

Рекомендуемая литература:

а) основная:

1. Гармаш А.Н., Орлова И.В. Математические методы в управлении: Учеб. пособие. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012.

ЭБС «Znanium.com»: <https://www.znanium.com>

2. Методы оптимальных решений в экономике и финансах: учебник / коллектив авторов; под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова. – М.: КНОРУС, 2014, 2016. – 400 с.

ЭБС «Book.ru»: <https://www.book.ru/book/915989>

3. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012, 2014.

ЭБС «Znanium.com»: <https://www.znanium.com>

4. Филонова Е.С. Линейные модели в экономике. Учебное пособие. – Орел: ООО ПФ «Картуш», 2016.

6) дополнительная:

5. Кремер Н.Ш. и др. Исследование операций в экономике:
Учебник для вузов. – М.: Издательство ЮРАЙТ, 2014, 2016. –
Серия: Бакалавр. Академический курс.

ЭБС «Biblio-online.ru»: <https://www.biblio-online.ru>

6. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование:
Практическое пособие по решению задач. – 2-е изд., испр. и
доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012 – 2014.

ЭБС «Znanium.com»: <https://www.znanium.com>

7. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебник для бакалавриата и магистратуры / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, И.В. Орлова; под ред. В.В. Федосеева. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2016.

ЭБС «Biblio-online.ru»: <https://www.biblio-online.ru>



Методические пособия

- 1. Методы оптимальных решений.** Методические указания по выполнению контрольной работы. – М.: Финансовый университет, 2016.
- 2. Теория игр.** Учебно-методическое пособие. - Орел. ООО ПФ «Картуш», 2013.
- 3. Филонова Е.С., Агеев А.В.**
Экономико-математические методы и прикладные модели. Практикум (по теме «Модели управления товарными запасами») для студентов бакалавриата, обучающихся на третьем курсе по направлениям 080500.62 «Менеджмент», 080100.62 «Экономика». – М.: ВЗФЭИ, 2011.

Учебно-методический
комплекс

Студент должен сдать:

- 1) домашнюю контрольную работу,
(в том числе пройти по ней
собеседование и получить баллы за
текущий контроль);
- 2) экзамен в зимнюю сессию

ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ

Наша наука должна быть математической хотя бы потому, что мы имеем дело с количествами.

Стенли Джевонс

A stylized, dark teal silhouette of a mountain range is positioned in the bottom right corner of the slide, adding a decorative element to the background.

Математика — это наука о
количественных отношениях и
пространственных формах
действительного мира

Методы оптимальных решений — это раздел
математической экономики, в котором
рассматриваются методы и модели,
предназначенные для поиска *оптимальных*, т.
е. наиболее выгодных, решений

A stylized, dark teal silhouette of a mountain range is positioned in the bottom right corner of the slide, partially overlapping the text area.

Модель – это упрощенный образ
(подобие) исследуемого явления,
процесса, объекта

Современная экономика
и управление – это мир моделей

$$Y = \alpha_o K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$$

Бухгалтерский баланс

$$\sum_{\text{ст. АКТИВА}} A = \sum_{\text{ст. ПАССИВА}} B$$

$$S = P(1 + ni)$$

$$S = P(1 + i)^n$$

**Сравнение множителей наращенния
(ставка 15 %, временная база 360 дней)**

Срок депозита n	Множители наращенния	
	$(1 + ni)$	$(1 + i)^n$
30 дней	1,0125	1,0117
180 дней	1,075	1,0724
1 год	1,15	1,15
5 лет	1,75	2,0114
10 лет	2,5	4,0456
20 лет	4	16,3665

Виды моделей:

1) физические

2) абстрактные:

а) символические б) словесно-описательные

Цели моделирования:

1) оптимизация

2) имитация

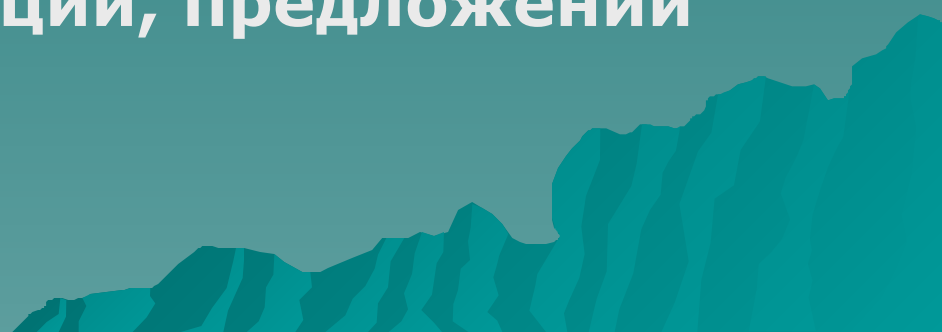
3) анализ и прогнозирование

Экономико-математическая модель
(ЭММ) – это образ экономического объекта,
примерно воссоздаваемый с помощью
математического языка

Классификация ЭММ:

- 1) макро- и микроэкономические;
- 2) прескриптивные и дескриптивные;
- 3) статические и динамические;
- 4) детерминированные и стохастические

Основные этапы решения экономических задач с применением математических методов

- 1. Постановка экономической проблемы, задачи**
 - 2. Моделирование проблемы**
 - 3. Получение решения по модели
(реализация модели)**
 - 4. Внедрение полученного решения,
разработка рекомендаций, предложений**
- 
- A stylized, dark blue silhouette of a mountain range is located in the bottom right corner of the slide, partially overlapping the text of the fourth step.

Тема: Линейное программирование

- ◆ 1.1. Экономико-математическая модель оптимизационной задачи и задачи линейного программирования
 - ◆ 1.2. Графический метод решения задачи линейного программирования
 - ◆ 1.3. Симплекс-метод решения задач линейного программирования
 - ◆ 1.4. Основы теории двойственности
- 
- A stylized, dark teal mountain range graphic is located in the bottom right corner of the slide, partially overlapping the text of the last bullet point. The mountains are depicted with sharp peaks and ridges, rendered in a monochromatic teal color.

1.1. Экономико-математическая модель оптимизационной задачи и задачи линейного программирования

◆ Принцип оптимальности:

выбор среди множества допускаемых в данной ситуации решений наиболее выгодного с точки зрения критерия оптимальности

◆ Критерии оптимальности:

1. Максимум прибыли
2. Минимум затрат
3. Максимальное число комплектов
4. Минимальные временные затраты
5. Минимальная стоимость перевозок

Модель оптимизационной задачи

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max (\min)$$

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_2$$

.....

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Общая задача линейного программирования (ЗЛП)

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n.$$

Примеры на построение ЭММ

Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3, S_4 . Необходимые данные приведены в таблице:

Вид ресурса	Запас ресурса	Количество ресурсов на единицу продукции	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-
Прибыль от единицы продукции	-	2	3

ЭММ задачи

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_2 \leq 5$$

$$3x_1 \leq 21$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

C_1	2	0,5	1,5	3	35
C_2	1	2	3	6	47
C_3	3,5	1,5	3	1	15
Объем заказа, шт.	30	17	25	15	

1. Предложить план перевозок, который обеспечивает минимальные совокупные транспортные издержки.

2. Что произойдет с оптимальным планом, если изменятся условия перевозок: а) появится запрет на перевозки со склада C_2 до магазина «Мужская одежда»; б) по этой коммуникации будет ограничен объем перевозок — 6 шт.?

ВАРИАНТ 3

3.1. Оптимальный план выпуска молочной продукции. Производством городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1,01; 1,01 и 9,45 т молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-часа. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 часа. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 т молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-часа, а автоматы по расфасовке сметаны — в течение 16,25 часа. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока.

