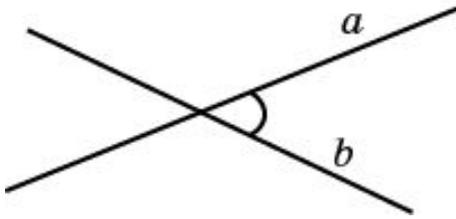
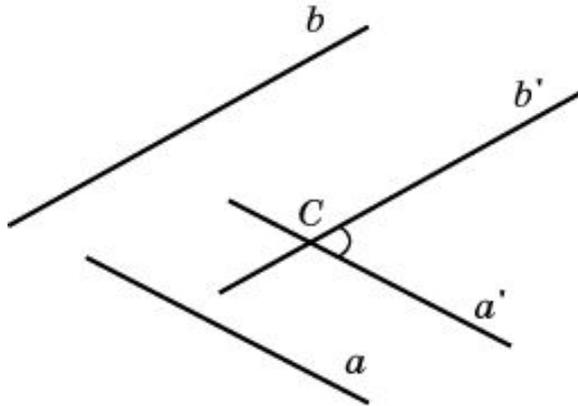


УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ



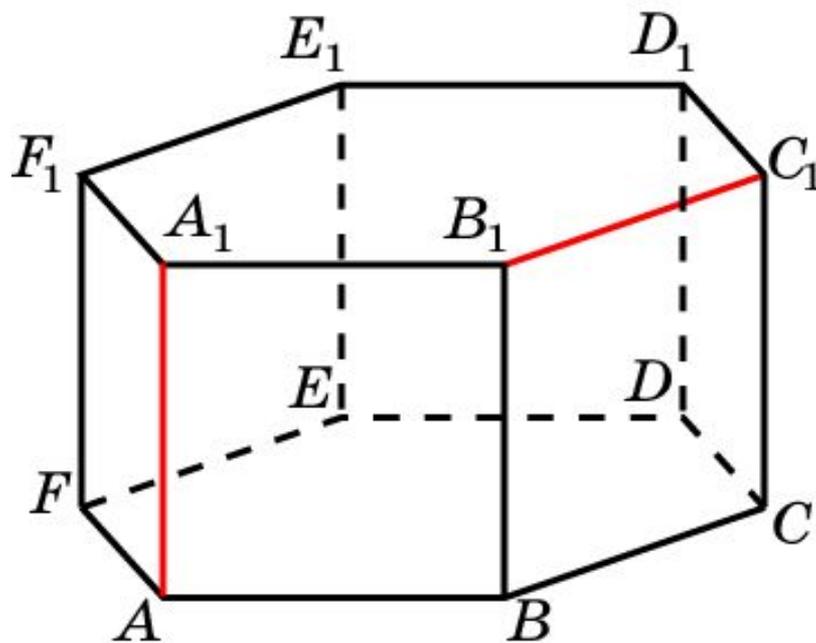
Углом между двумя пересекающимися прямыми в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами этих прямых с вершиной в точке их пересечения.



Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

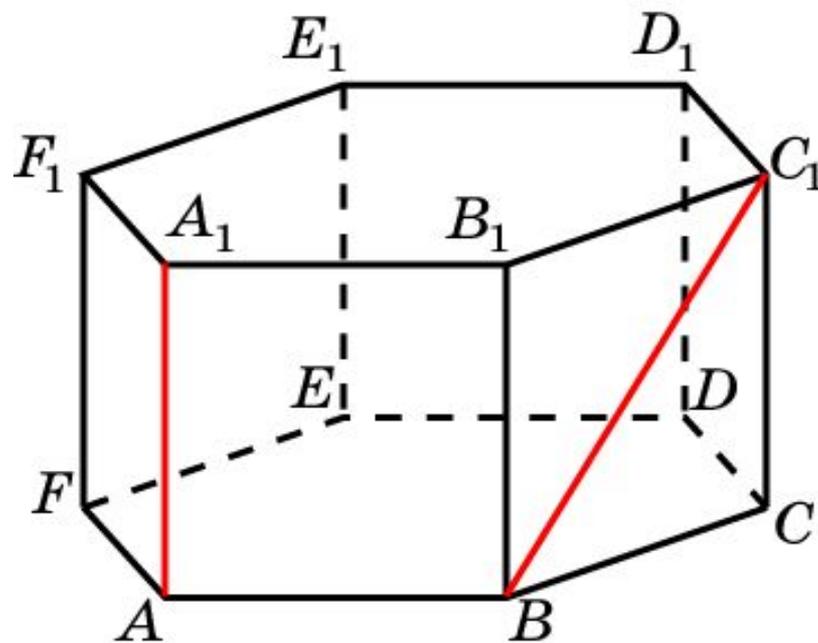
AA_1 и B_1C_1 .



Ответ: 90° .

