Дисциплина:

Теория электрических цепей

Лекция №16

Тема: «Понятие о цепях
с распределенными параметрами»

Учебные вопросы

1. Цепи с распределенными параметрами. Токи и напряжения в длинных линиях.
2. Телеграфные уравнения длинной линии. Первичные параметры однородной линии.
3. Комплексная схема замещения однородной линии. Уравнения однородной линии в комплексной форме.
4. Длинная линия как четырехполюсник. Вторичные параметры длинной линии.
5. Прямая и обратная волны в однородной линии. Коэффициент отражения.
6. Понятие о согласованной нагрузке, неискаженной передаче и передаче без потерь.

Литература

- 1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007, с.462-474.

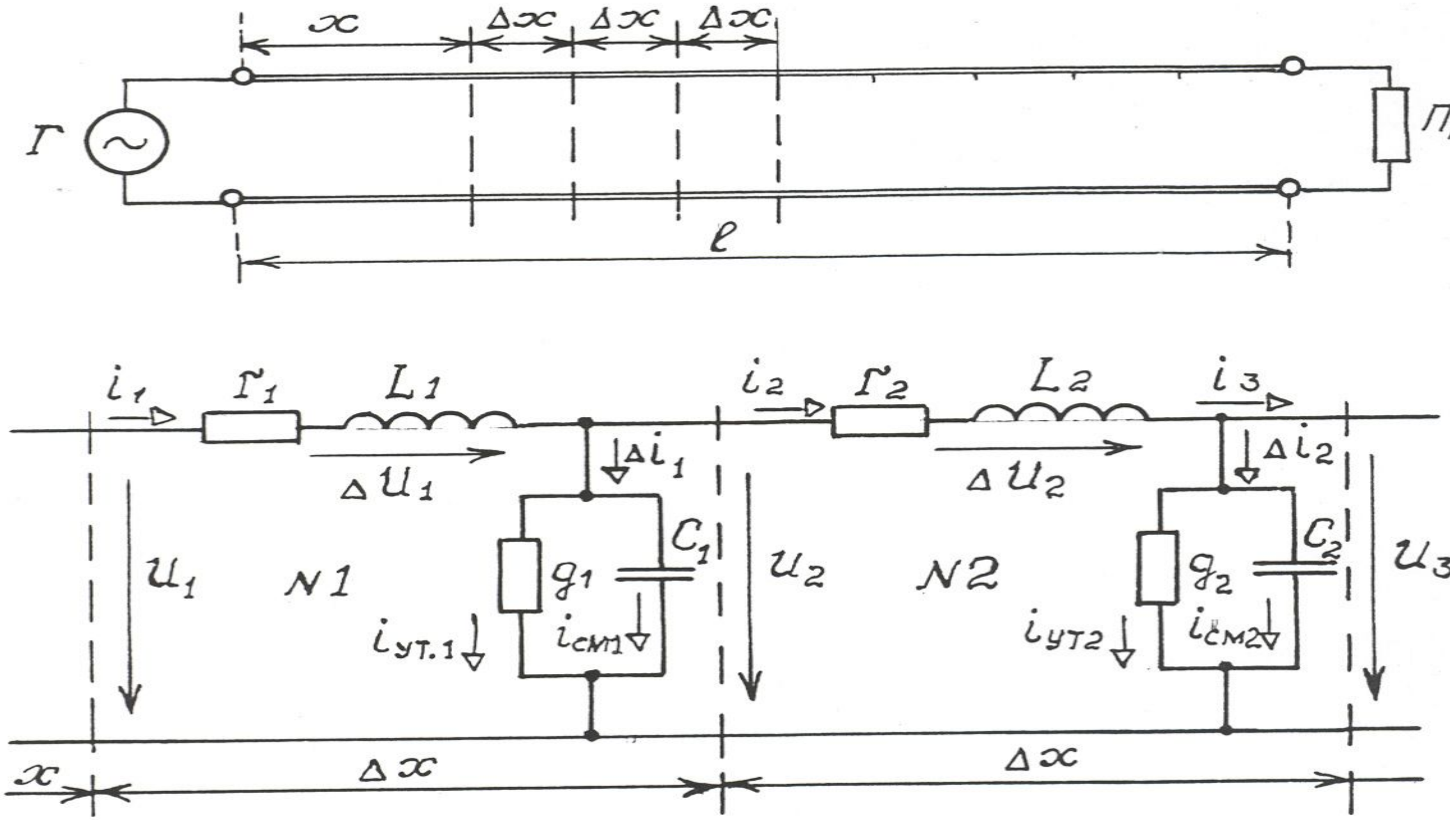
Понятие о цепях с распределенными параметрами

