



Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и объектов в обработке металлов давлением

Модуль 1

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ПРОЦЕССАМ И ОБЪЕКТАМ ОМД

Тема 1

**Задачи анализа и синтеза процессов и объектов ОМД,
как сложных систем**

Определение системы

- Система - это множество взаимосвязанных и взаимодействующих элементов любой природы, объединенных единством цели или общими целенаправленными правилами взаимоотношений.
- Подсистема технологической системы – технологическая система, выделяемая по функциональному или структурному признаку из технологической системы более высоко уровня.
- Элемент технологической системы – часть технологической системы, условно принимаемая неделимой на данной стадии анализа.

Определение системы

- Работоспособное состояние технологической системы – состояние, при котором значения параметров и (или) показателей качества изготавливаемой продукции, производительности, материальных и стоимостных затрат на изготовление продукции соответствуют требованиям, установленным в нормативно-технической и (или) конструкторской и технологической документации.
- Технология (технологический процесс) – совокупность методов обработки, изготовления, изменения состояния, свойств, формы сырья, материала или полуфабриката, осуществляемых в процессе производства продукции.

Совершенствование производства продукции

- Совершенствование производства продукции, получаемой методами обработки давлением, можно осуществлять двумя путями:
 - улучшение действующих технологических процессов и оборудования;
 - создание (разработка, исследование и проектирование) **НОВЫХ**.

Улучшение системы

- Улучшением систем называют процесс, обеспечивающий работу системы или систем согласно ожиданиям, при этом система уже создана и порядок её работы установлен. Улучшение системы означает выявление причин отклонений от заданных норм работы системы или возможностей по улучшению работы системы, т. е. получение результатов, соответствующих целям проекта

- Процесс улучшения систем характеризуется следующими шагами:
 - 1. Определяется задача и устанавливается система и подсистемы.
 - 2. Путем наблюдения определяются реальные состояния, условия работы или поведение системы.
 - 3. Реальные и ожидаемые условия работы системы сравниваются, чтобы определить степень отклонения.
 - 4. В рамках подсистем строятся гипотезы относительно причин этого отклонения.
 - 5. Из известных фактов методом дедукции делаются выводы, большая проблема разбивается на подпроблемы путем редукции.

Создание и проектирование систем

- Создание и проектирование систем отличается от улучшения систем исходными посылками и используемыми методами.
- В противоположность методологии изменений по улучшению систем, системный подход является методологией проектирования, основывающейся на следующих положениях:
 - Проблема определяется с учетом взаимосвязи с большими (мега) системами, в которую входит рассматриваемая система и с которыми она связана общностью целей.
 - Цели системы обычно определяются не в рамках подсистем, а их следует рассматривать в связи с более крупными (мега) системами или системой в целом.
 - Существующие проекты следует оценивать величиной вмененных издержек или степенью отклонения системы от оптимального проекта.
 - Оптимальный проект обычно нельзя получить путем внесения небольших изменений в существующие принятые формы, он основывается на планировании, оценке и принятии таких решений, которые предполагают новые и положительные изменения для системы в целом.

Условия работоспособности технологического процесса (ТП)

- Условия работоспособности ТП:

$$Y_i(t) \in \square Y_i^T, \forall t \in [0, T], i = 1, \dots, n,$$

- Область допустимых значений:

$$Y_i^T = [a_i, b_i], i = 1, \dots, k,$$

$$Y_i^T \geq a_i, i = k+1, \dots, m,$$

$$Y_i^T \leq b_i, i = m+1, \dots, n,$$

где a_i и b_i – нижняя и верхняя границы

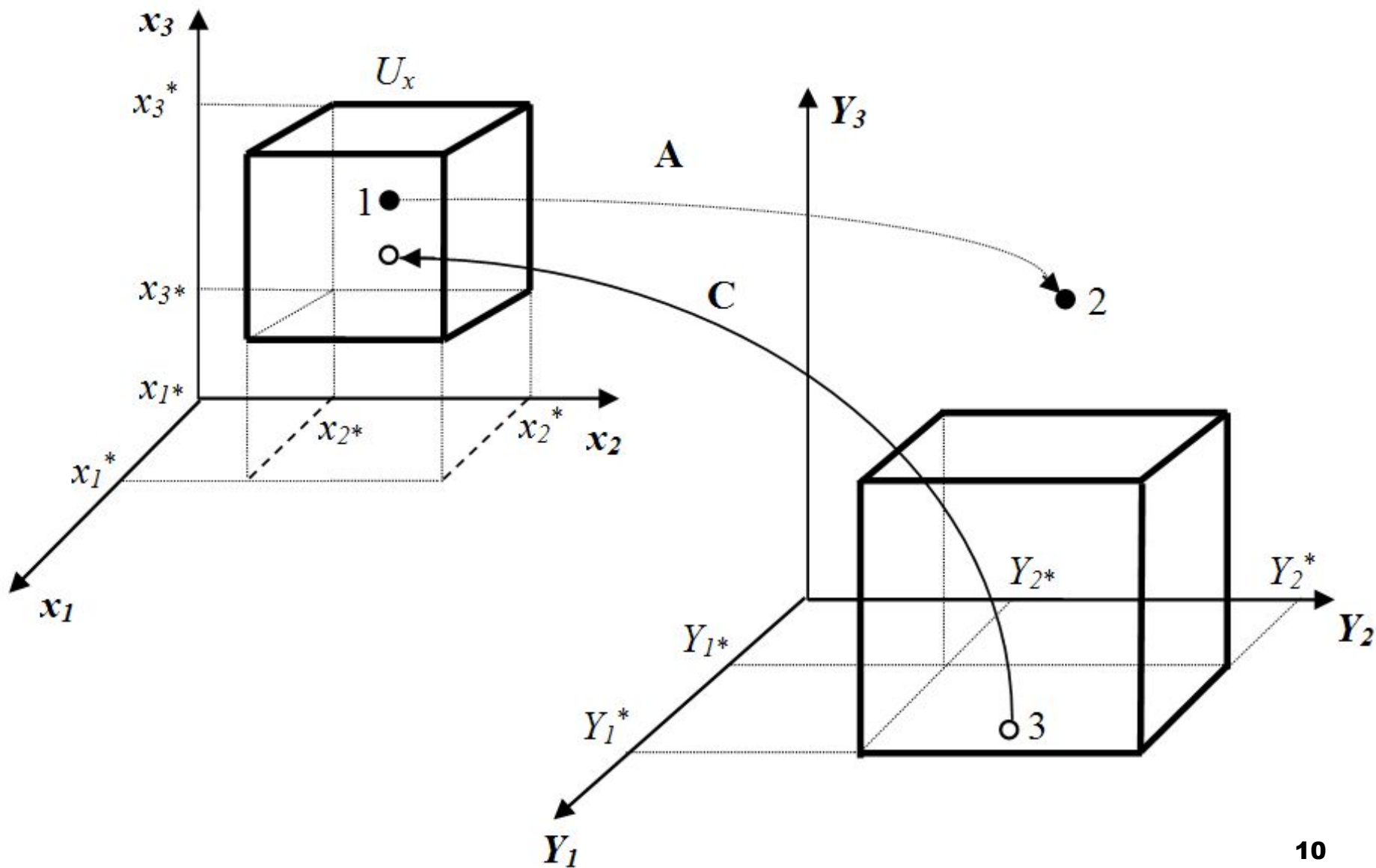
Основные задачи анализа и синтеза процессов и объектов ОМД

- Задачи анализа (прямые задачи), решаемые при условии известной структуры технологической системы (или выбираемой на стадии создания) и наличия математических моделей:
 - оценка состояния, когда по заданным значениям входных параметров (управляемых и неуправляемых) X_i определяются значения внутренних Z_j и выходных параметров Y_i в заданный момент времени;
 - оценка работоспособности, которая включает анализ влияния возможных производственных и эксплуатационных отклонений входных параметров δX_i от расчетных на разброс внутренних Z_j и выходных параметров δY_i ;
 - прогнозирование состояния (разброс параметров и постепенные отказы), когда по заданным в начальный момент времени значениям входных параметров X_i предсказывается момент отказа функционирования t или интервал времени, в течение которого возможен этот отказ;
 - выбор оптимальных номинальных значений входных параметров X_i^{opt} , обеспечивающих экстремальные значения отдельных выходных параметров Y_i^{extr} при наложении ограничений на остальные.