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

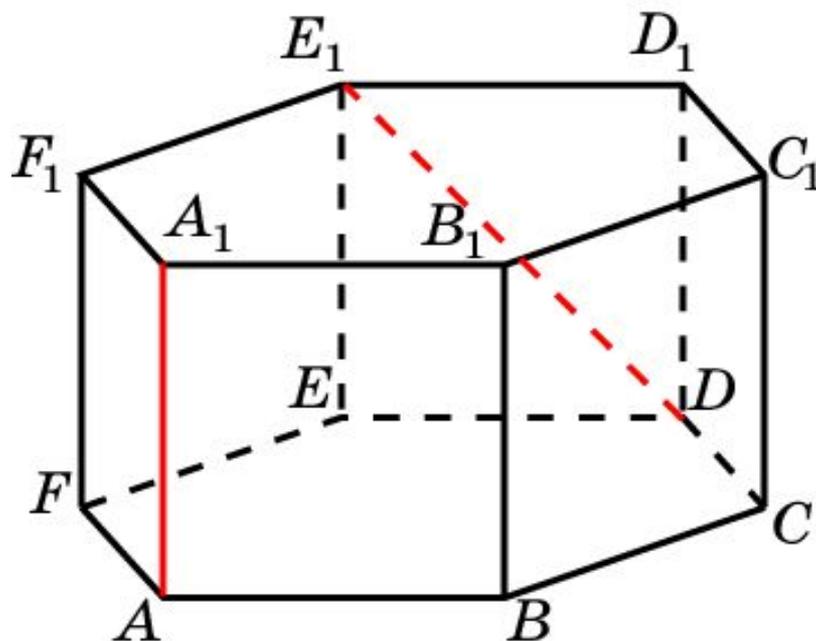
AA_1 и BC_1 .



Ответ: 45° .

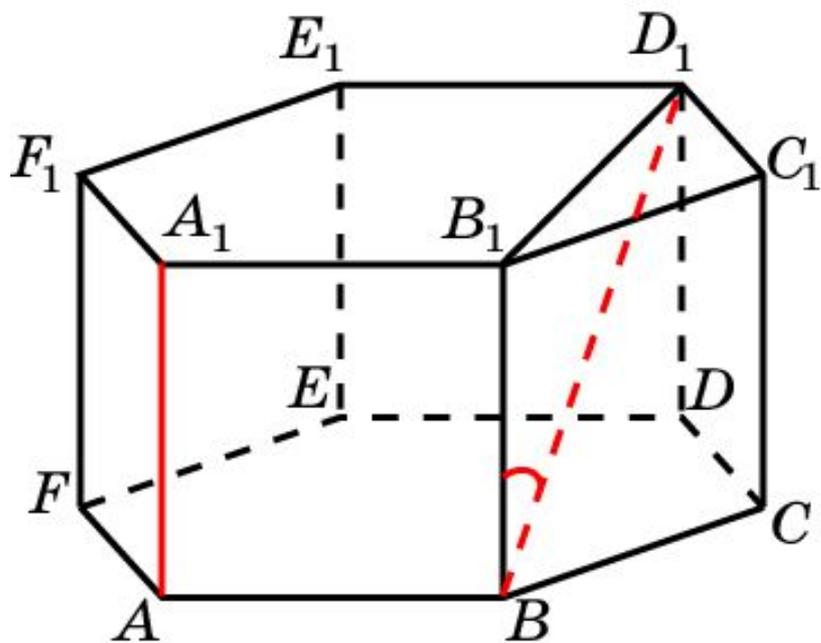
В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AA_1 и DE_1 .



Ответ: 45° .

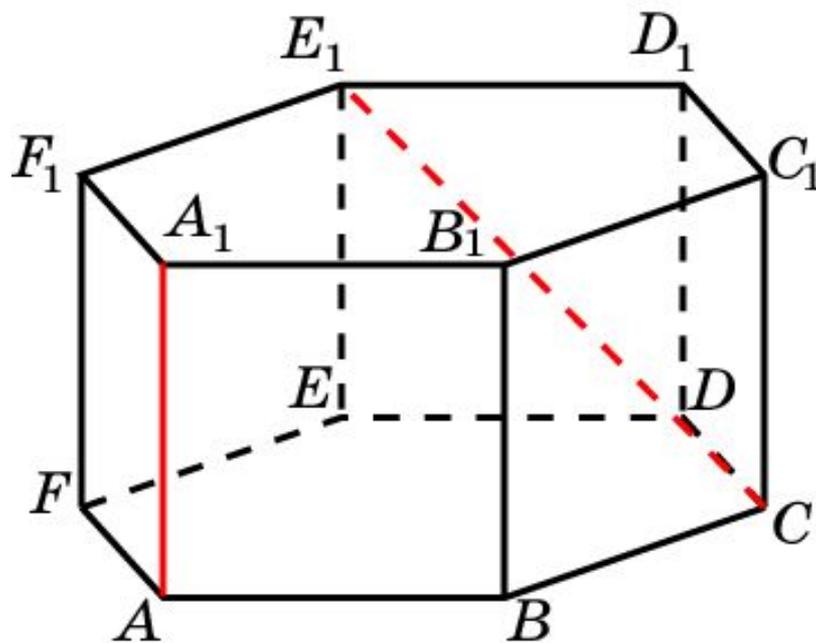
В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и BD_1 .



Решение: Искомый угол равен углу B_1BD_1 . В прямоугольном треугольнике B_1BD_1 $B_1D_1 = \sqrt{3}$; $B_1B = 1$; $BD_1 = 2$. Следовательно, $\varphi = 60^\circ$.

