

Текстовая задача и процесс ее решения

задача

- Арифметическая
- Текстовая
- Сюжетная
- Вычислительная

Задача 1

Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от А второй автомобиль догонит первый?

Задача 2

Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалась на 100 г шерсти больше, чем на шапку, и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько шерсти израсходовали на каждую вещь?

Структура задачи

- Условие – это количественные или качественные характеристики объектов задачи и отношений между ними
- Требования - это указание нахождения количественных характеристик объектов задачи или отношений между ними

Задача 3

Маша нашла 3 гриба, а Петя – 2 гриба.
Сколько грибов нашли дети?

Задание:

- Выделите условия и требования задачи.
- Составьте другие формулировки данной задачи.

- Сколько грибов принесли домой дети, если Маша нашла 3 гриба, а Петя – 2 гриба?
- Маша нашла 3 гриба, Петя – 2 гриба. Они положили их в одну корзину. Найдите число грибов в корзине.

Задача 4

Три яблока из сада ежик притащил,
Самое румяное белке подарил.
С радостью подарок получила белка.
Сосчитайте яблоки у ежа в тарелке.

Виды задач

- *определенные задачи* – в таких задачах необходимо и достаточно условий для выполнения требований;
- *недоопределенные задачи* – в них условий недостаточно для получения ответа;
- *переопределенные задачи* – в них имеются лишние условия.

Примеры задач

- Возле дома росло 5 яблонь, 2 вишни и 3 березы. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?
- Из зала вынесли сначала 12 стульев, потом еще 5. Сколько стульев осталось в зале?

Методы решения текстовых задач

- Практический
- Арифметический
- Алгебраический
- Геометрический
- Логический

Практический метод

- это метод, при котором ответ находится в процессе действий с предметами или их заместителями.

Например: В вазе было 3 цветка, добавили еще 2. Сколько цветов в вазе?

Арифметический метод

- это метод нахождения ответа на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами

Одну и ту же задачу можно решить различными арифметическими способами. Они отличаются друг от друга логикой рассуждений, выполняемых в процессе решения задачи.



Задача 5

Сшили 3 платья, расходуя на каждое по 4 м ткани. Сколько кофт можно было сшить из этой ткани, если расходовать на одну кофту 2 м?

Алгебраический метод

- это метод нахождения ответа на требование задачи, составив и решив или систему уравнений.

Если для одной и той же задачи можно составить различные уравнения (системы уравнений), то это означает, что данную задачу можно решить различными *алгебраическими способами*.

Геометрический метод

-это метод, при котором ответ находится в результате геометрический построений (чертежей, графиков), использования свойств геометрических фигур.

Например: Расстояние между двумя городами 12 км. Встретились ли два велосипедиста, выехавшие из этих городов навстречу друг другу, если первый проехал 8 км, а второй – 7 км?

Логический метод

- это метод, при котором ответ находится в результате логических рассуждений, и вычисления, как правило, не используются.

Например: Из девяти монет одна фальшивая (более легкая). Как двумя взвешиваниями на чашечных весах определить фальшивую монету?

Этапы решения текстовых задач

...

Понятие «решение задачи»

- решением задачи называют результат, т.е. ответ на требование задачи;
- решением задачи называют процесс нахождения этого результата

Этапы решения задачи

- Анализ задачи
- Поиск плана решения задачи
- Осуществление плана решения задачи
- Проверка решения задачи

Анализ задачи

Цель: понять в целом ситуацию, описанную в задаче; выделить условия и требования; назвать известные и искомые объекты, выделить все отношения (зависимости) между ними.

Приемы:

1. Постановка вопросов
2. Переформулировка текста
3. Моделирование ситуации

Поиск и составление плана решения задачи

Цель: установить связь между данными и искомыми объектами, наметить последовательность действий.

Приемы:

- рассмотрение модели
- с помощью рассуждений

Осуществление плана решения задачи

Цель: найти ответ на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом

Приемы:

- пересчет
- запись числового выражения и нахождение его значения
- составление и решение уравнения
- построение и анализ чертежей
- выстраивание цепочки рассуждений

Проверка решения задачи

Цель: установить правильность или ошибочность выполненного решения.

Приемы:

- прикидка
- установление соответствия между результатом и условиями задачи
- решение задачи другим способом
- составление и решение обратной задачи

Моделирование

Математическая модель - это описание какого-либо реального процесса на математическом языке.

Текстовая задача - это словесная модель некоторого явления (ситуации, процесса).
Чтобы решить такую задачу, надо перевести ее на язык математических действий, т.е. построить ее математическую модель.

Виды вспомогательных моделей

- рисунок;
- условный рисунок;
- чертеж;
- схематичный чертеж (или просто схема);
- краткая запись;
- таблица

Задача 6

Лида нарисовала 4 домика, а Вова на 3 домика больше. Сколько домиков нарисовал Вова?

