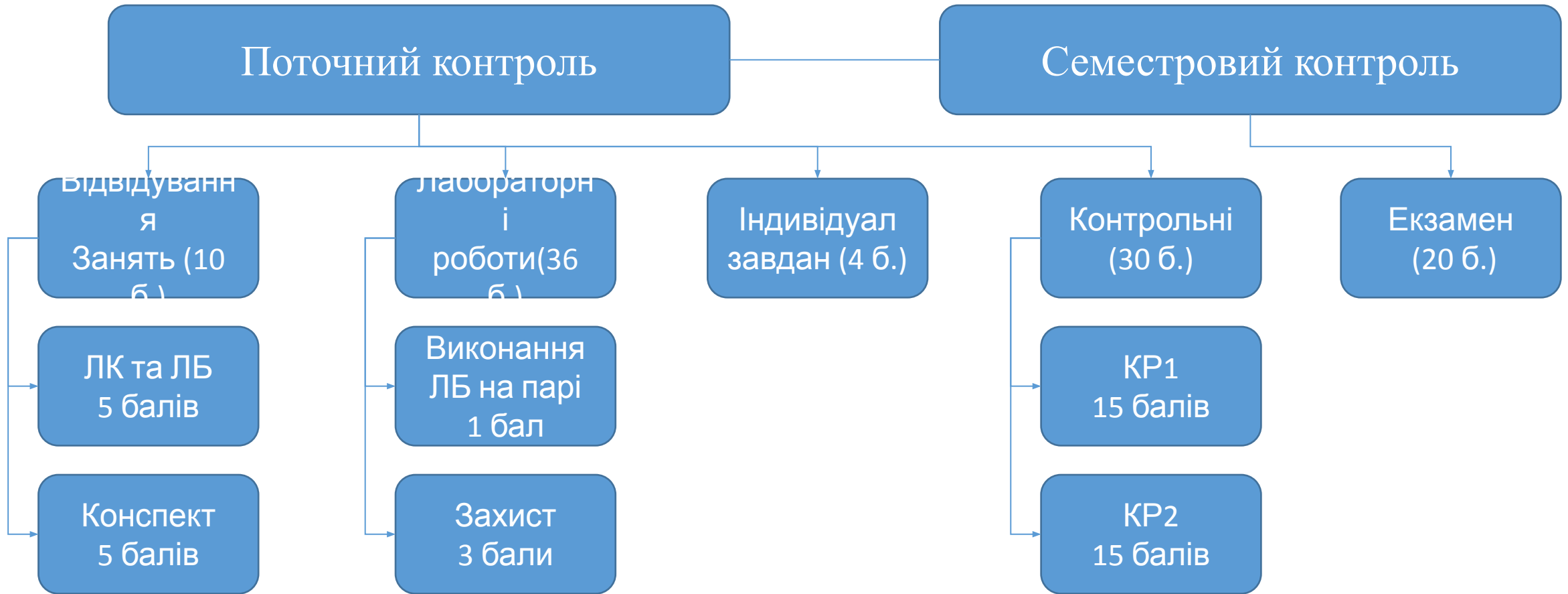


# Чисельні методи (ЧМ)

к.т.н., доц. Коваль Світлана Станіславівна

# 100 бальна система ЧМ



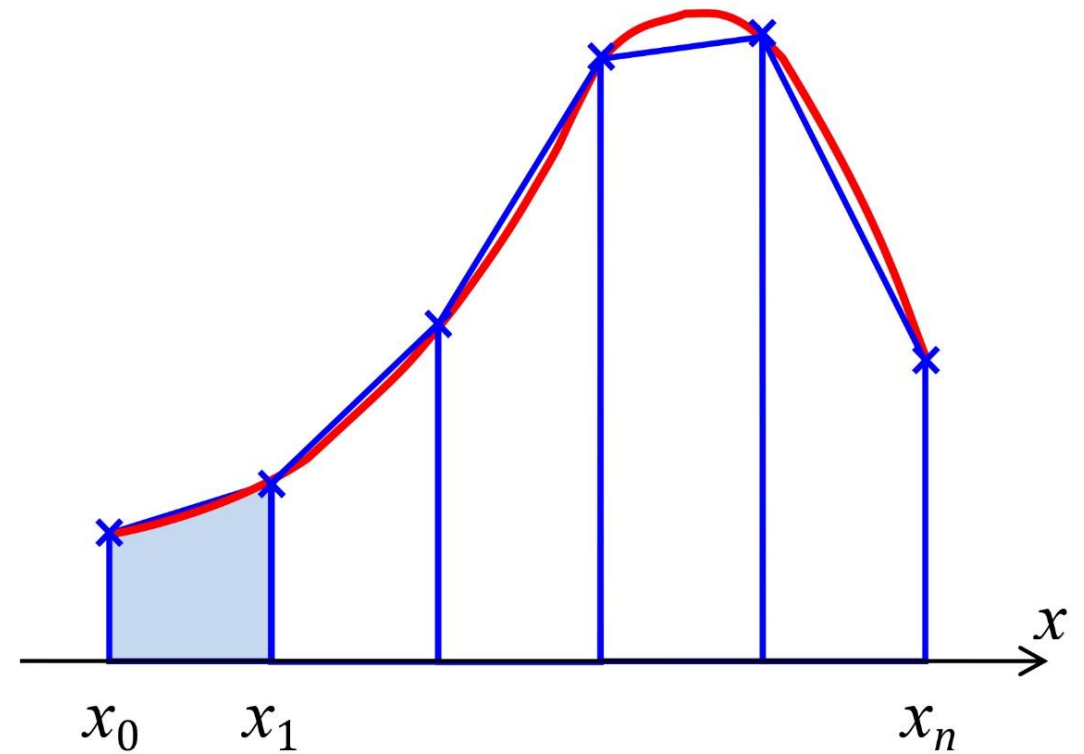
# ЗАГАЛЬНЕ ПРО ЧИСЛОВІ МЕТОДИ

## Етапи розвитку чисельних методів :

1. Прикладний розвиток математики
2. Аналіз і рішення ускладнених задач