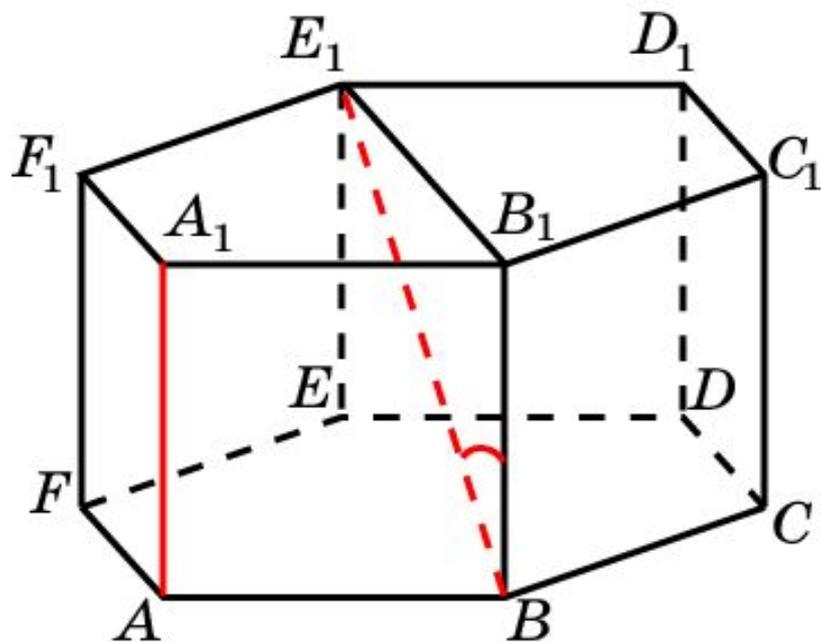
В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AA_1 и CE_1 .



Ответ: 60° .

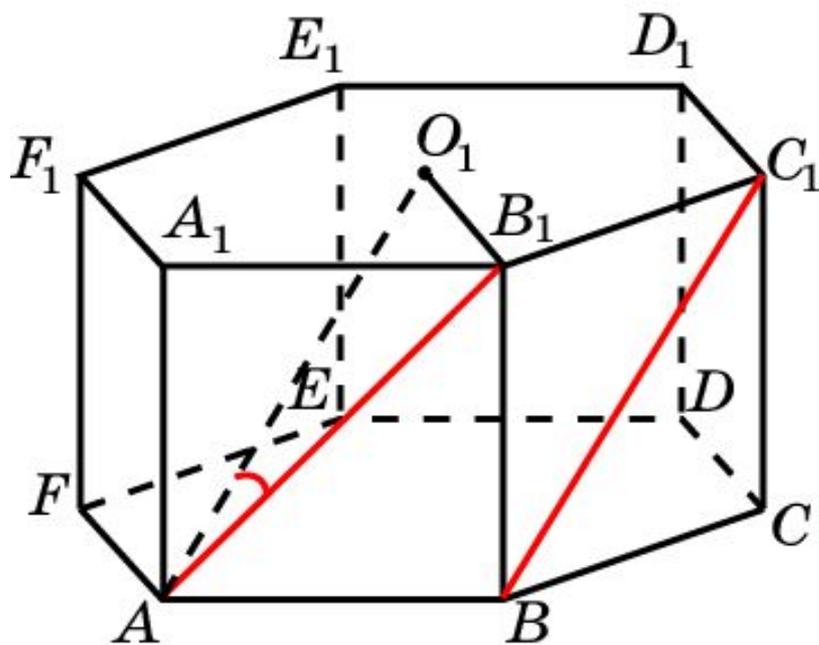
В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AA_1 и BE_1 .



Решение: Искомый угол равен углу B_1BE_1 . В прямоугольном треугольнике B_1BE_1 катет B_1E_1 равен 2; катет B_1B равен 1. Следовательно,

$$\operatorname{tg} \varphi = 2.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BC_1 .

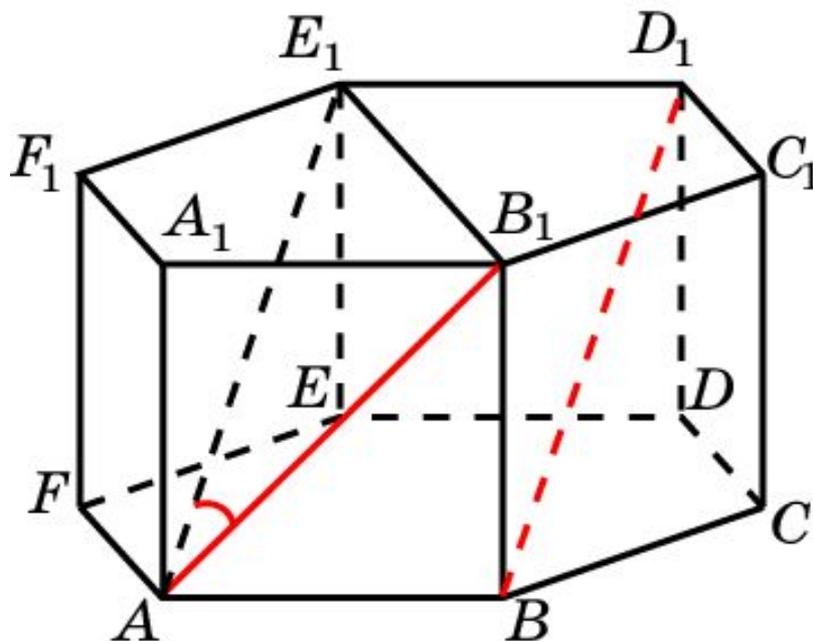


Решение: Пусть O_1 – центр правильного 6-ка $A_1...F_1$. Тогда AO_1 параллельна BC_1 , и искомый угол равен углу B_1AO_1 . В равнобедренном треугольнике B_1AO_1 $O_1B_1=1$; $AB_1=AO_1=\sqrt{2}$. Применяя теорему косинусов, получим

$$\cos \varphi = \frac{3}{4}.$$

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AB_1 и BD_1 .