- Для цепей с сосредоточенными параметрами габаритные размеры меньше длины волны:
- $a, b, h << \lambda = v/f$
- Для цепей с распределенными параметрами габаритные размеры соизмеримы с длиной волны:
- $a, b, h \geq \lambda$ => имеет место волновой характер передачи электромагнитной энергии вдоль линии!

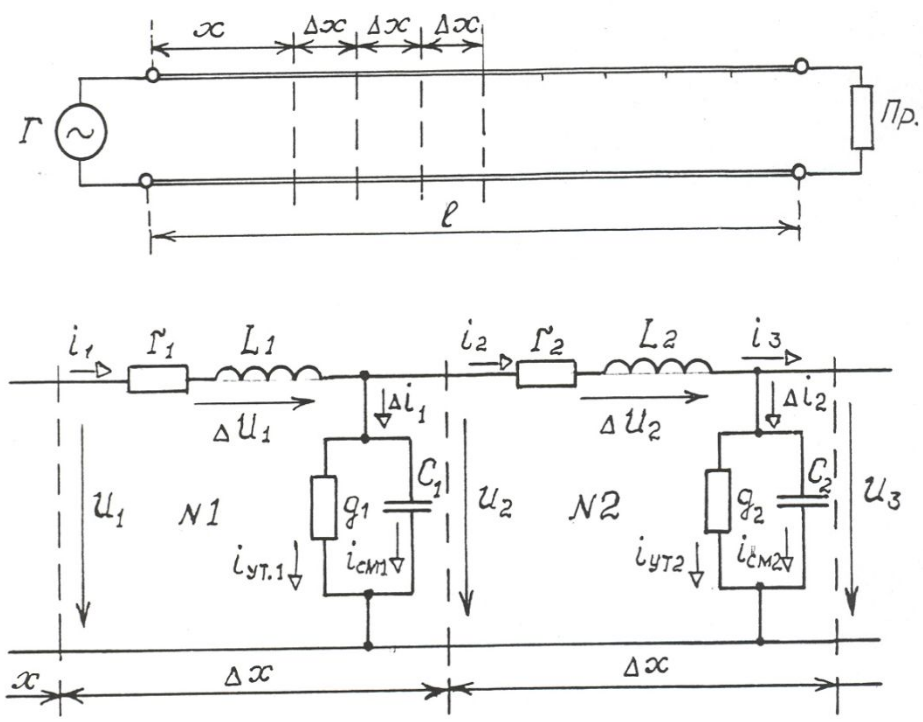
К цепям с распределёнными параметрами относятся:

- - воздушные и кабельные линии электропередачи при высоких напряжениях – в электроэнергетике;
- - телефонные и телеграфные линии – в электросвязи;
- - антенно-фидерные системы и высокочастотные широкополосные трансформаторы – в радиотехнике;
- - проводные каналы передачи телеметрической информации – в электроавтоматике;
- - высокочастотные индуктивные катушки, электрические высокочастотные машины – в электротехнике.