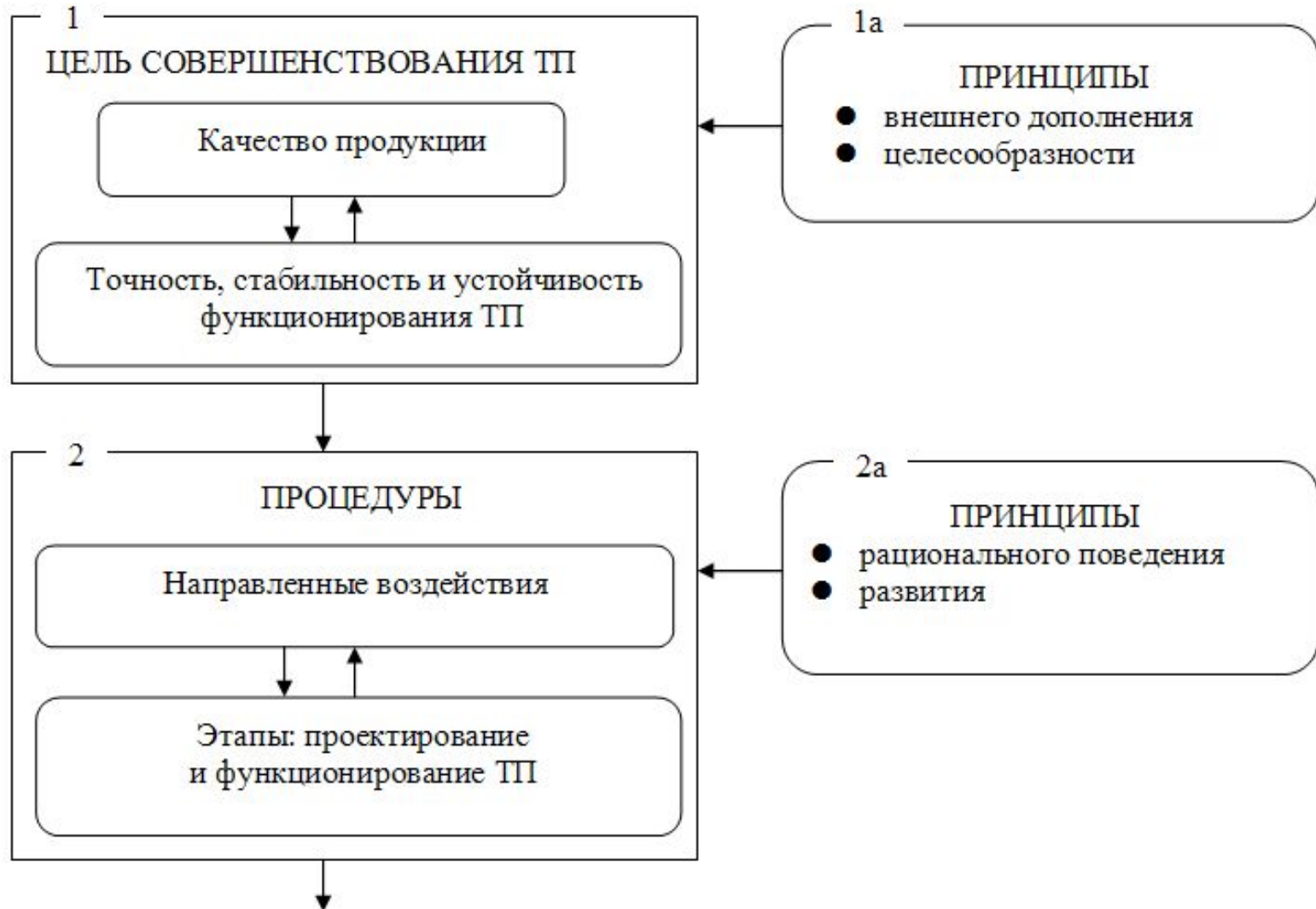
Основные задачи анализа и синтеза процессов и объектов ОМД