Рисунок

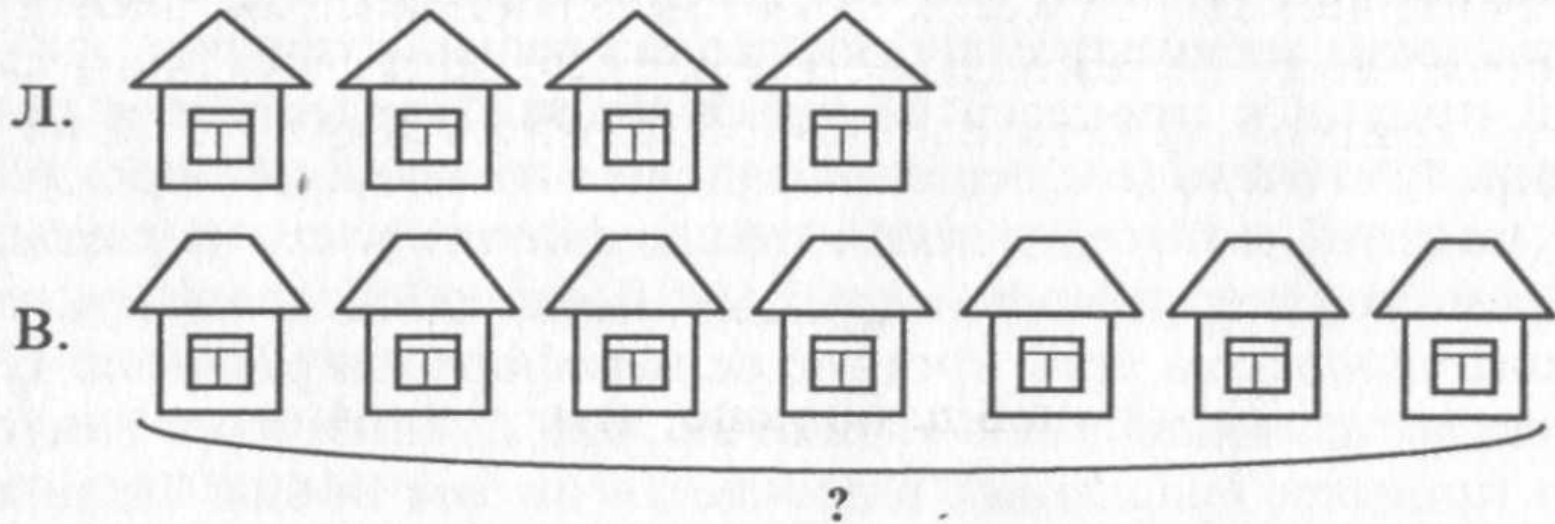
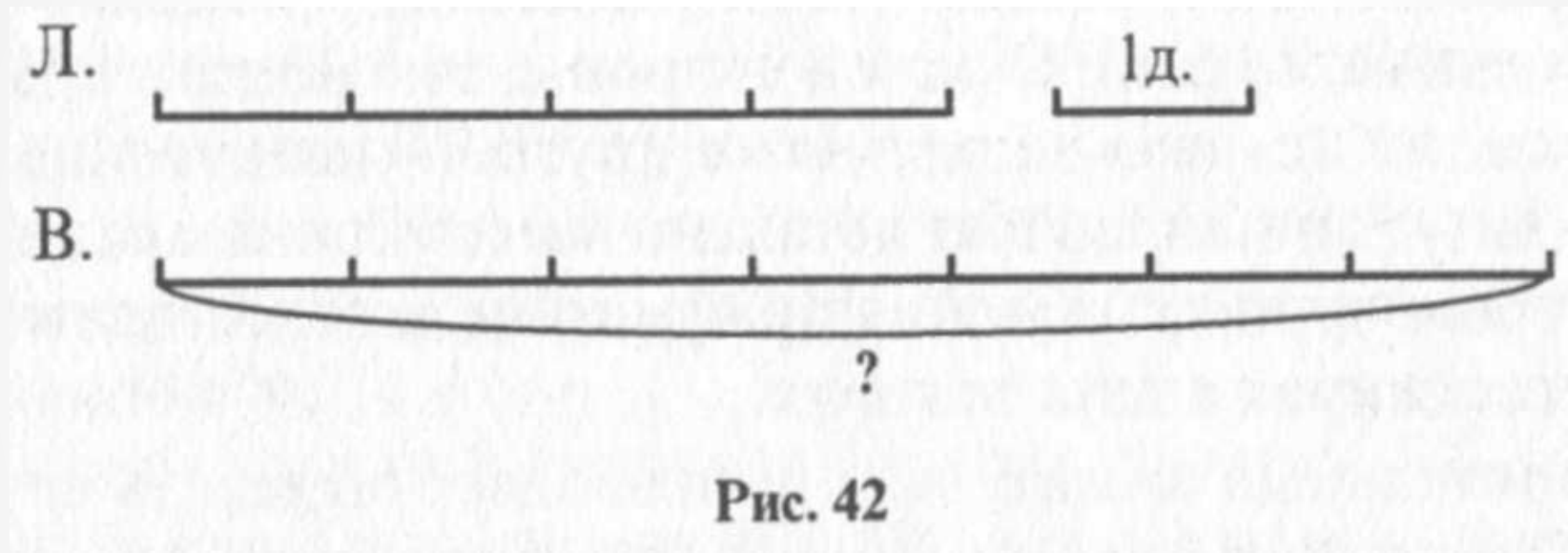


Рис. 40

Чертеж



Схематический чертеж

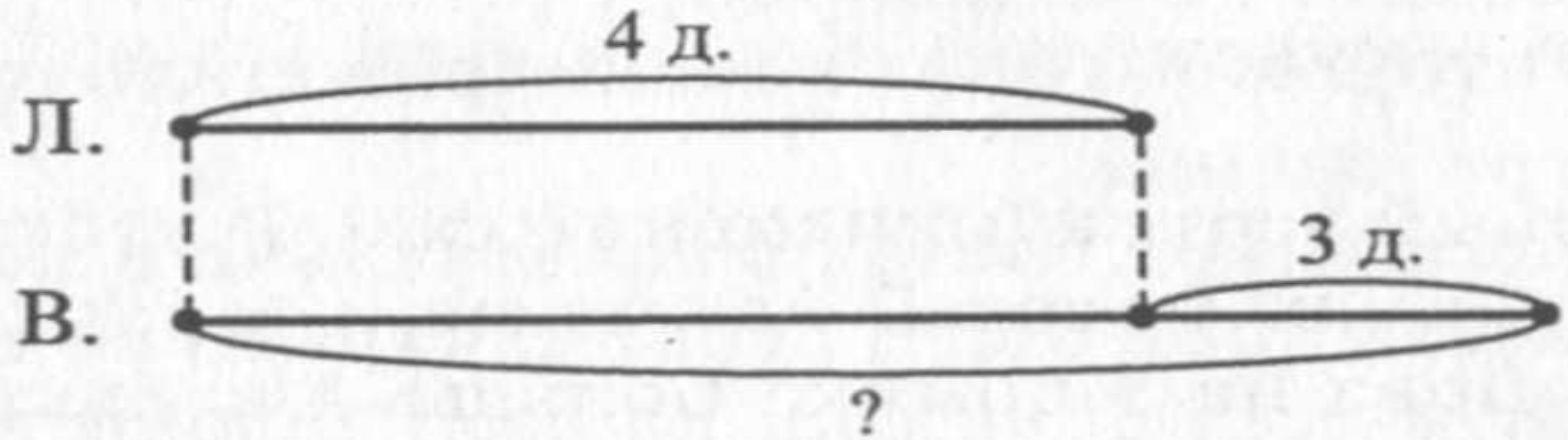
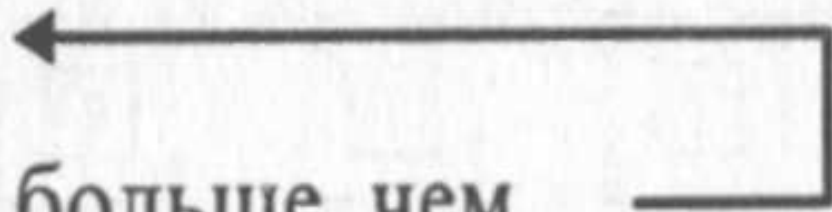


Рис. 43

Краткая запись

Л. – 4 д.

В. – ?, на 3 д. больше, чем



Задача 7

Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, а другого - 4 км/ч. Через сколько часов они встретились?