Неоднородная длинная линия и ее эквивалентная схема замещения



Виды длинных линий



Неоднородная ДЛ:

$r_1 \neq r_2 \neq \ldots \neq r_n$;

$g_1 \neq g_2 \neq \ldots \neq g_n$;

$L_1 \neq L_2 \neq \ldots \neq L_n$;

$C_1 \neq C_2 \neq \ldots \neq C_n$.

ДЛ без потерь: $r_л = 0$, $g_л = 0$

Параметры однородной длинной линии

Первичные параметры:

$$r_0, \frac{\text{Ом}}{\text{км}};\ g_0, \frac{\text{См}}{\text{км}};\ L_0, \frac{\text{Гн}}{\text{км}};\ C_0, \frac{\text{Ф}}{\text{км}}.$$

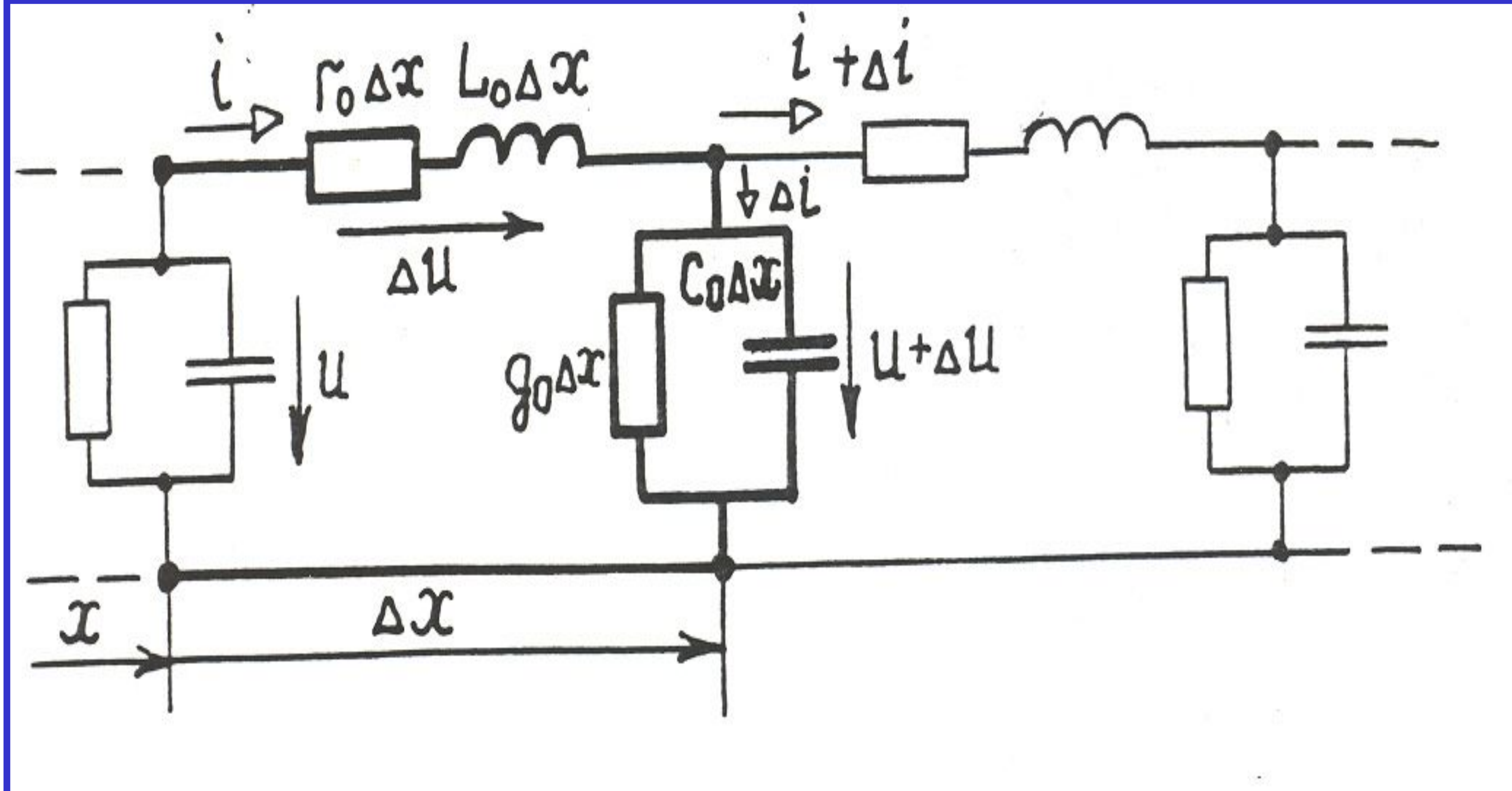
Вторичные параметры:

$\underline{\underline{Z}}_{\text{в}}$-волновое сопротивление линии;

$\underline{\underline{Z}}_{\text{вх}}$-входное сопротивление линии;

$\underline{\gamma}$ -коэффициент распространения волны в линии.

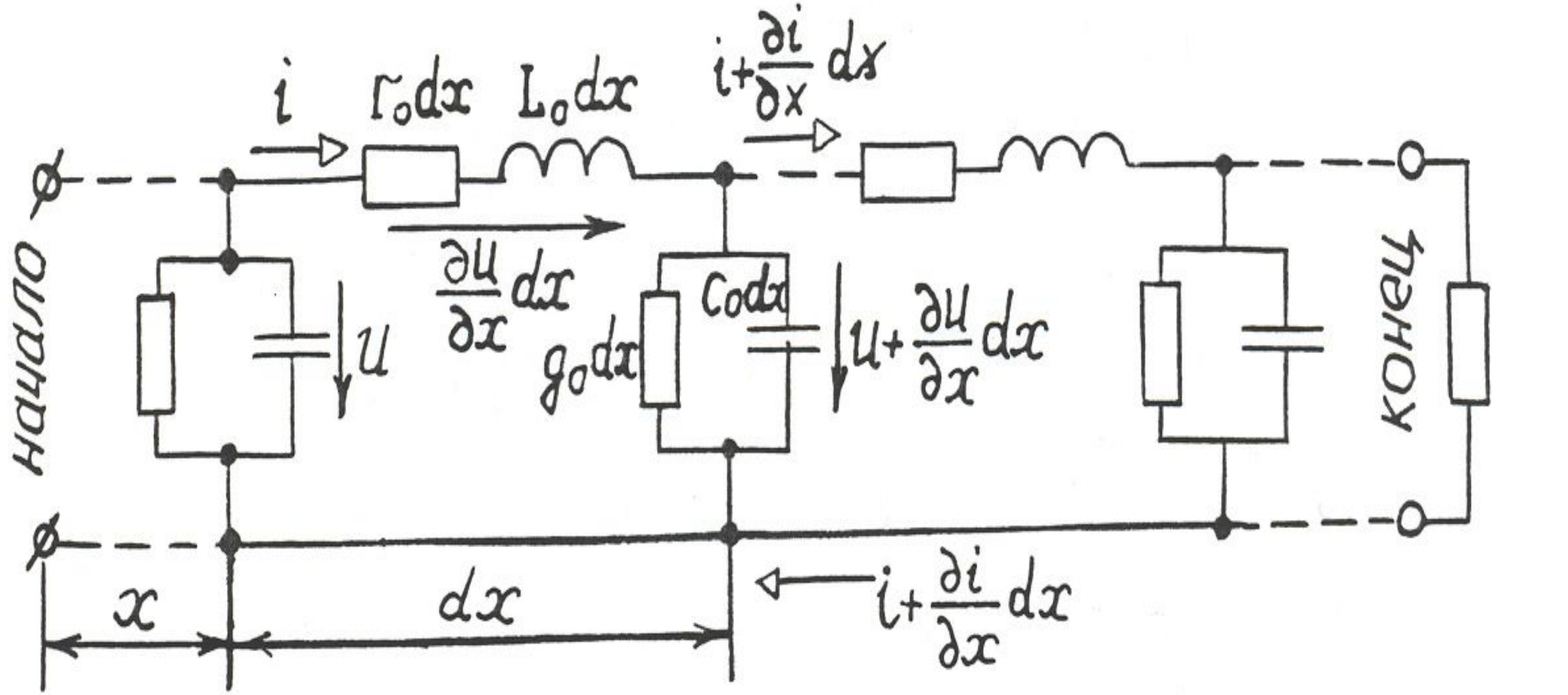
Схема замещения однородной длинной линии