Оптимальный план выпуска молочной продукции

Ресурсы	Продукция			Запасы
	Молоко	Кефир	Сметана	
Молоко	1,01	1,01	9,45	136
Основн. обор.	0,18	0,19	-	21,4
Спец. автом.	-	-	3,25	16,25
Прибыль	30	22	136	

$$F = 30x_1 + 22x_2 + 136x_3 \rightarrow \max$$

$$1.01x_1 + 1.01x_2 + 9.45x_3 \leq 136$$

$$0.18x_1 + 0.19x_2 \leq 21.4$$

$$3.25x_3 \leq 16.25$$

$$x_1 \geq 100$$

$$x_{1,2,3} \geq 0$$

Решение:

X1	X2	X3			
118.8889	0	1.684891	F		
30	22	136	3795.812		
1	0	0	118.8889	>=	100
1.01	1.01	9.45	136	<=	136
0.18	0.19	0	21.4	<=	21.4
0	0	3.25	5.475897	<=	16.25

Отчет по устойчивости

Изменяемые ячейки						
		Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение
\$B\$3	X1	118.88888889	0	30	1E+30	8.392871067
\$C\$3	X2	0	-8.859141682	22	8.859141682	1E+30
\$D\$3	X3	1.68489124	0	136	144.6930693	136
		Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение
\$E\$6	F	118.88888889	0	100	18.88888889	1E+30
\$E\$7	F	136	14.39153439	136	31.32777778	15.92222222
\$E\$8	F	21.4	85.91416814	21.4	2.837623762	3.4
\$E\$9	F	5.475896531	0	16.25	1E+30	10.77410347

1.2. Графический метод решения задачи линейного программирования

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n.$$

Геометрическая интерпретация линейных неравенств и их систем

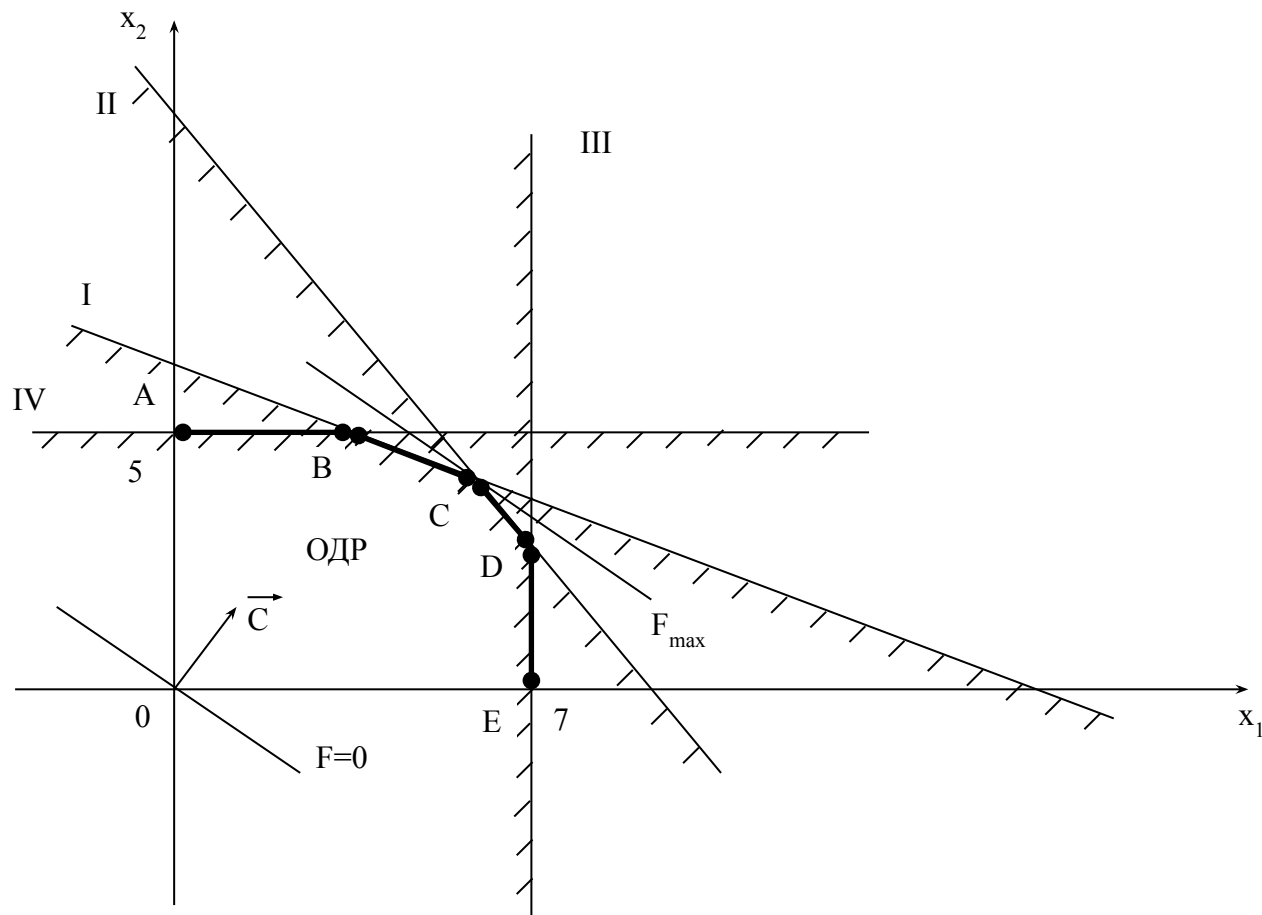
$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m$$