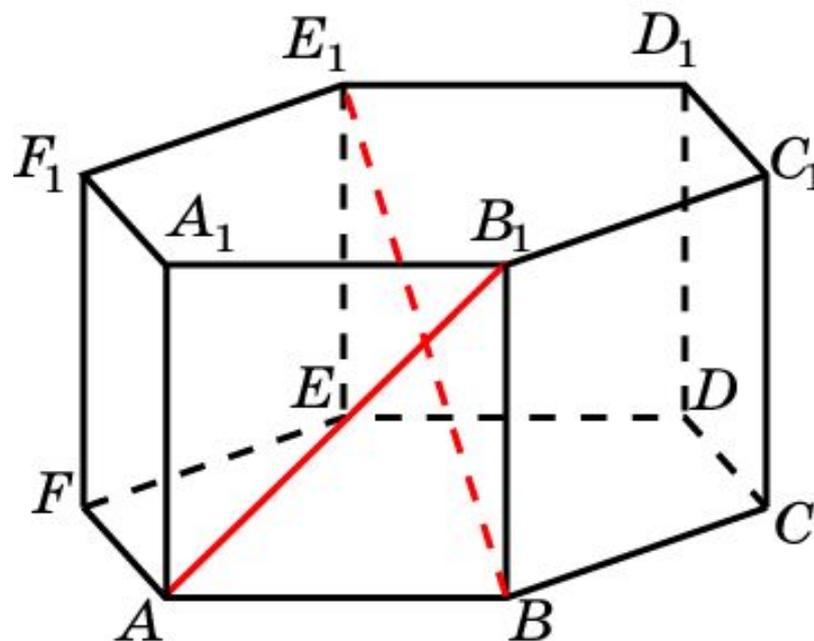


Решение: Искомый угол равен углу B_1AE_1 . В треугольнике B_1AE_1 $AB_1 = \sqrt{2}$; $B_1E_1 = AE_1 = 2$. Следовательно,

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

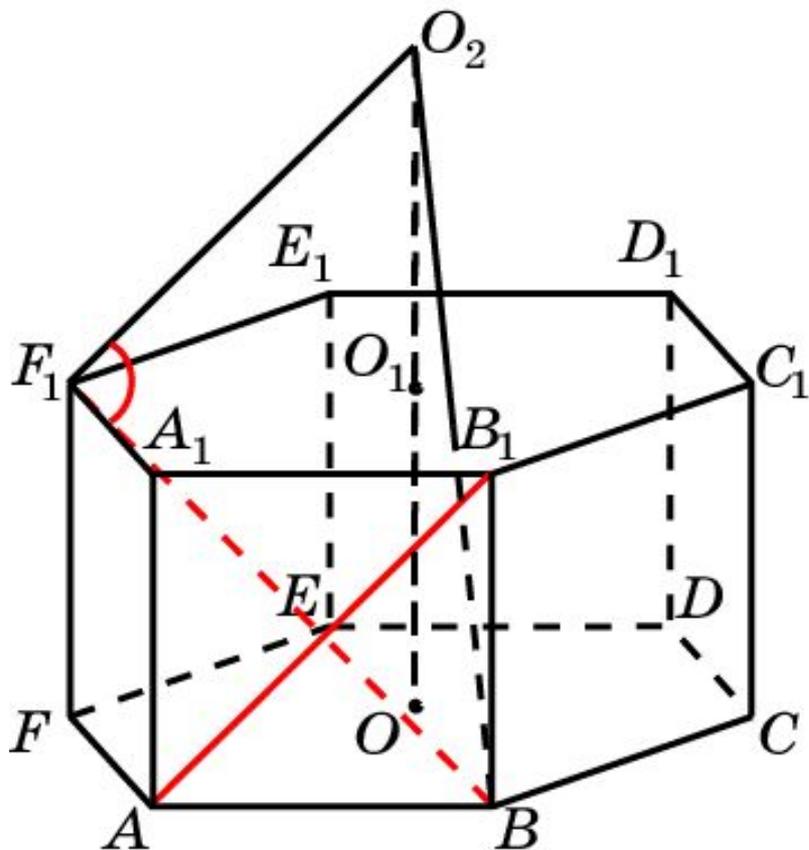
AB_1 и BE_1 .



Ответ: 90° .