Уравнения для приращений напряжения и тока на элементе длины

$$\left.\begin{aligned}
-\Delta u &= \left(r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}\right)\Delta x;\\
-\Delta i &= \left[g_0\left(u+\Delta u\right) + C_0 \frac{\partial\left(u+\Delta u\right)}{\partial t}\right]\Delta x.
\end{aligned}\right\}$$

Дифференциальная схема замещения однородной длинной линии

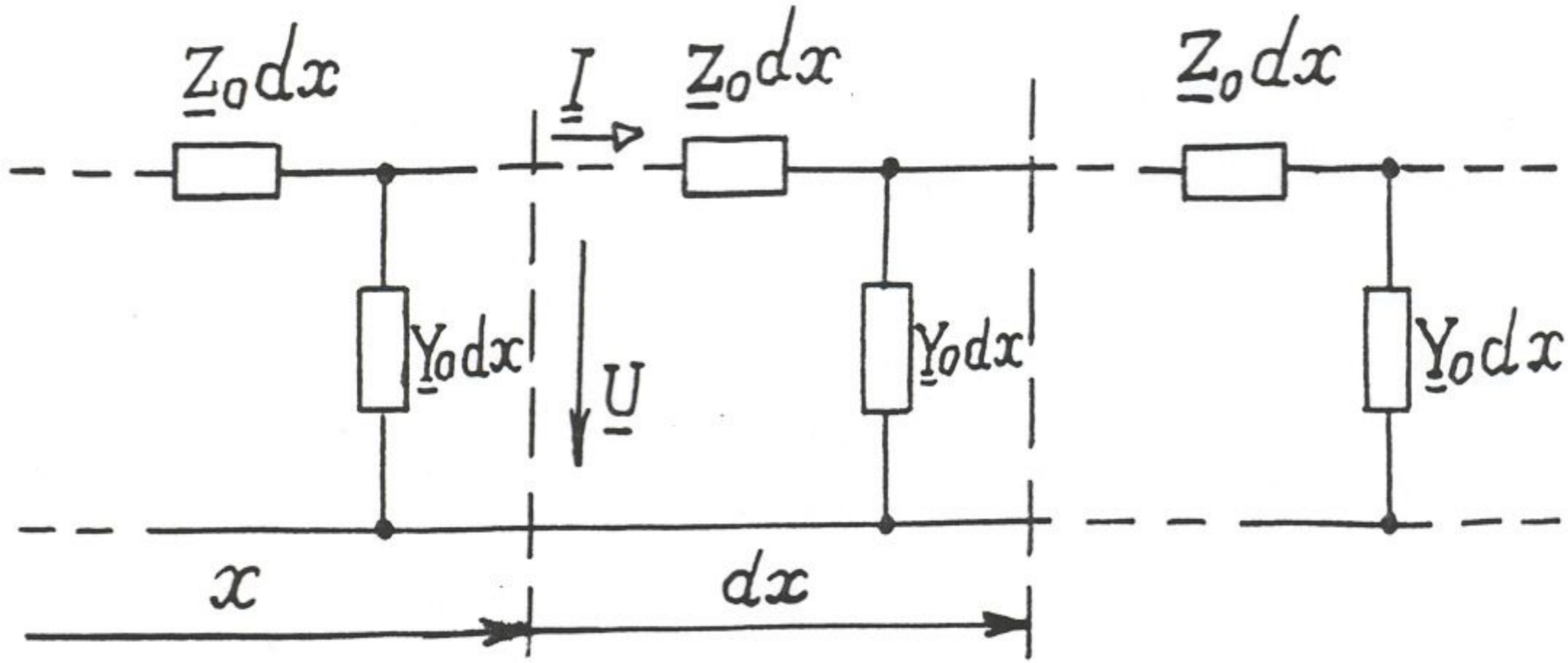


Телеграфные уравнения длинной линии

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned}\right\}$$

Комплексная схема замещения однородной длинной линии

$$\underline{Z}_0 = r_0 + j\omega L_0; \quad \underline{Y}_0 = g_0 + j\omega C_0,$$



Уравнения однородной линии в комплексной форме

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d\underline{U}}{dx} &= \left(r_0 + j\omega L_0\right)\underline{I} = \underline{Z}_0\underline{I}\ ; \\ -\frac{d\underline{I}}{dx} &= \left(g_0 + j\omega C_0\right)\underline{U} = \underline{Y}_0\underline{U}\ . \end{aligned}\right\}$$

Уравнения длинной линии как четырехполюсника

$$\left.\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_2 ch\underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \underline{Z}_В \cdot sh\underline{\gamma} l; \\ \underline{I} &= \underline{I}_2 ch\underline{\gamma} l + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_В} \cdot sh\underline{\gamma} l, \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 &= \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot \underline{I}_2, \end{aligned}\right\}$$

Первичные параметры эквивалентного четырехполюсника

$$\left.\begin{array}{ll} \underline{A} = ch\underline{\gamma}\, l; & \underline{B} = \underline{Z}_{\text{В}} \cdot sh\underline{\gamma}\, l; \\ \underline{C} = \dfrac{1}{\underline{Z}_{\text{В}}} sh\underline{\gamma}\, l; & \underline{D} = ch\underline{\gamma}\, l. \end{array}\right\}$$

Четырехполюсник является симметричным,

так как

$$\boxed{\underline{A} = \underline{D}}$$

Характеристические параметры длинной линии

