

Логическое высказывание

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Выражения:

- «Уходя, гасите свет и закрывайте дверь.»
- «Да здравствует мыло душистое и полотенце пушистое!»

не являются высказываниями, т. к. нельзя сказать, являются они истинными или ложными

Виды сложных высказываний

- **Соединительные** (связка **И**).

«Саша играет на гитаре и на фортепиано», «Петров — врач и шахматист».

- **Разделительные** (связка **ИЛИ**).

«Вторым уроком будет физика или химия», «Мама купила торт или конфеты».

- **Условные** (связка **ЕСЛИ..., ТО**).

«Если придет друг, то мы посмотрим фильм»;

«Если будет ясная погода, то мы пойдем за грибами».

- **Эквивалентные** (связка **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА..., КОГДА**).

«Дождь идет тогда и только тогда, когда на небе есть тучи»;

«Саша и Ваня пойдут гулять тогда и только тогда, когда сделают уроки и выполнят обязанности по дому».

- **Высказывания с внешним отрицанием** (связка **НЕВЕРНО, ЧТО**).

«Неверно, что Таня и Света придут ко мне на день рождения»;

«Неверно, что все птицы летают».

Основная задача математической логики — на основании ложности или истинности простых высказываний определить значение сложного высказывания.

Логические операции

И — логическое умножение или конъюнкция

- Обозначение операции в алгебре высказываний:

И, \wedge , \cdot , $\&$.

- Обозначение в языках программирования: **and**.

- Если обозначить простые высказывания $A =$
«Саша играет на гитаре»;

$B =$ *«Саша играет на фортепиано»*, тогда
сложное высказывание $F =$ *«Саша играет на
гитаре и на фортепиано»* можно записать как

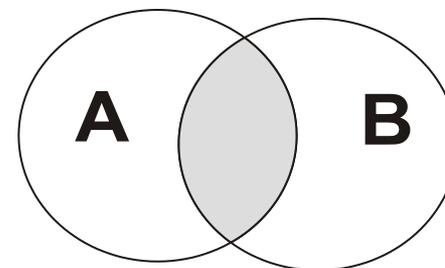
$F = A \wedge B$.

Таблица истинности операции И

| A | B | $F = A \wedge B$ |
|---|---|------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера — Венна

В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция **пересечения множеств**.



ИЛИ — логическое сложение или ДИЗЪЮНКЦИЯ

- Обозначение операции в алгебре высказываний:

ИЛИ, \vee , +.

- Обозначение в языках программирования:
or.
- Обозначим сложное высказывание «*Мама купила торт или конфеты*» буквой **F** и запишем его на языке алгебры логики.

Пусть **A** — «*Мама купила торт*»; **B** — «*Мама купила конфеты*», тогда

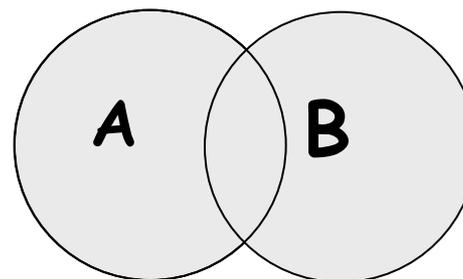
$$\mathbf{F = A \vee B.}$$

Таблица истинности операции ИЛИ

| A | B | $F = A \vee B$ |
|---|---|----------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера — Венна

В алгебре множеств
дизъюнкции соответствует
операция объединения
множеств.



НЕ — логическое отрицание или инверсия

- Обозначение отрицания в алгебре высказываний:

$$\text{НЕ } A, \square A, \neg A.$$

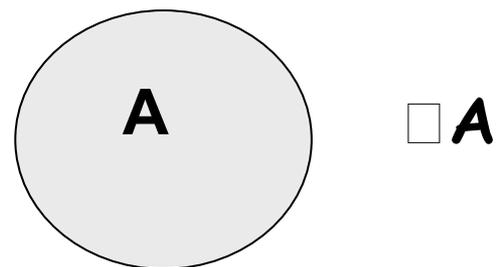
- Обозначение в языках программирования: **not**.
- Пусть $A = \text{«Четыре — четное число»}$ — истинное высказывание, тогда высказывание $\text{«Четыре — нечетное число»}$ будет являться отрицанием высказывания A и будет ложно. На языке алгебры логики это будет выглядеть как

$$F = \square A.$$

Таблица истинности операции НЕ

| A | $F = \neg A$ |
|---|--------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Диаграмма Эйлера-Венна



ЕСЛИ–ТО — логическое следование или импликация

- Обозначение импликации в алгебре высказываний: \rightarrow .
- Пусть высказывание $A =$ «*Данный четырёхугольник — квадрат*» и высказывание $B =$ «*Около данного четырёхугольника можно описать окружность*».
- Тогда составное высказывание

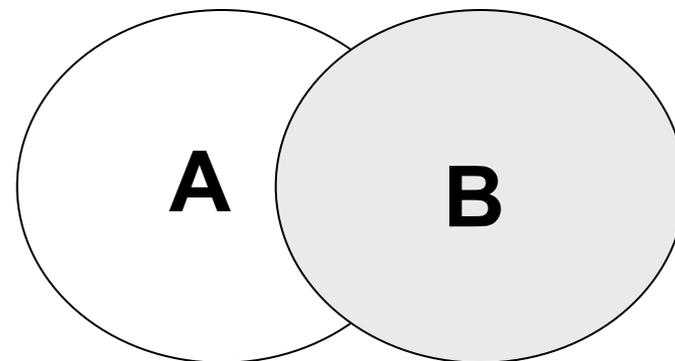
$$F = A \rightarrow B$$

понимается как «*Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность*».

Таблица истинности
операции
«ИМПЛИКАЦИЯ»

| A | B | F = A → B |
|----------|----------|------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера-
Венна



РАВНОСИЛЬНО — логическое равенство или эквиваленция

- Эквиваленция (двойная импликация) — это логическая операция, выражаемая связками *тогда и только тогда...*, *когда*; *необходимо и достаточно*; *равносильно*; *в том и только том случае*.
- Обозначение эквиваленции в алгебре высказываний:

$$\leftrightarrow, \sim, \equiv.$$

- Пусть высказывание $A =$ «Идет дождь» и высказывание $B =$ «На небе тучи».

Тогда составное высказывание

$$F = A \leftrightarrow B$$

понимается как «*Дождь идет тогда и только тогда, когда на небе есть тучи*».

Таблица истинности
операции «эквиваленция»

| A | B | F = A ↔ B |
|----------|----------|------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Диаграмма Эйлера-Венна