3. Рішення за допомогою обчислювальної техніки

У курсах чисельних методів вивчаються питання побудови, застосування та теоретичного обґрунтування алгоритмів наближеного рішення різних класів математичних задач.

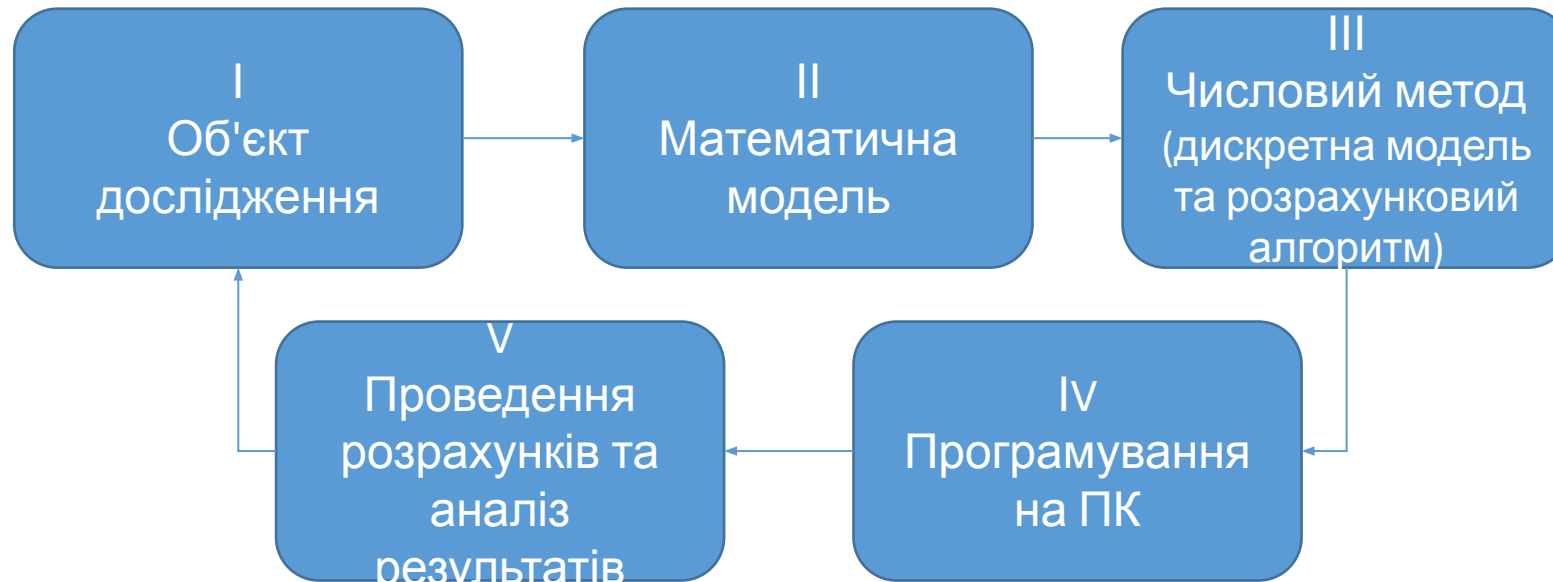
Для чисельних методів характерна множинність, тобто можливість вирішити одну і ту ж задачу різними методами.



# ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В даний час виробилась технологія дослідження складних проблем, заснована на побудові і аналізі за допомогою ПК математичних моделей досліджуваного об'єкта. Такий метод дослідження називають обчислювальним експериментом.

- математична модель у формі системи рівнянь (алгебраїчних, диференціальних, інтегральних і т. д.)
- при виборі моделі ми нехтуємо факторами, що не надають істотного впливу
- більшість реальних процесів описується **нелінійними рівняннями**
- під чисельним методом розуміється така інтерпретація математичної моделі, яка доступна для реалізації на ПК.



## **ЕТАПИ ПРОВЕДЕННЯ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ**

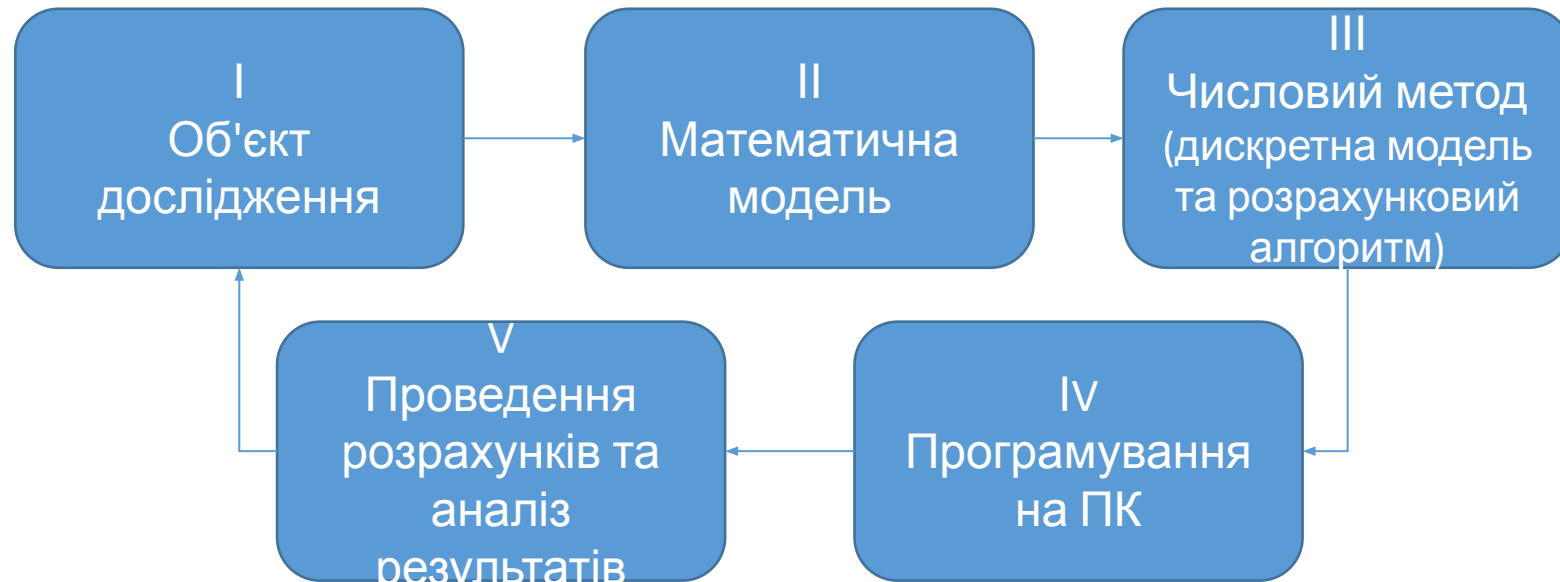
1. Побудова математичної моделі досліджуваного об'єкта.
2. Побудова обчислювального алгоритму.
3. Програмування алгоритму на ЕОМ і його тестування.
4. Проведення серії розрахунків з варіюванням вихідних параметрів.
5. Аналіз отриманих результатів.