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

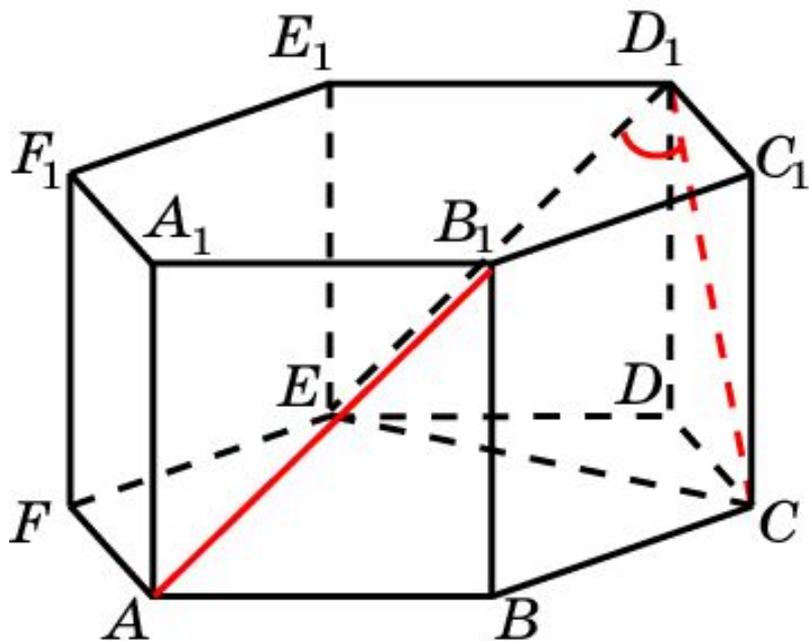
AB_1 и BF_1 .



Решение: Пусть O, O_1 – центры оснований призмы. На оси призмы отложим $O_1O_2 = OO_1$. Тогда F_1O_2 будет параллельна AB_1 , и искомый угол будет равен углу BF_1O_2 . В треугольнике BF_1O_2 $BO_2 = BF_1 = 2$; $F_1O_2 = \sqrt{5}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CD_1 .

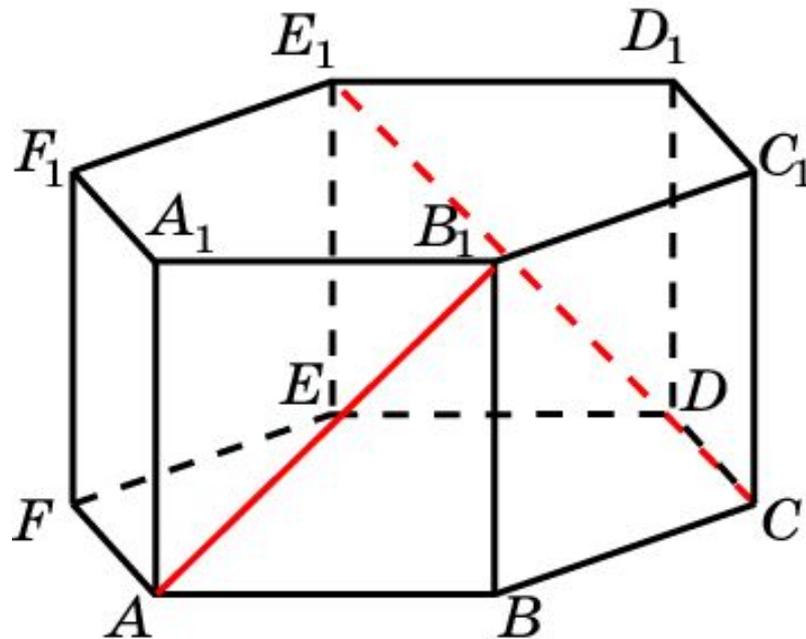


Решение: Искомый угол равен углу CD_1E . В треугольнике CD_1E $CD_1 = ED_1 = \sqrt{2}$; $CE = \sqrt{3}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos \varphi = \frac{1}{4}.$$

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

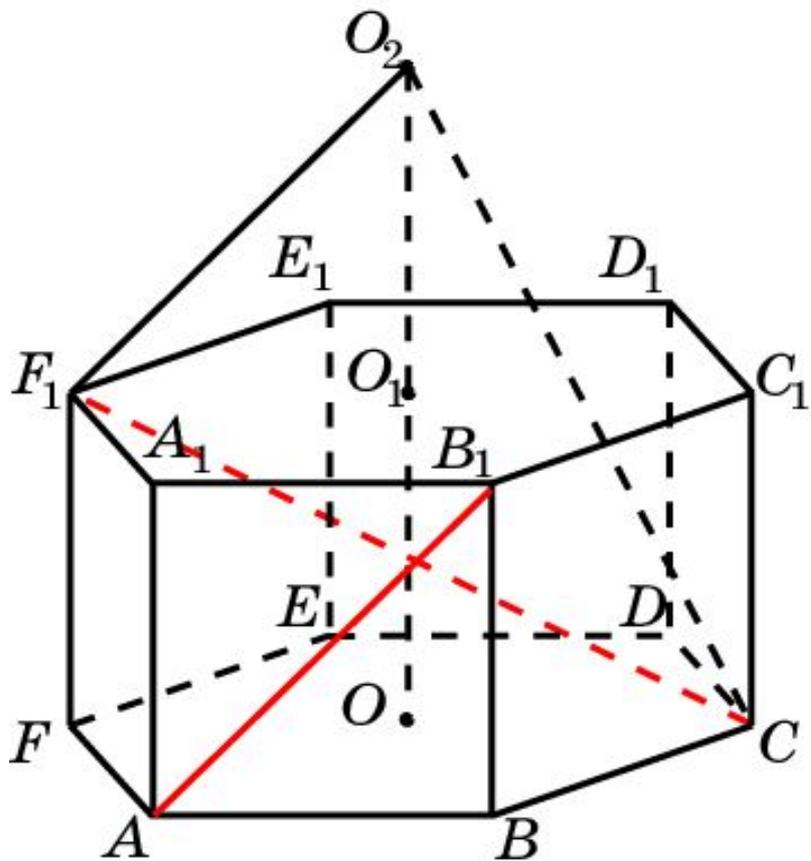
AB_1 и CE_1 .