Схематический чертеж и таблица

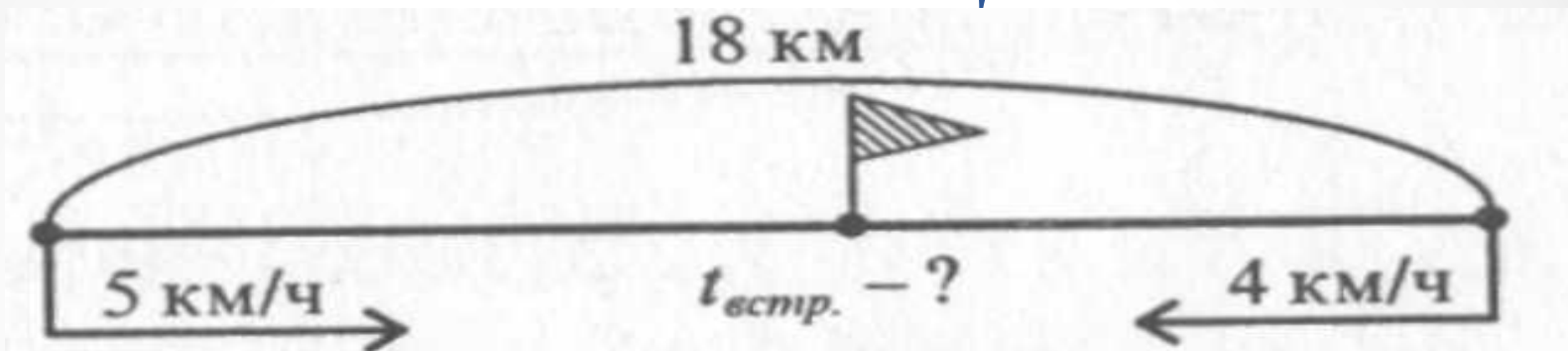


Рис. 51

	s	v	t
I	? } 18 км	5 км/ч	? } одина-
II		4 км/ч	

Задача 8

В одном вагоне электропоезда было пассажиров в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого вагона вышли 3 человека, а во второй вагон вошли 7 человек, то в обоих вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?

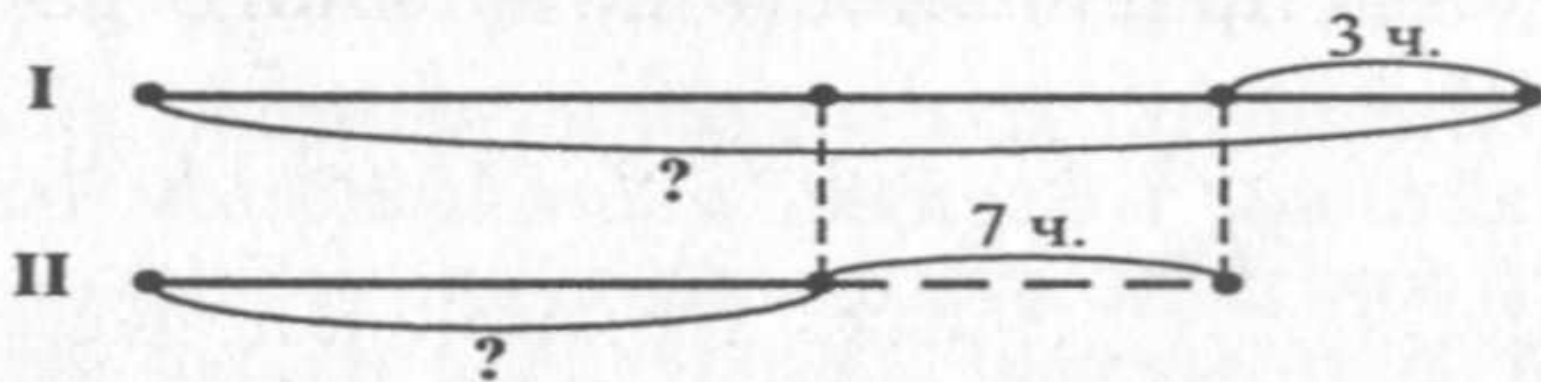


Рис. 44

Задачи на «части»

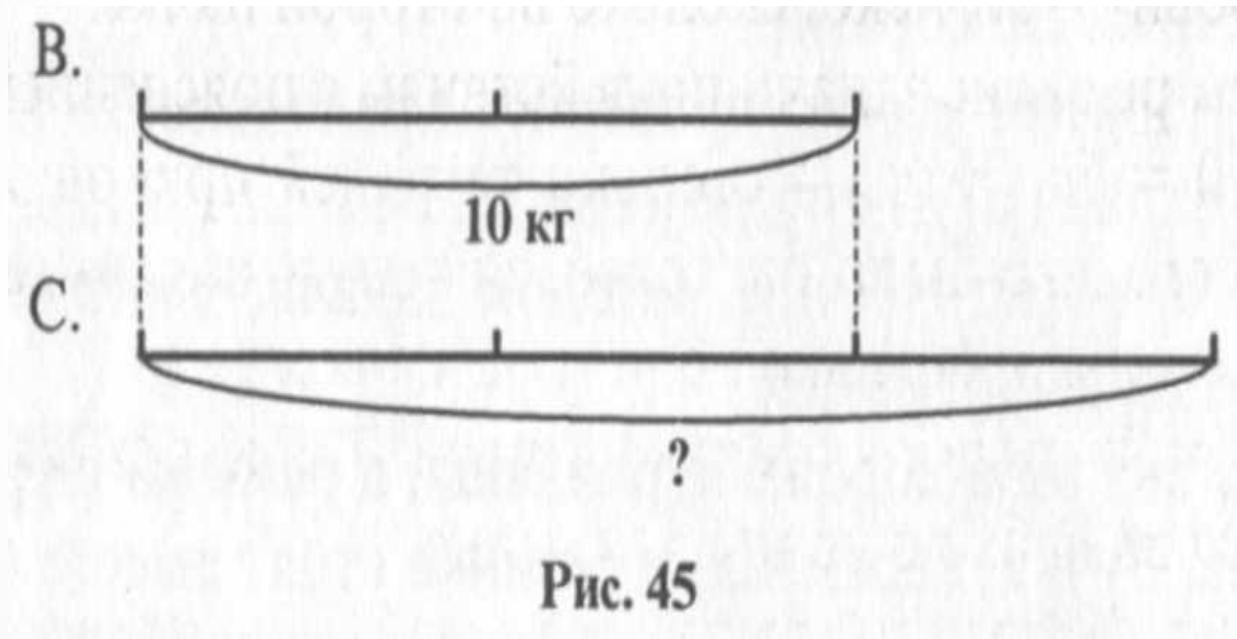
Задача 1

Для варки варенья из вишни на 2 части ягод берут 3 части сахара. Сколько сахара надо взять на 10 кг ягод?