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{В}} &= \underline{Z}_C\,; \\ \underline{\gamma}\, l &= \underline{g} = a + jb. \end{aligned}\right\}$$

где γ -коэффициент распространения;

$$\boxed{\underline{\gamma} = \frac{\underline{g}}{l} = \frac{a}{l} + j\,\frac{b}{l} = \alpha + j\beta}$$

α – коэффициент затухания на единицу длины
линии;

β – коэффициент фазы на единицу длины линии.

Решение комплексных уравнений длинной линии

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d\underline{U}}{dx} &= (r_0 + j\omega L_0)\underline{I} = \underline{Z}_0\underline{I}\ ; \\ -\frac{d\underline{I}}{dx} &= (g_0 + j\omega C_0)\underline{U} = \underline{Y}_0\underline{U}\ . \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\frac{d^2\underline{U}}{dx^2} = \underline{Z}_0\underline{Y}_0\underline{U} = \underline{\gamma}^2\underline{U}}$$

$$\boxed{\frac{d^2\underline{I}}{dx^2} = \underline{Z}_0\underline{Y}_0\underline{I} = \underline{\gamma}^2\underline{I}}$$

Решения комплексных уравнений длинной линии

$$\underline{U} = \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x}$$

$$\underline{I} = \frac{1}{\underline{Z}_в}\left(\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}\right)$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0} = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)}$$

$$\underline{Z}_в = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}}$$

Решения комплексных уравнений длинной линии

$$\left.\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{A}_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + \underline{A}_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} = \underline{U}' + \underline{U}''; \\ \underline{I} &= \frac{\underline{A}_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}}{\underline{Z}_{\text{В}}} - \frac{\underline{A}_2 e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}}{\underline{Z}_{\text{В}}} = \underline{I}' - \underline{I}''. \end{aligned}\right\}$$

