_1B_1 равные углы. Докажите, что $AD = A_1D_1$.



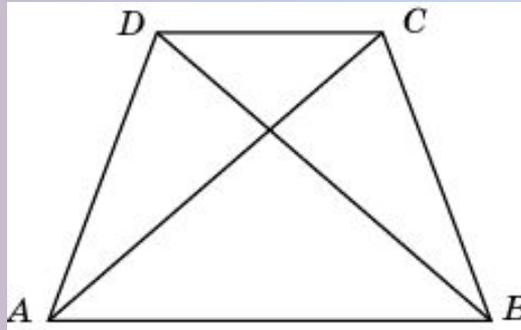
Решение. Из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ следует равенство соответствующих сторон BC и B_1C_1 , а также соответствующих углов B и B_1 . Треугольники BCD и $B_1C_1D_1$ равны по первому признаку равенства треугольников ($BC = B_1C_1$, угол B равен углу B_1 , угол BCD равен углу $B_1C_1D_1$). Следовательно, равны соответствующие стороны BD и B_1D_1 этих треугольников. Из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ следует равенство соответствующих сторон AB и A_1B_1 . Следовательно, имеет место равенство отрезков AD и A_1D_1 .

В четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$ и $AD = BC$. Докажите, что угол A равен углу C .



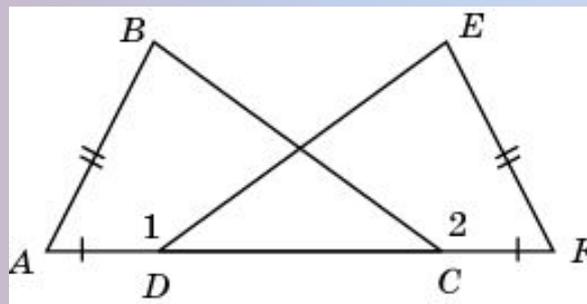
Решение. В четырехугольнике $ABCD$ проведем диагональ BD . Треугольники ABD и CDB равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $AD = BC$, BD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы A и C этих треугольников.

В четырехугольнике $ABCD$ $AD = BC$ и $AC = BD$. Докажите, что угол BAD равен углу ABC .



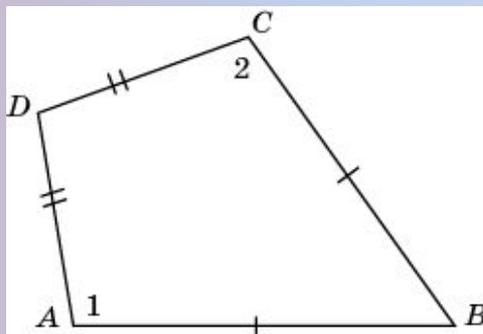
Решение. Треугольники ABC и BAD равны по третьему признаку равенства треугольников ($AD = BC$, $AC = BD$, AB – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы BAD и ABC .

На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



Решение. Из равенства отрезков AD и CF следует равенство отрезков AC и DF . Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = FE$, $BC = ED$, $AC = FD$). Следовательно, равны соответствующие углы ACB и FDE этих треугольников, а, значит, равны и смежные с ними углы 1 и 2.

На рисунке $AB = BC$, $AD = CD$. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



Решение. Проведем отрезок BD . Треугольники ABD и CBD равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CB$, $AD = CD$, BD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы 1 и 2 этих треугольников.