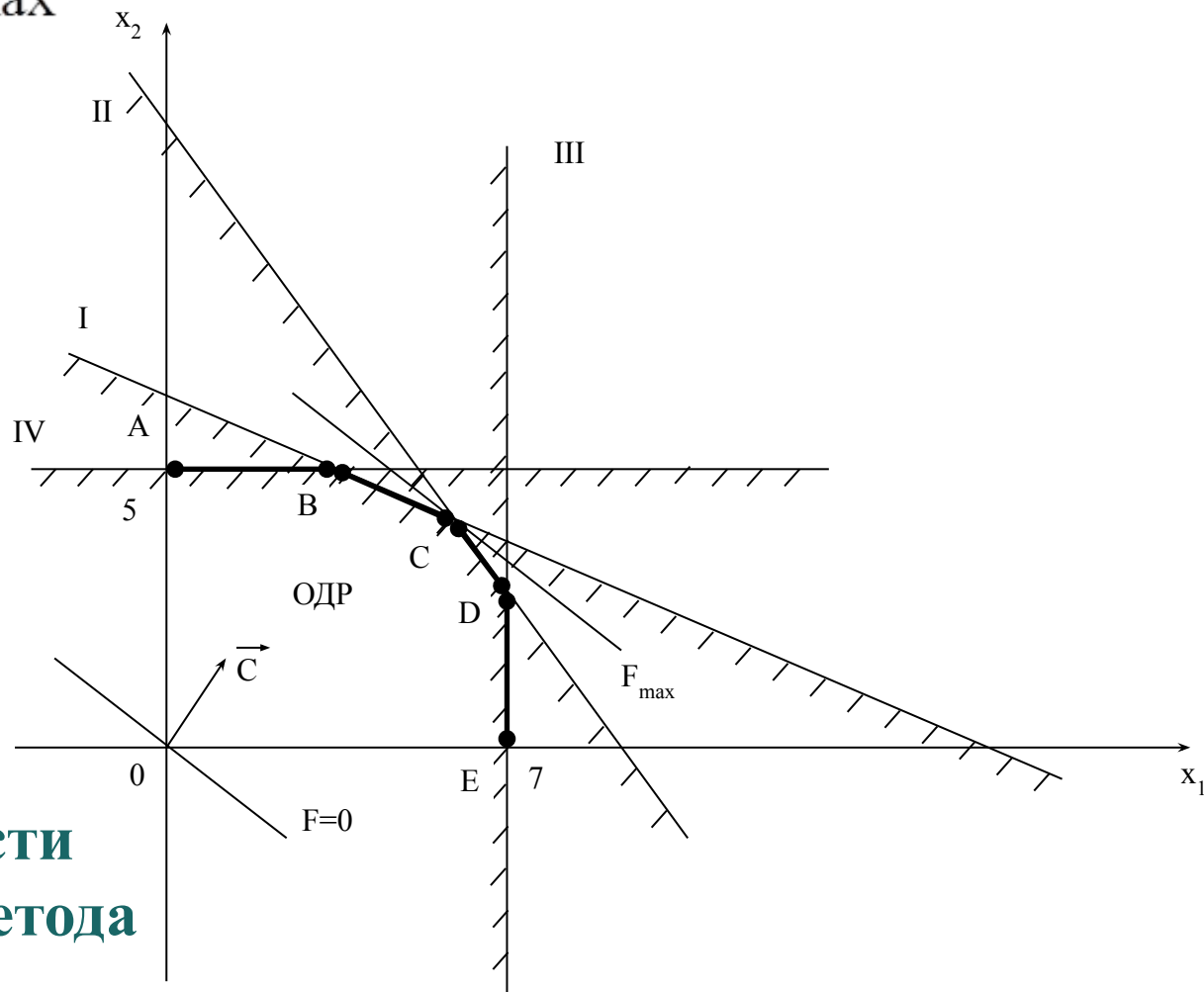
Графический метод. Пример

Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3, S_4 . Необходимые данные приведены в таблице:

Вид ресурса	Запас ресурса	Количество ресурсов на единицу продукции	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-
Прибыль от единицы продукции	-	2	3

Анализ чувствительности Особые случаи граф. метода

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$



1.3. Симплекс-метод решения задач линейного программирования

[illegible]

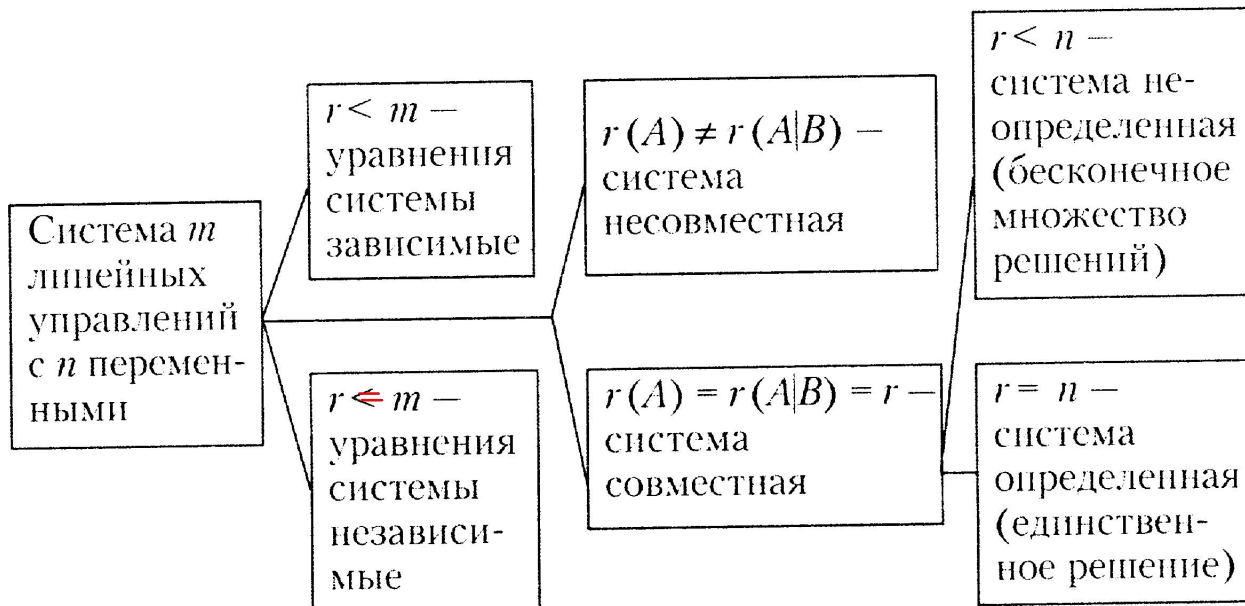


Схема сравнения методов

Графический метод

Графическое представление всех ограничений, включая условие неотрицательности

Пространство решений состоит из бесконечного количества **допустимых** точек

Определяются **допустимые угловые точки** пространства решений

Кандидатами на оптимальное решение будут *конечное* число **угловых точек**

Целевая функция используется для определения **оптимальной угловой точки** среди всех кандидатов

Алгебраический метод

Задание пространства решений посредством системы из m линейных уравнений с n неотрицательными переменными, $m < n$

Задача имеет бесконечное количество **допустимых** решений

Находятся **допустимые базисные** решения системы уравнений

Кандидатами на оптимальное решение будут *конечное* число **базисных допустимых** решений

Целевая функция используется для определения **оптимального базисного допустимого** решения среди всех кандидатов

Основные этапы симплексного метода:

- 1) определение какого-либо первоначального допустимого базисного решения задачи;
- 2) правило перехода к нехудшему решению;
- 3) проверка оптимальности допустимого базисного решения.