Решение: Заметим, что CE_1 параллельна BF_1 . Следовательно, искомый угол равен углу между AB_1 и BF_1 , который был найден ранее. А именно,

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CF_1 .

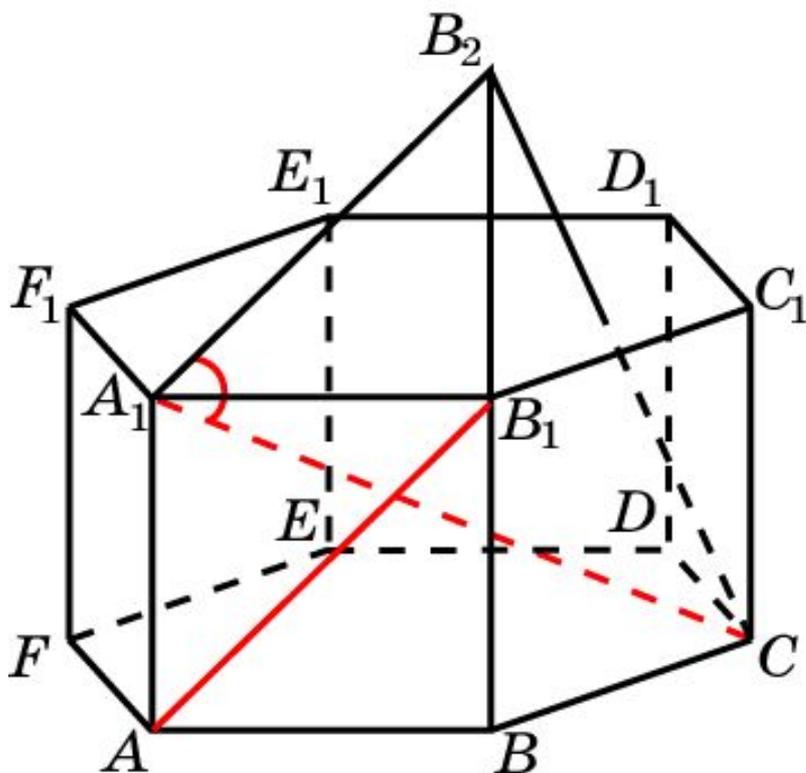


Решение: Пусть O, O_1 – центры оснований призмы. На оси призмы отложим $O_1O_2 = OO_1$. Тогда F_1O_2 будет параллельна AB_1 , и искомый угол будет равен углу CF_1O_2 . В треугольнике CF_1O_2 $CO_2 = CF_1 = \sqrt{5}$; $F_1O_2 = \sqrt{2}$. Тогда

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AB_1 и CA_1 .

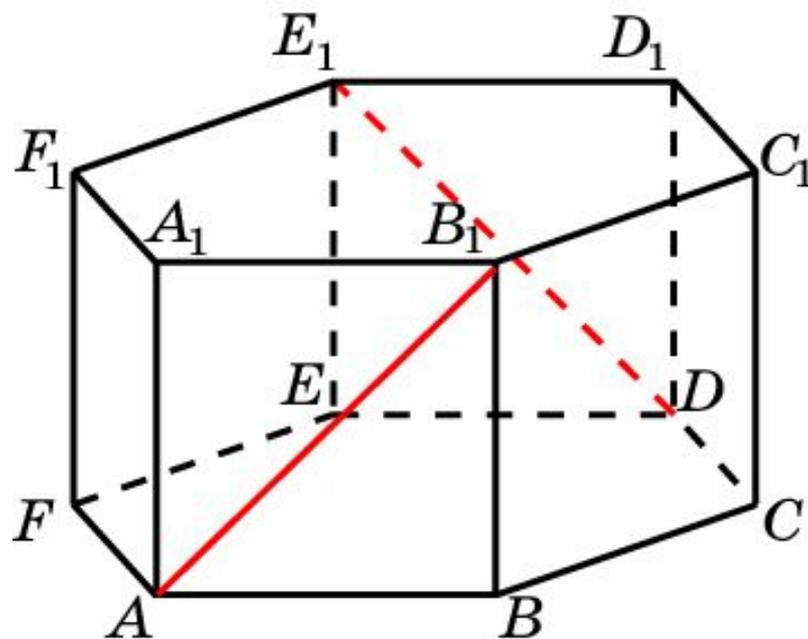


Решение: На продолжении BB_1 отложим $B_1B_2 = BB_1$. Тогда A_1B_2 будет параллельна AB_1 , и искомый угол будет равен углу CA_1B_2 . В треугольнике CA_1B_2 $CA_1 = 2$; $CB_2 = \sqrt{5}$; $A_1B_2 = \sqrt{2}$. Тогда