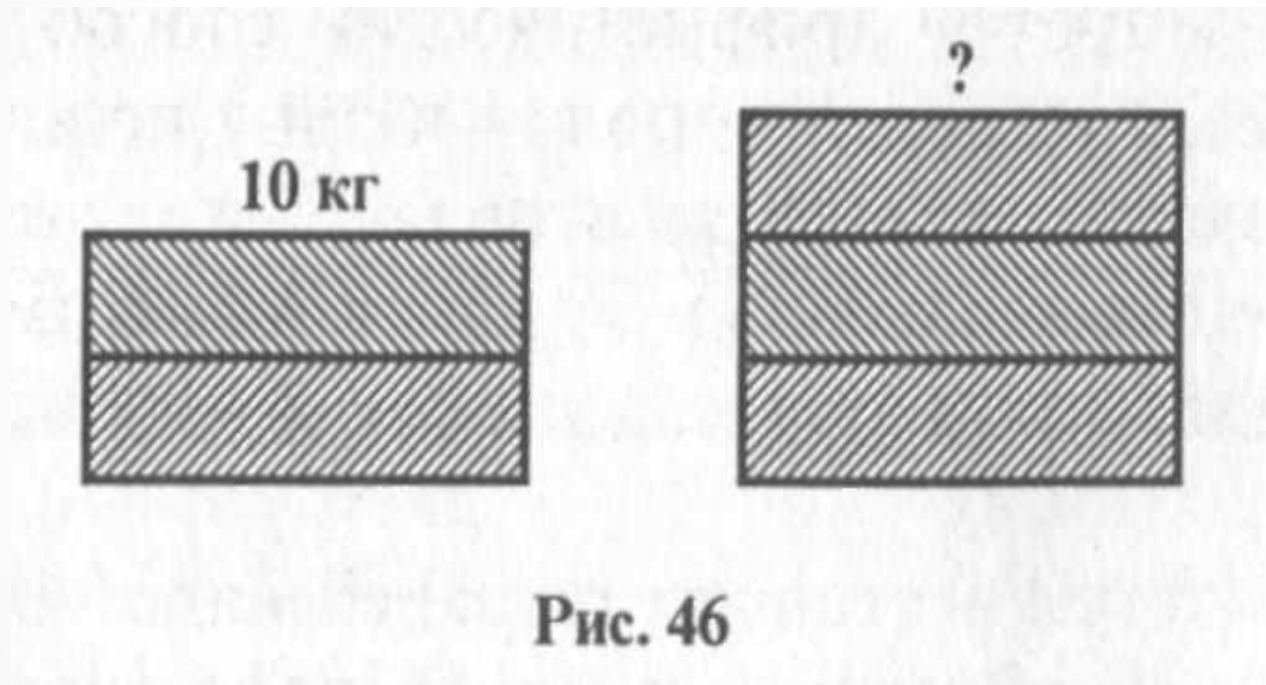
Задание:

- Выделите условие и требование
- Постройте вспомогательную модель
- Решите задачу арифметическим методом

Вспомогательная модель



Вспомогательная модель

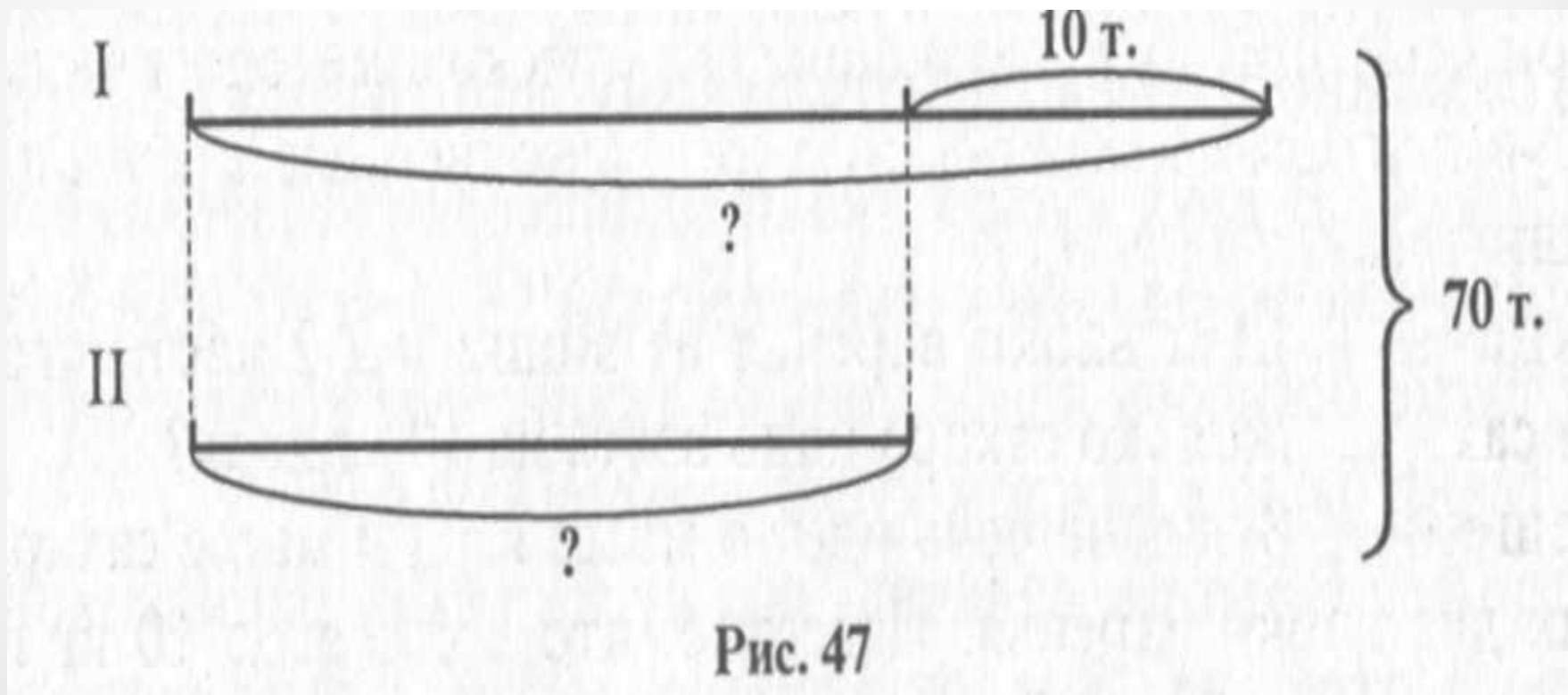


Задача 2

В первой пачке было на 10 тетрадей больше, чем во второй. Всего было 70 тетрадей. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

Задание:

- Выделите условие и требование
- Постройте вспомогательную модель
- Решите задачу арифметическим методом



Задача 3

В двух кусках ткани одинаковое количество материи. После того как от одного куска отрезали 18 м, а от другого 25 м, в первом куске осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске первоначально