Различают симплексный метод:

- а) с естественным базисом;
- б) с искусственным базисом

Симплекс-метод с естественным базисом

$$F = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \leq 130$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$F - 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 0$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 + x_5 = 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_6 = 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 + x_7 = 130$$

Базис	Свободный член	Переменные							Оценочные отношения
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	80	7	2	2	6	1	0	0	40
x_6	480	5	8	4	3	0	1	0	60
x_7	130	2	4	1	8	0	0	1	32.5
F	0	-3	-4	-3	-1	0	0	0	

Первая симплексная таблица

Вторая симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные							Оценочные отношения
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	15	6	0	3/2	2	1	0	-1/2	10
x_6	220	1	0	2	-13	0	1	-2	110
x_2	32,5	1/2	1	1/4	2	0	0	1/4	130
F	130	-1	0	-2	7	0	0	1	

Третья симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные							Оценочные отношения
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_3	10	4	0	1	$4/3$	$2/3$	0	$-1/3$	
x_6	200	-7	0	0	$-15\frac{2}{3}$	$-4/3$	1	14	
x_2	30	$-1/2$	1	0	$1\frac{2}{3}$	$-1/6$	0	$2\frac{1}{4}$	
F	150	7	0	0	$9\frac{2}{3}$	$4/3$	0	$1/3$	

[illegible]

Отчет по устойчивости

Изменяемые ячейки						
		Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение
\$B\$3	X1	118.88888889	0	30	1E+30	8.392871067
\$C\$3	X2	0	-8.859141682	22	8.859141682	1E+30
\$D\$3	X3	1.68489124	0	136	144.6930693	136
		Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение
\$E\$6	F	118.88888889	0	100	18.88888889	1E+30
\$E\$7	F	136	14.39153439	136	31.32777778	15.92222222
\$E\$8	F	21.4	85.91416814	21.4	2.837623762	3.4
\$E\$9	F	5.475896531	0	16.25	1E+30	10.77410347

Теоремы двойственности

Теорема 1

$$F_{\max} = Z_{\min}$$

Теорема 2

$$y_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \right) = 0;$$

$$x_j \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i - c_j \right) = 0$$

Теорема 3

$$\frac{\partial F_{\max}}{\partial b_i} = y_i^*, i = 1, 2, \dots, m.$$

Пример

Задача об оптимальном использовании ресурсов (задача о коврах)

В распоряжении фабрики имеется определенное количество ресурсов: рабочая сила (80 чел.-дней), сырье (480 кг), оборудование (130 станко-часов). Фабрика может выпускать ковры четырех типов. Данные о количестве единиц каждого ресурса, необходимых для производства одного ковра каждого типа, и доходах, получаемых предприятием от единицы каждого типа товаров, приведены в таблице. Необходимо составить план производства, максимизирующий доход от реализации.

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на один ковер				Наличие ресурсов
	«Лужайка»	«Силуэт»	«Детский»	«Дымка»	
Труд	7	2	2	6	80
Сырье	5	8	4	3	480
Оборудование	2	4	1	8	130
Цена ковра, тыс. руб.	3	4	3	1	

Пример

$$F = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \leq 130$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

$$Z = 80y_1 + 480y_2 + 130y_3 \rightarrow \min$$

$$7y_1 + 5y_2 + 2y_3 \geq 3$$

$$2y_1 + 8y_2 + 4y_3 \geq 4$$

$$2y_1 + 4y_2 + y_3 \geq 3$$

$$6y_1 + 3y_2 + 8y_3 \geq 1$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0.$$