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

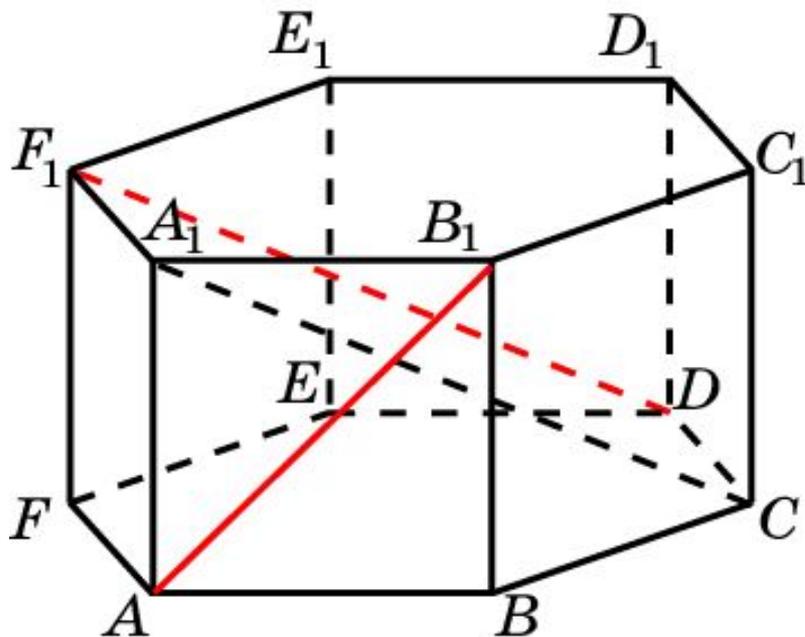
AB_1 и DE_1 .



Ответ: 90° .

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AB_1 и DF_1 .

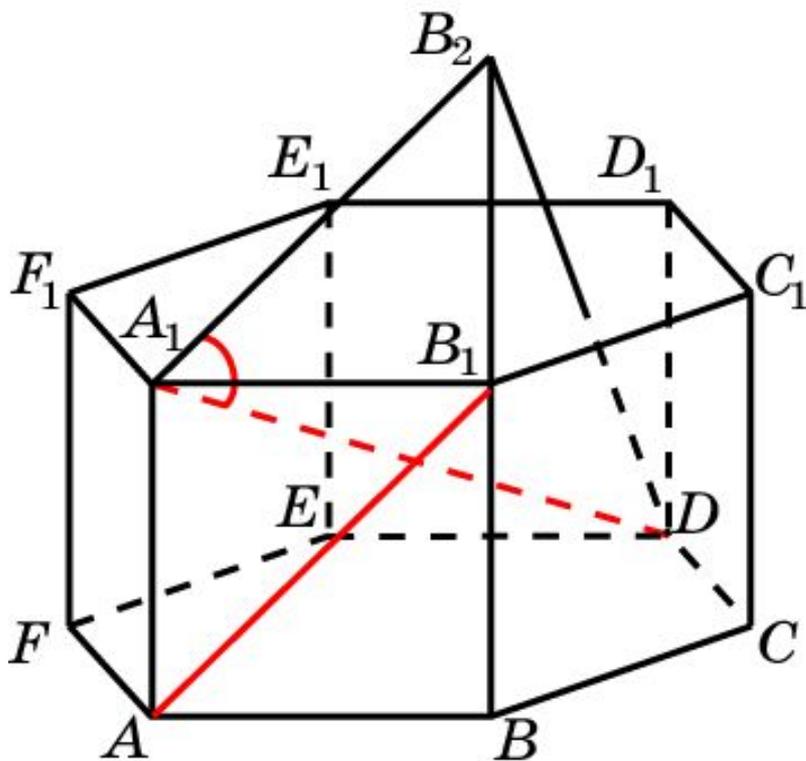


Решение: Заметим, что DF_1 параллельна CA_1 . Следовательно, искомый угол равен углу между AB_1 и CA_1 , который был найден ранее. А именно,

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

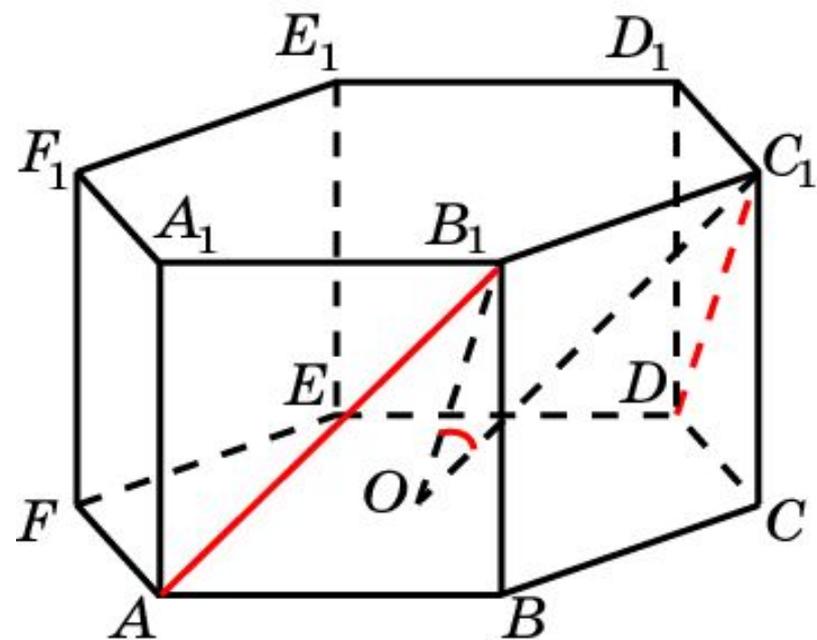
В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

AB_1 и DA_1 .