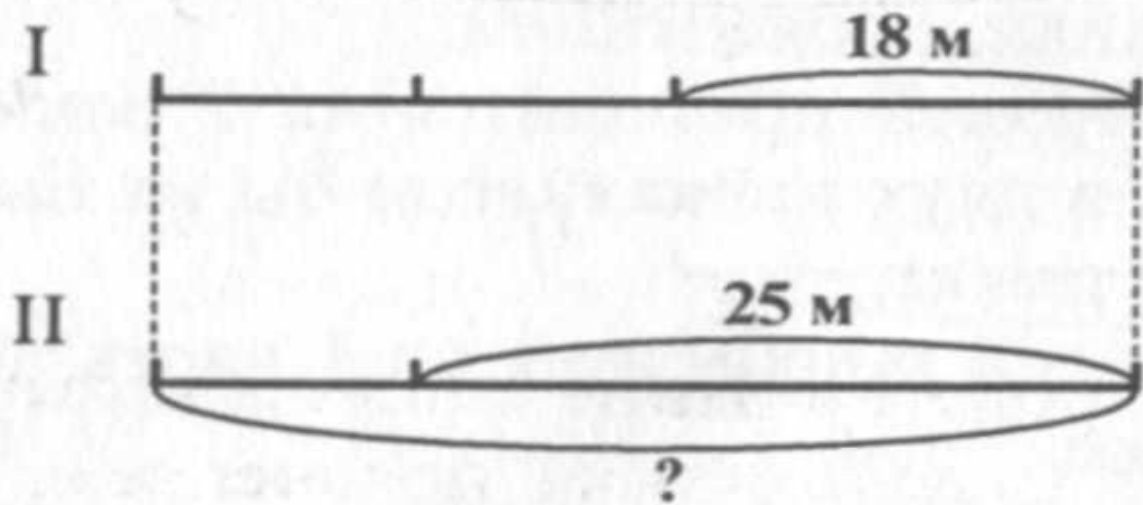


Рис. 48

д/з

1. Решите задачи, построив вспомогательные модели:

а) В двух пакетах было 15 яблок. Когда из одного пакета взяли 3 яблока, в нем осталось в 2 раза меньше яблок, чем в другом. Сколько яблок было в каждом пакете?

б) В трех пакетах лежит 20 яблок, причем в одном пакете их в 2 раза меньше, чем в каждом из двух других. Сколько яблок в каждом пакете?

в) У двух мальчиков было 8 яблок. Когда один съел одно яблоко, а другой 3 яблока, у них осталось яблок поровну. Сколько яблок было у каждого?

2. Решите следующие задачи, построив на этапе анализа вспомогательные модели; решение запишите по действиям с пояснением:

а) Мама дала трем девочкам 12 конфет и предложила разделить их так, чтобы младшая получила в 3 раза, а средняя в 2 раза больше старшей. Сколько конфет достанется каждой?

б) На двух тарелках лежало 9 яблок. Когда с одной тарелки взяли одно яблоко, то на этой тарелке осталось яблок в 3 раза больше, чем на другой. Сколько яблок было на каждой тарелке?

в) У моего брата было в 6 раз больше орехов, чем у меня. После того как он отдал 10 орехов сестре, у нас орехов стало поровну. Сколько орехов было у меня и у брата первоначально?

г) Полсотни яблок разложили в корзину и два пакета. В корзину положили на 14 яблок больше, чем в каждый пакет. Сколько яблок в корзине и в пакете?

д) Школьник прочитал 18 страниц за три дня. Если бы он в первый день прочитал на одну страницу больше, а во второй день на 4 страницы меньше, то каждый день он читал бы поровну. По сколько страниц читал школьник каждый день?

Решение задач на «движение»

Задачи на встречное движение

двух тел

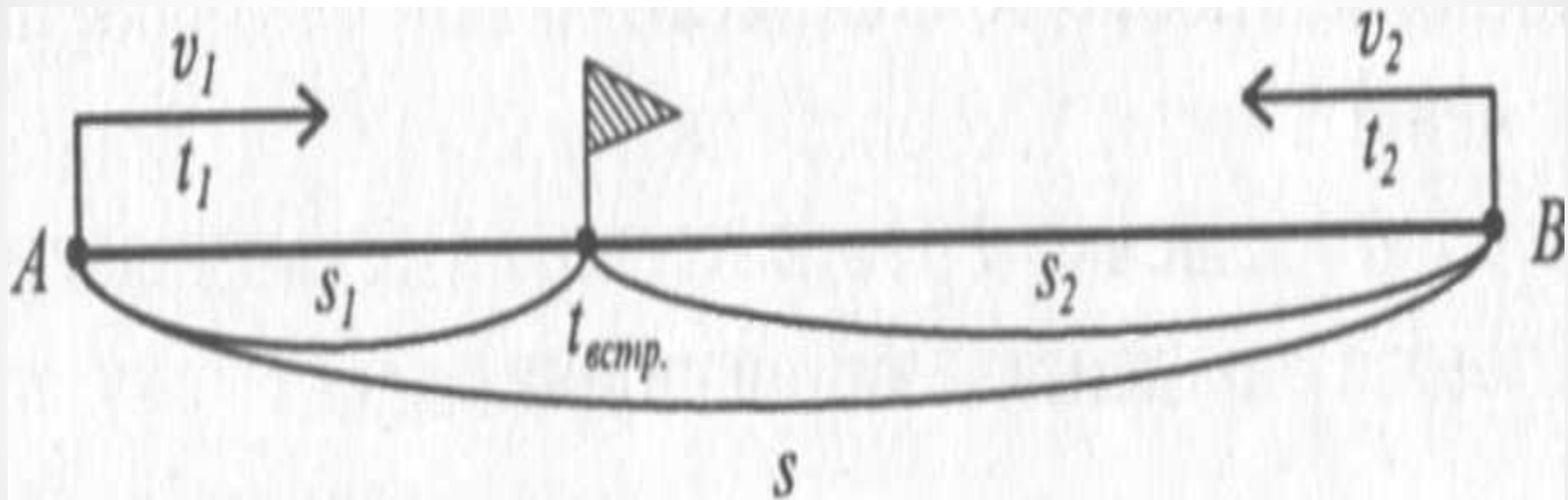


Рис. 50

Если два объекта начинают движение одновременно навстречу друг другу, то каждое из них с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время, т.е.

$$t_1 = t_2 = t_{\text{встр}}$$

Расстояние, на которое сближаются движущиеся объекты за единицу времени, называется скоростью сближения, т.е.

$$v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2$$

Все расстояние, пройденное движущимися телами при встречном движении, может быть подсчитано по формуле:

$$s = v_{\text{сбл}} t_{\text{встр}}$$

Задача 1

Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км.

Скорость одного из них 5 км/ч, а другого - 4 км/ч. Через сколько часов они встретились?