Пример

$$7 \cdot 0 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 0 = 80$$

$$5 \cdot 0 + 8 \cdot 30 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 = 280 < 480$$

$$2 \cdot 0 + 4 \cdot 30 + 10 + 8 \cdot 0 = 130$$

$$\begin{cases} 2y_1 + 8y_2 + 4y_3 = 4 \\ 2y_1 + 4y_2 + y_3 = 3 \\ y_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} 4 - 4y_3 + y_3 &= 3 \\ y_3 &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$y_1 = 1\frac{1}{3}, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_3 = 2 \\ 2y_1 + y_3 = 3 \end{cases} \quad y_1 = 2 - 2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$Z_{\min} = 80 \cdot 1\frac{1}{3} + 480 \cdot 0 + 130 \cdot \frac{1}{3} = 150.$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 - 2y_3 \\ 2(2 - 2y_3) + y_3 = 3 \end{cases} \quad y_1 = 1\frac{1}{3}.$$

Целесообразность включения в план производства новых видов изделий

$$\Delta_j = a_{1j}y_1 + a_{2j}y_2 + \dots + a_{mj}y_m - c_j$$

$$\Delta_j = 5 \cdot 4/3 + 2 \cdot 0 + 9 \cdot 1/3 - 2 = 29/3 - 6/3 = 23/3 > 0$$



Тема. Специальные задачи линейного программирования

**2.1. Задачи дискретного
программирования**

2.2. Транспортная задача

2.3. Задача о назначениях

Специальные задачи линейного программирования

1. Задачи дискретного программирования:

- целочисленные,
- с двоичными переменными.

2. Транспортные задачи:

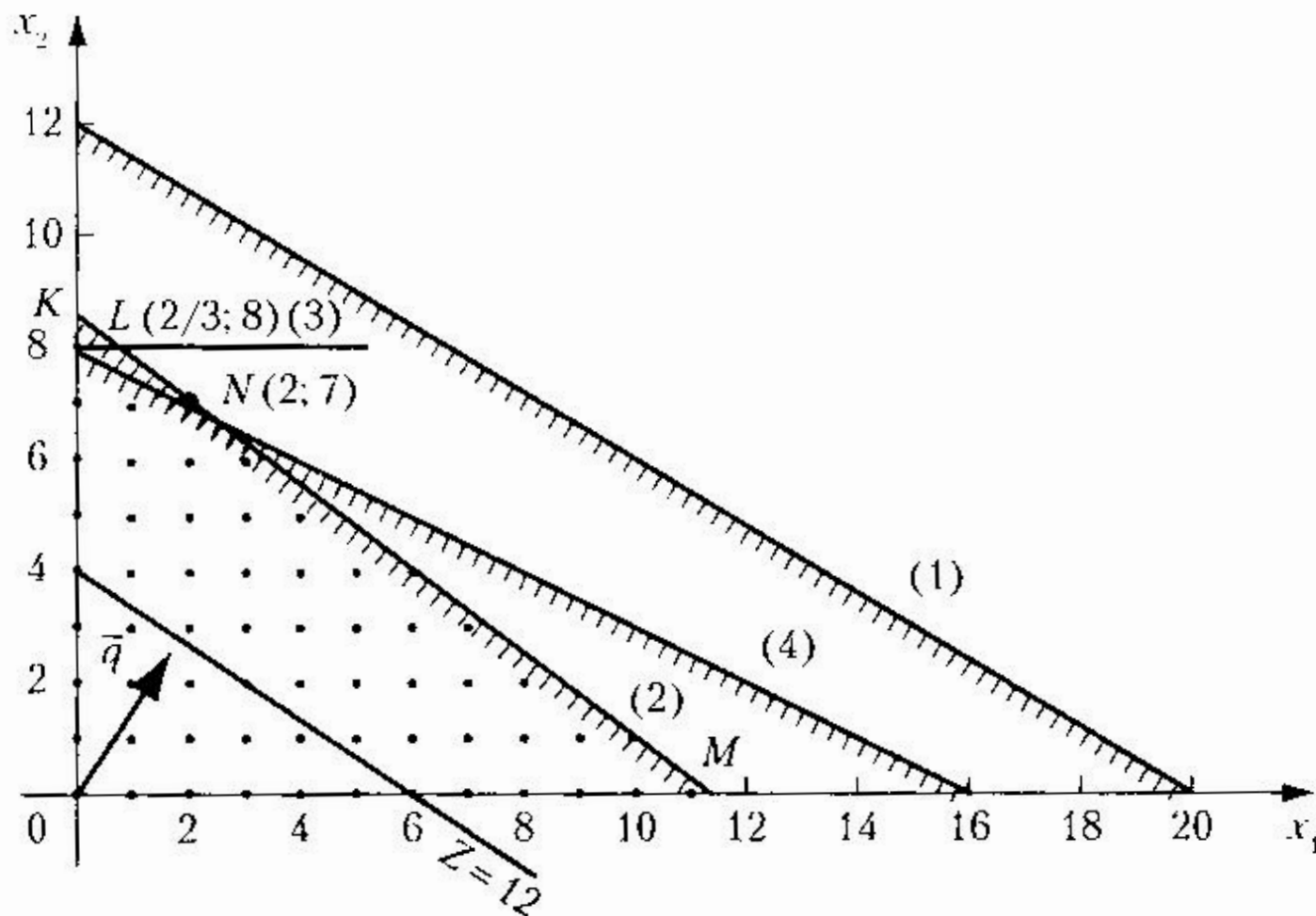
- задачи о назначениях

Модель задачи целочисленного программирования

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_j \geq 0, j = 1,..., n \\ x_j - \text{целые числа} \end{array} \right.$$

1. Методы отсечения
2. Комбинаторные методы
3. Приближенные методы

Сущность методов отсечения



Задачи с двоичными переменными

Управляющему банком предложены четыре проекта, претендующие на получение кредита в банке. Ресурс банка в каждом периоде, потребности проектов и прибыль по ним приведены в таблице (в усл. ед.):

Какие проекты следует финансировать, если цель состоит в максимизации прибыли банка от кредитования?

Проект	Потребности проектов в объемах кредитов				Прибыль
	Период 1	Период 2	Период 3	Период 4	
А	8	8	10	10	34
Б	7	9	9	11	30
В	5	7	9	11	27
Г	9	8	7	6	39
Ресурс банка	22	25	38	30	

2.2. Транспортная задача

Поставщики	Потребители						Запасы
	B_1	B_2	...	B_j	...	B_n	
A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...	...	...
A_i	c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}	a_i
...	...	...	...	...	...	...	...
A_m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}	a_m
Потребности	b_1	b_2	...	b_j	...	b_n	

Различают *открытую* и *закрытую* транспортные задачи

Закрытая транспортная задача

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i,$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Открытая транспортная задача

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$$

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i,$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Пример

Поставщики	Потребители				Запасы
	1	2	3	4	
1	4	1	2	5	40
2	3	2	3	7	60
3	4	4	5	2	90
Потребности	45	35	55	65	

Экономико-математическая модель задачи

$$F = 4 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{12} + 2 \cdot x_{13} + 5 \cdot x_{14} + 3 \cdot x_{21} + 2 \cdot x_{22} + 3 \cdot x_{23} + 7 \cdot x_{24} + 4 \cdot x_{31} + 4 \cdot x_{32} + 5 \cdot x_{33} + 2 \cdot x_{34} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} \leq b_j, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = a_i, \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 45$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 35$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 55$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \leq 65$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 40$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 90$$

$$x_{ij} \geq 0$$

2.3. Задачи о назначениях

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1,$$

x_{ij} — ДВОИЧНЫ

Пример

Предприниматель имеет 6 торговых точек по продаже продуктов питания. На следующий рабочий день он располагает 5 продавцами (один из продавцов не успел оформить медицинскую книжку). Из анализа сдачи ежедневной выручки в прошлом, предприниматель произвел оценку среднедневного объема продаж продуктов в различных торговых точках каждым из продавцов (произвел оценку элементов матрицы эффективности назначений). Результаты этой оценки представлены в таблице. Назначение продавца Б на торговую точку III недопустимо по медицинским показаниям, т.е. в матрице эффективности проставлен запрет – «-».

Как предприниматель должен осуществить назначение продавцов по торговым точкам, чтобы достичь максимального объема продаж?

Продавец	Среднедневной объем продаж по торговым точкам, у.е.					
	I	II	III	IV	V	VI
A	68	72	75	83	75	69
Б	56	60	-	63	61	59
B	35	38	40	45	25	27
Г	40	42	47	45	53	36
Д	62	70	68	67	69	70