# ПОХИБКА ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ.

Необхідно підкреслити, що процес дослідження вихідного об'єкта методом математичного моделювання та обчислювального експерименту неминуче носить наближений характер, тому що на кожному етапі вносяться ті чи інші похибки.

При переході від об'єкта до математичної моделі виникають похибки, звані похибками моделі. При переході від математичної моделі до чисельного методу виникають похибки, звані похибками методу.

Алгоритм називається стійким, якщо в процесі його роботи обчислювальні похибки зростають незначно, і нестійким - в протилежному випадку.



# ПОХИБКА ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ

## Види похибок

Непереборна похибка

Похибка методу

Обчислювальна похибка

## Джерела похибок

Математична модель

Вихідні дані

Наближений метод

Обчислення

# ЗНАХОДЖЕННЯ АБСОЛЮТНОЇ ТА ВІДНОСНОЇ ПО

Приклад

Загальний вигляд таблиці експериментальних даних

№ точки	$i$	1	2	3	...	$n$
параметр	$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$

$i$	1	2	3	4	5
$x_i$	10	12	11	9	8
$\Delta x_i$	0	2	1	1	2
$\delta x_i$	0	0,2	0,1	0,1	0,2

Середнє значення:

Алгебраїчний вигляд

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Абсолютна похибка:

Алгебраїчний вигляд

$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$$

$n = 5$

$$\sum x = 50 \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{50}{5} = 10 \quad \gamma_x = \frac{\sum \Delta x}{n} = \frac{6}{5} = 1,2$$

Середнє значення:

Рекурентний вигляд

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Відносна похибка:

Алгебраїчний вигляд

$$\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}}$$

Відносна похибка:

Алгебраїчний вигляд

$$\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}}$$

Довірчий інтервал:

Рекурентний вигляд

$$\gamma_x = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n}$$



## Приклад в пакеті Mathcad

$$x := \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 11 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \quad n := \text{length}(x) = 5 \quad i := 0..n-1 \quad \sum x = 50$$

$$x_{sr} := \frac{\sum x}{n} = 10 \quad \Delta x := \overrightarrow{|x - x_{sr}|} \quad \delta x := \frac{\Delta x}{x_{sr}} \quad \gamma_x := \frac{\sum \Delta x}{n} = 1.2$$

$$x^T = (10 \ 12 \ 11 \ 9 \ 8)$$

$$\Delta x^T = (0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2)$$

$$\delta x^T = (0 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.2)$$

# ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ

## Перша

### група

Перша група пов'язана з адекватністю дискретної моделі вихідної математичної задачі.

Такі вимоги, як збіжність чисельного методу, виконання дискретних аналогів законів збереження, якісно правильна поведінка рішення дискретної задачі.

Кажуть, що чисельний метод збіжний, якщо при необмеженому збільшенні числа рівнянь рішення дискретної задачі прагне до вирішення вихідної задачі.

Намагаються будувати дискретну модель таким чином, щоб вона правильно відображала якісну поведінку рішення вихідної задачі навіть при порівняно

## Друга

### група

невеликому числі рівнянь.

Друга група пов'язана з можливістю вирішення чисельного методу на ПК та за прийнятний час.

Реальні обчислювальні алгоритми повинні враховувати ці обставини, тобто вони повинні бути