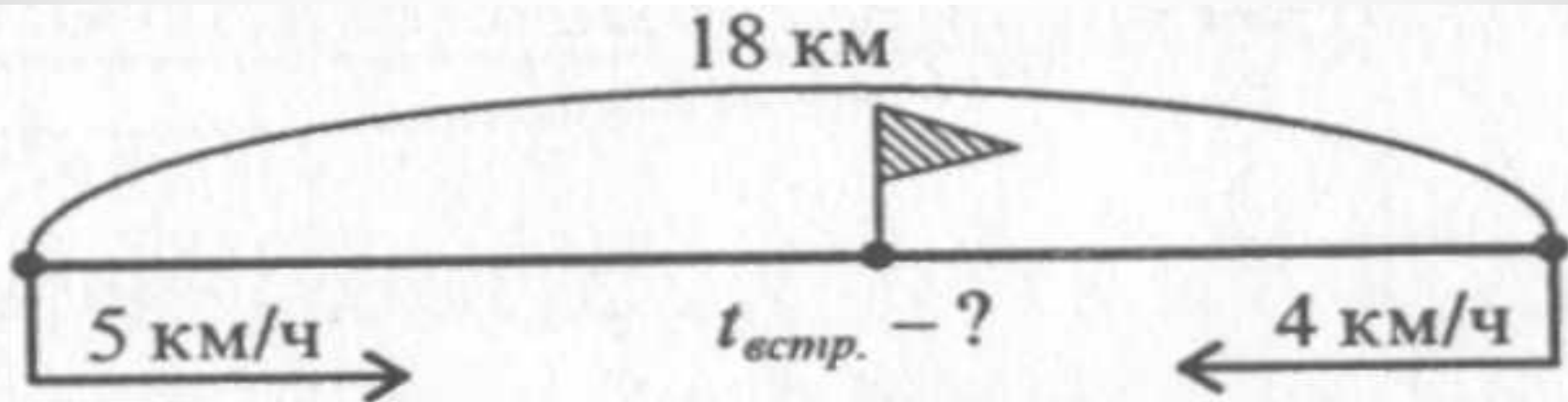


Рис. 51

	s	v	t
I	$\left. \begin{array}{l} ? \\ ? \end{array} \right\} 18 \text{ км}$	5 км/ч	$\left. \begin{array}{l} ? \\ ? \end{array} \right\} \text{одина-}$
II		4 км/ч	

Задача 2

Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч встретились. Один из них ехал быстрее другого на 16 км/ч. Определите скорости автомобилей.

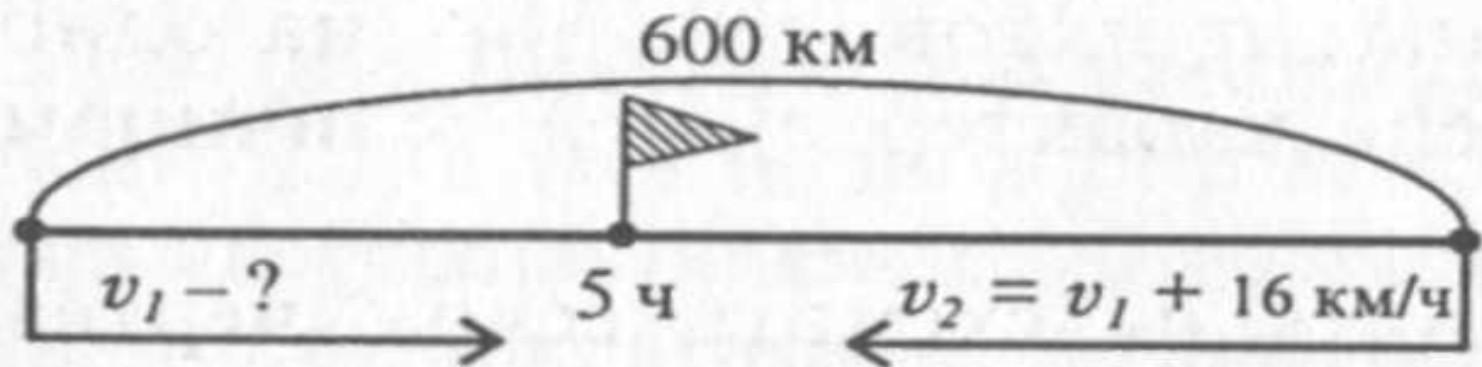


Рис. 52

	s	v	t
I	} 600 км	?	5 ч
II		? на 16 км/ч больше	5 ч

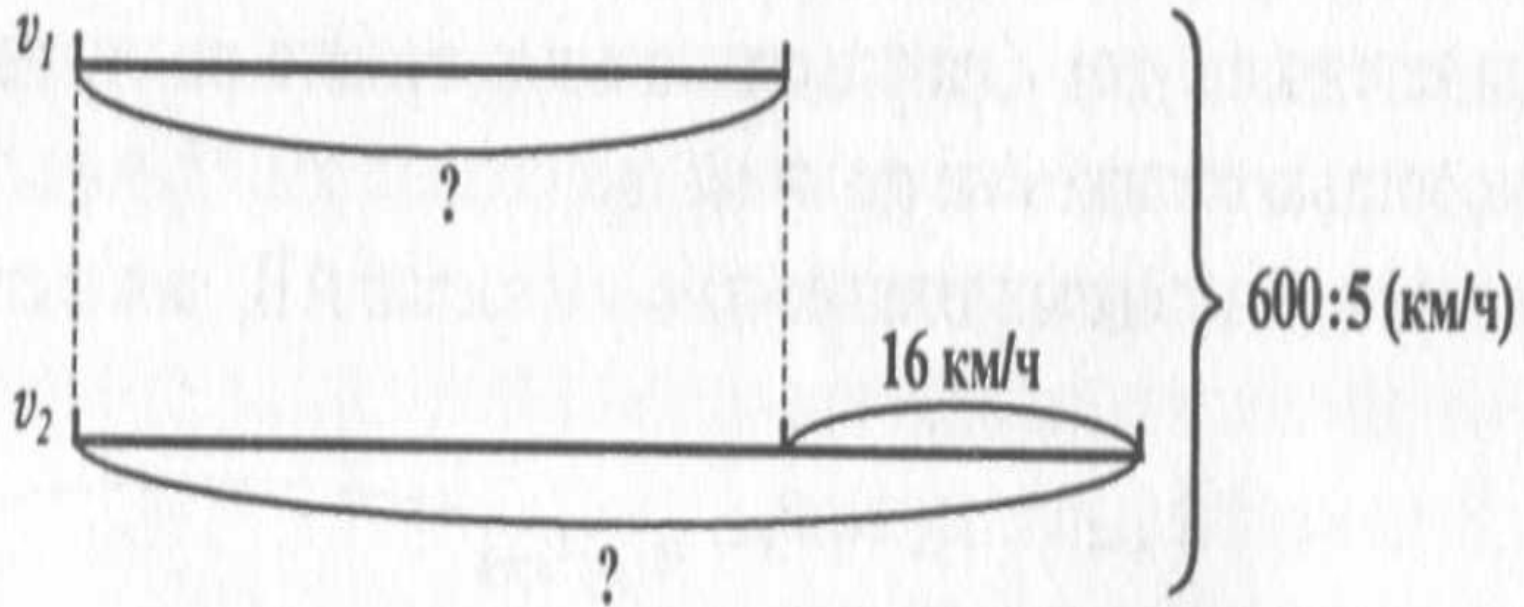


Рис. 53

Задачи на движение двух тел в одном направлении

Различают два типа задач:

- движение начинается одновременно из разных пунктов;
- движение начинается в разное время из одного пункта.