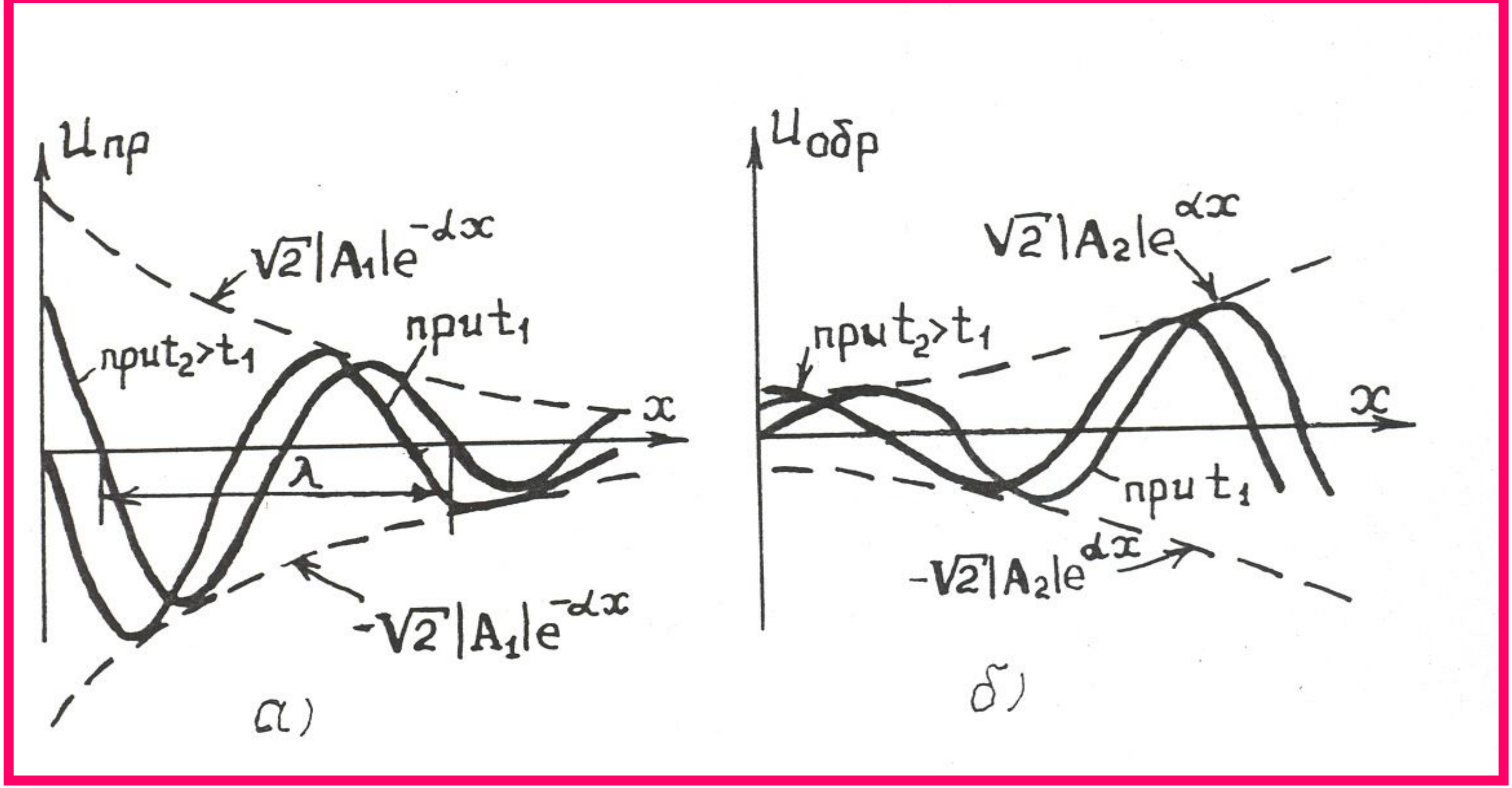
- Комплексные составляющие напряжения

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}' &= \underline{A}_1 e^{j\psi_1} e^{-\gamma x} = U_{\text{пр}} e^{j\psi_{u1}} e^{-\gamma x}; \\ \underline{U}'' &= \underline{A}_2 e^{j\psi_2} e^{\gamma x} = U_{\text{обр}} e^{j\psi_{u2}} e^{\gamma x}. \end{aligned}\right\}$$