Решение: На продолжении BB_1 отложим $B_1B_2 = BB_1$. Тогда A_1B_2 будет параллельна AB_1 , и искомый угол будет равен углу DA_1B_2 . В треугольнике DA_1B_2 $DA_1 = \sqrt{5}$; $DB_2 = \sqrt{7}$; $A_1B_2 = \sqrt{2}$. Следовательно, искомый угол равен 90° .

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DC_1 .

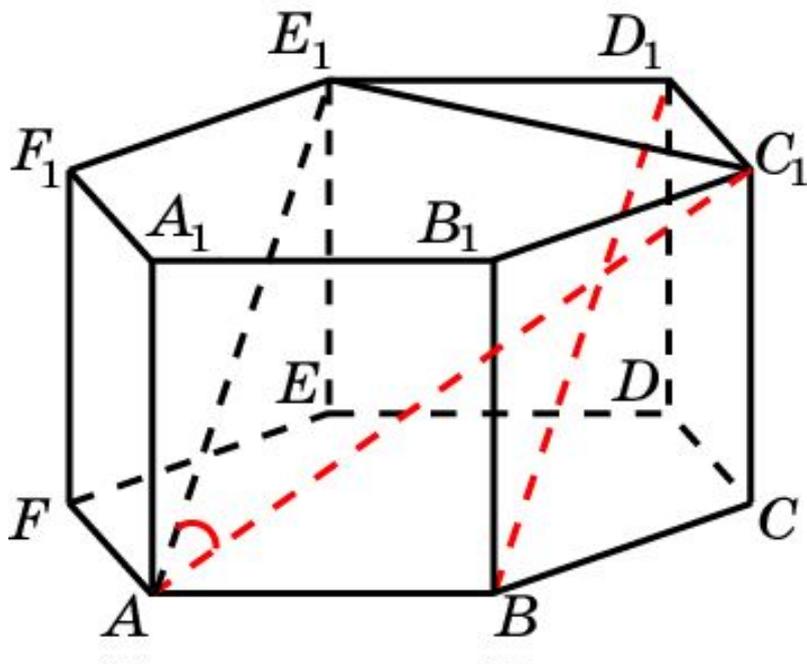


Решение: Пусть O – центр основания призмы. Отрезки OC_1 и OB_1 будут равны и параллельны отрезкам AB_1 и DC_1 , соответственно. Искомый угол будет равен углу B_1OC_1 . В треугольнике B_1OC_1 $OB_1 = OC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $B_1C_1 = 1$. Тогда, по теореме косинусов

$$\cos \varphi = \frac{3}{4}.$$

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:

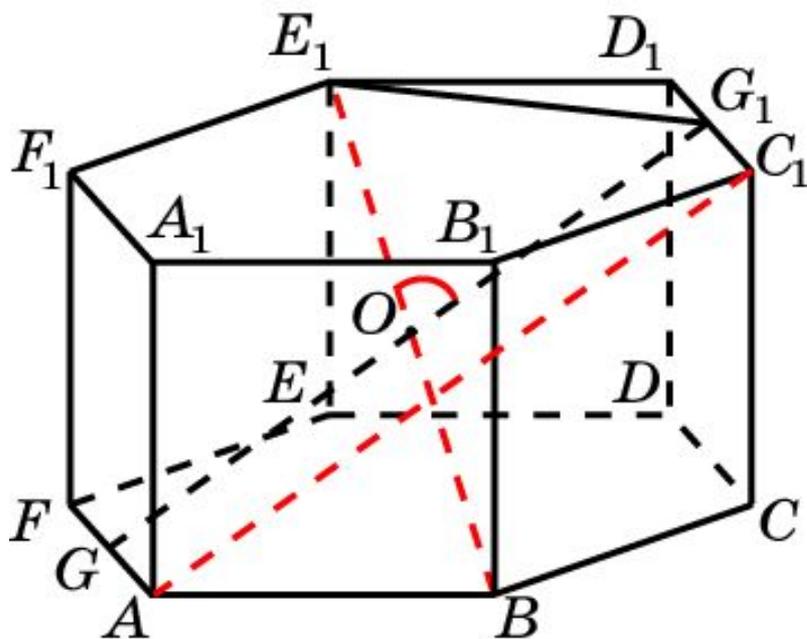
AC_1 и BD_1 .



Решение: Заметим, что AE_1 параллельна BD_1 . Следовательно, искомый угол равен углу C_1AE_1 . В треугольнике C_1AE_1 $AC_1 = AE_1 = 2$; $C_1E_1 = \sqrt{3}$. По теореме косинусов, имеем

$$\cos \varphi = \frac{5}{8}.$$

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AC_1 и BE_1 .



Решение: Заметим, что отрезок GG_1 , проходящий через середины ребер AF и C_1D_1 , параллелен и равен отрезку AC_1 . Искомый угол равен углу G_1OE_1 . В треугольнике G_1OE_1 $OG_1 = 1$; $OE_1 = \sqrt{5}$; $G_1E_1 = \sqrt{7}$.

По теореме косинусов, имеем

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$