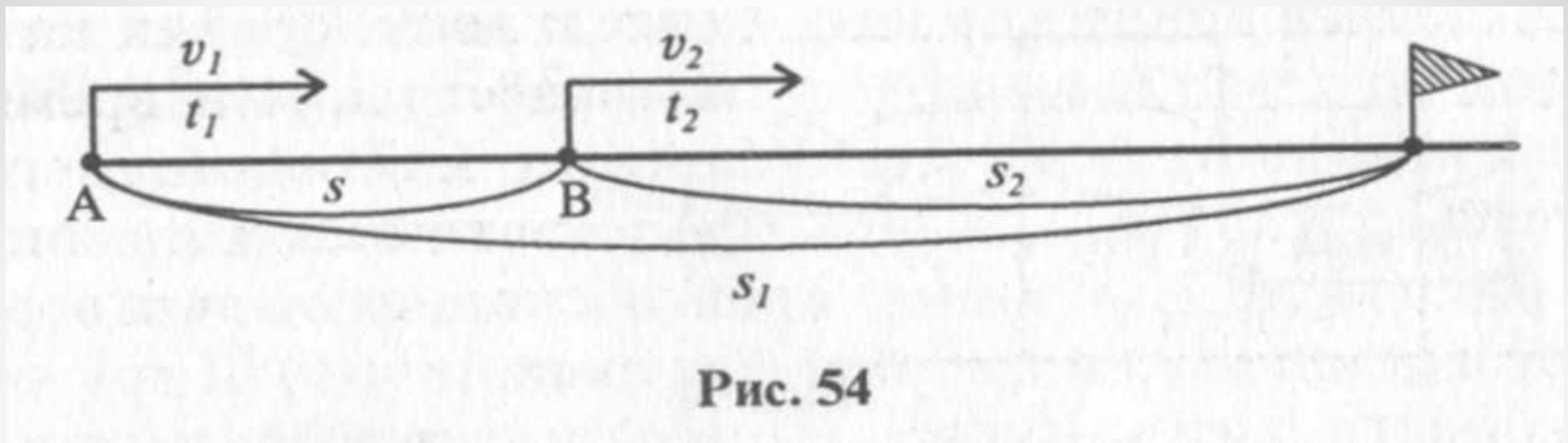


Рис. 54

Если при движении в одном направлении первое тело догоняет второе, то $v_1 > v_2$. Кроме того, за единицу времени первый объект приближается к другому на расстояние $v_1 - v_2$. Это расстояние называют скоростью сближения: $v_{сбл} = v_1 - v_2$.

Расстояние s , представляющее длину отрезка АВ, находят по формулам:

$$s = s_1 - s_2 \quad \text{и} \quad s = v_{сбл} \cdot t_{встр.}$$

Задача 3

Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 30 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Скорость одного - 40 км/ч, другого - 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?