Мгновенные напряжение и ток в длинной линии

$$\left.\begin{aligned}
u(t,x) &= Jm\left[\underline{U}\sqrt{2}e^{j\omega t}\right] = U_{\text{ПР}}\sqrt{2}e^{-\alpha x}\sin(\omega t+\psi_{u1}-\beta x)+\\
&\quad + U_{\text{ОБР}}\sqrt{2}e^{\alpha x}\sin(\omega t+\psi_{u2}+\beta x) = u_{\text{ПР}}+u_{\text{ОБР}};\\
i(t,x) &= Jm\left[\underline{I}\sqrt{2}e^{j\omega t}\right] = \frac{U_{\text{ПР}}\sqrt{2}}{Z_{\text{В}}}e^{-\alpha x}\sin(\omega t+\psi_{u1}-\beta x-\theta)-\\
&\quad -\frac{U_{\text{ОБР}}\sqrt{2}}{Z_{\text{В}}}e^{\alpha x}\sin(\omega t+\psi_{u2}+\beta x-\theta) = i_{\text{ПР}}-i_{\text{ОБР}}.
\end{aligned}\right\}$$

Падающие и отраженные волны напряжения



Понятие о согласованной нагрузке

$\underline{Z}2 = \dfrac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \underline{Z}В$,
$$K_u = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_В}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_В} = \frac{0}{2\underline{Z}_В} = 0.$$

Нагрузка, при которой $\underline{Z}2 = \underline{Z}В$ и отсутствует отраженная волна, называется согласованной нагрузкой линии.

В режиме согласованной нагрузки ($\underline{Z}2 = \underline{Z}В$) входное сопротивление линии равно ее волновому сопротивлению.

$$\underline{U} = \underline{U}_{ПР} = \underline{U}_2 e^{\gamma x}$$

$$\underline{U}_{ОБ} = 0;$$

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_В$$

$$\underline{I} = \underline{I}_{ПР} = \frac{\underline{U}_{ПР}}{\underline{Z}_В} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_В} e^{\gamma x} = \underline{I}_2 e^{\gamma x};$$

$$\underline{I}_{ОБ} = 0.$$

КПД линии передачи

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\theta$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\theta = U_2 I_2 e^{2\alpha l} \cdot \cos\theta = P_2 e^{2\alpha l}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\theta$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha l}$$

Вывод: КПД нагруженной на согласованную нагрузку линии передачи энергии изменяется вдоль линии, уменьшаясь к ее концу.

Условия неискаженной передачи сигналов

1.Независимость коэффициента затухания α от частоты ω

2. Коэффициент фазы β пропорционален частоте ω

$$\frac{L_0}{r_0} = \frac{C_0}{g_0} \quad \text{или} \quad \frac{L_0}{C_0} = \frac{r_0}{g_0}$$

Волновое сопротивление и фазовая скорость линиии не зависят от частоты

$$\underline{Z}_{\text{В}} = z_{\text{В}} = \rho = \sqrt{\frac{r_0}{g_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Характеристики бегущей волны

1. Фазовая скорость

$v=\omega/\beta=2\pi f/\beta=\lambda\cdot f=\lambda/T$

2. Длина волны $\lambda=2\pi/\beta$

3. Коэффициент отражения

$$\underline{K_u}=\frac{U_{\text{отр}}\cdot e^{\gamma l}}{U_{пр}\cdot e^{-\gamma l}}=\frac{\underline{Z_2}-\underline{Z_в}}{\underline{Z_2}+\underline{Z_в}}$$