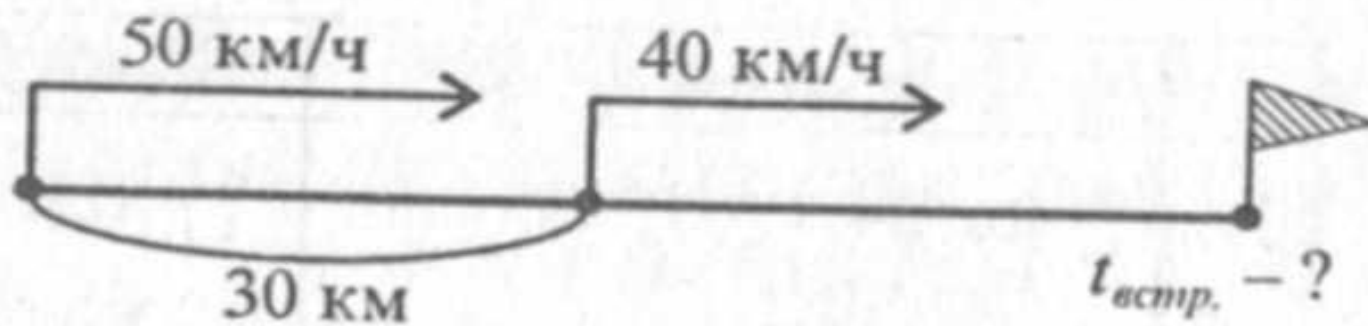


Рис. 55

	s	v	t
I	? на 30 км больше	50 км/ч	? } оди-
II	?	40 км/ч	? } нако-
			вое

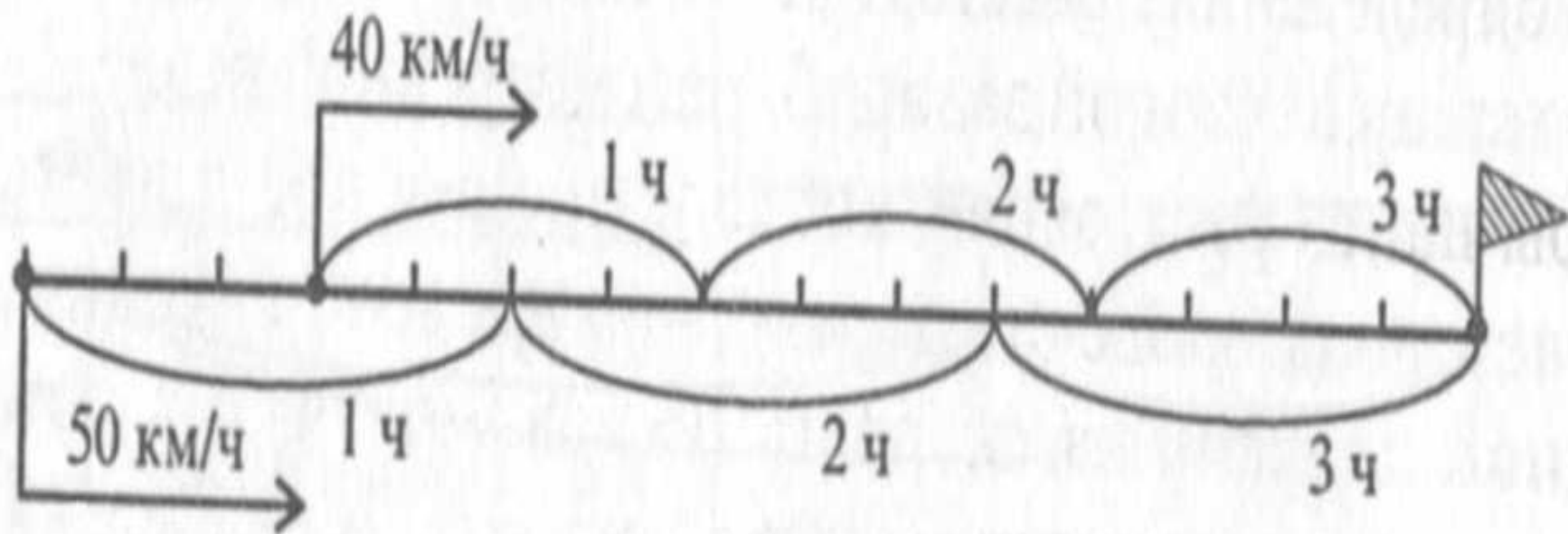


Рис. 56

Задача 4

Всадник выезжает из пункта А и едет со скоростью 12 км/ч; в это же время из пункта В, отстоящего от А на 24 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Оба движутся в одном направлении. На каком расстоянии от В всадник догонит пешехода?

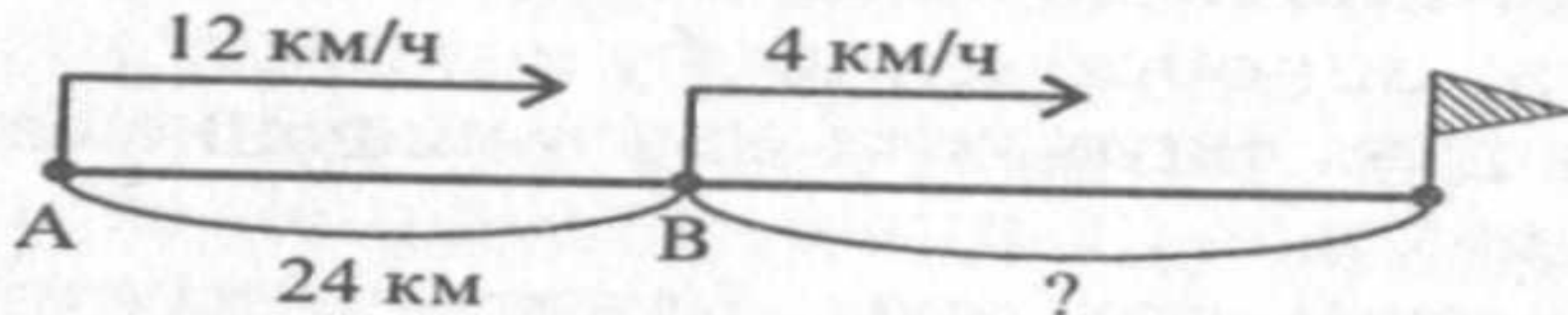


Рис. 57

	s	v	t	
В.	? на 24 км больше	12 км/ч	? } оди-	
П.	?	4 км/ч	? } нако-	
				вое

Задачи на движение двух тел в

противоположных направлениях

Движение в противоположных направлениях из одной точки: а) одновременно; б) в разное время. А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Общим теоретическим положением для них будет следующее: $v_{удал} = v_1 + v_2$, где v_1 и v_2 соответственно скорости первого и второго тел, а $v_{удал}$ - это скорость удаления, т.е. расстояние, на которое удаляются друг от друга движущиеся тела за единицу времени.

Задача 6

Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 часа после выхода?

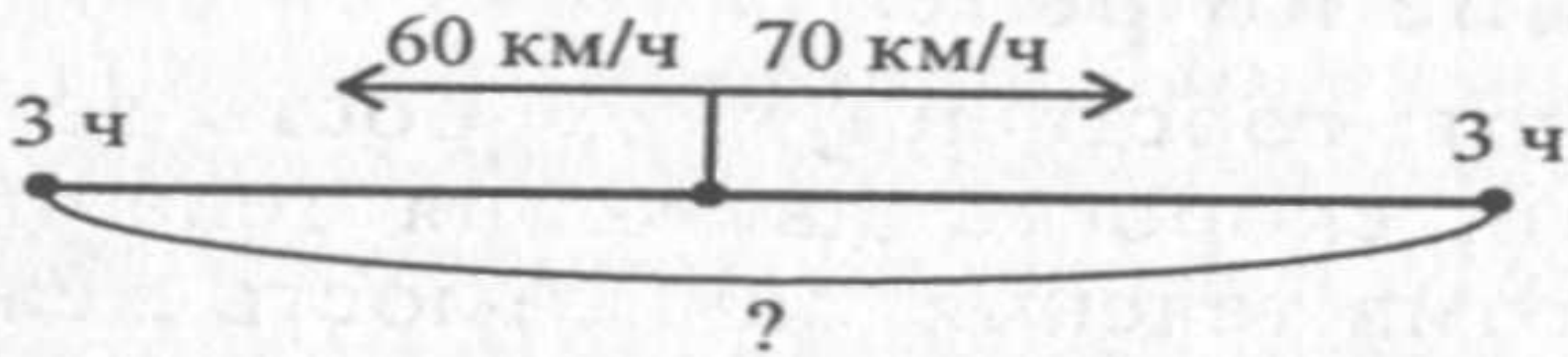


Рис. 58

	s	v	t
I	$\left. \begin{matrix} ? \\ ? \end{matrix} \right\} ?$	60 км/ч	3 ч
II		70 км/ч	3 ч

Задачи на движение по реке

При решении таких задач различают: собственную скорость движущегося тела, скорость течения реки, скорость движения тела по течению и скорость движения тела против течения. Зависимость между ними выражается формулами:

$$v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.р.}};$$

$$v_{\text{пр.теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.р.}};$$

$$v_{\text{соб.}} = \frac{v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр.теч.}}}{2}.$$

Задача 7

Расстояние 360 км катер проходит за 15 ч, если двигается против течения реки, и за 12 ч, если двигается по течению.

Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 135 км по озеру?

Таблица

	s	v	t
по течению	360 км	?	12ч
против течения	360 км	?	15ч
по озеру	135 км	?	?ч

Задача 8

В 7 ч из Москвы со скоростью 60 км/ч вышел поезд. В 13 ч следующего дня в том же направлении вылетел самолет со скоростью 780 км/ч. Через какое время самолет догонит поезд?

Спасибо за внимание