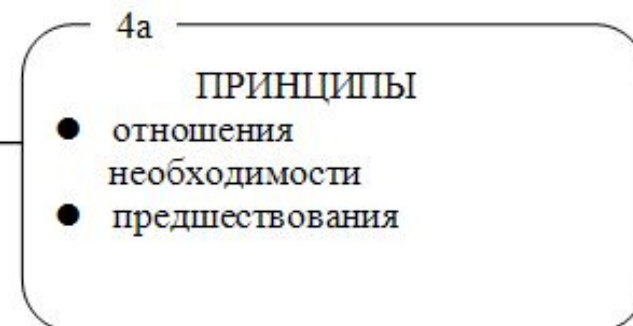
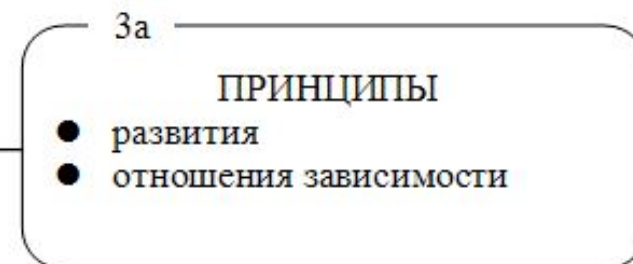
- Задачи параметрического синтеза, процесс выбора параметров технологических систем, обеспечивающих заданные требования к качеству их функционирования:
 - поиск заданного состояния технологической системы Z_j по заданным условиям работоспособности;
 - выбор совокупности управляемых (настроечных) параметров, позволяющих эффективно осуществлять подстройку и управление качеством функционирования технологической системы, и оценка допустимых интервалов их вариаций;
 - оценка работоспособности при статистическом характере выбранных исходных параметров и возможных трендовых изменениях;
 - оптимизация поля допусков на разброс исходных параметров по критерию минимума полей рассеивания выходных параметров;
 - оптимизация номинальных значений параметров, которые изменяются во времени, например, износ инструмента.

Графическая иллюстрация анализа и синтеза



Структурная схема применения принципов совершенствования процессов





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и объектов в обработке металлов давлением

Модуль 1

**СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ПРОЦЕССАМ И ОБЪЕКТАМ ОМД,
КАК СЛОЖНЫМ СИСТЕМАМ**

Тема 2

**Системный подход к анализу и синтезу процессов и объектов
ОМД, как сложных систем. Структурные модели**

Свойства системы

■ 1. Целостность

- Рассматривается совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, а не просто набор элементов, имеющих общий признак, объединенных в единое целое и образующих целостность, единство. Элементы, не имеющие связей с другими элементами, просто не входят в рассмотрение.

■ 2. Связи

- Связь определяют как ограничение степени свободы элементов.
- Связи характеризуют направлением, силой и характером (или видом).
 - По первому признаку связи делят на направленные и ненаправленные.
 - По второму – на сильные и слабые.
 - По характеру (виду) различают связи подчинения, связи порождения, равноправные, связи управления.

Свойства системы

3. Функционирование и развитие системы:

□ Состояние

- Понятием состояние s_i обычно характеризуют мгновенную фотографию, «срез» системы, остановку в ее развитии. Его определяют либо через входные воздействия и выходные результаты, либо через макропараметры, макросвойства системы (сила, скорость).

□ Поведение

- Если система способна переходить из одного состояния в другое (например, $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots s_n$), то говорят, что она обладает поведением.

□ Равновесие

- Понятие равновесие определяют как способность системы в отсутствие внешних возмущающих воздействий сохранять свое состояние сколь угодно долго.

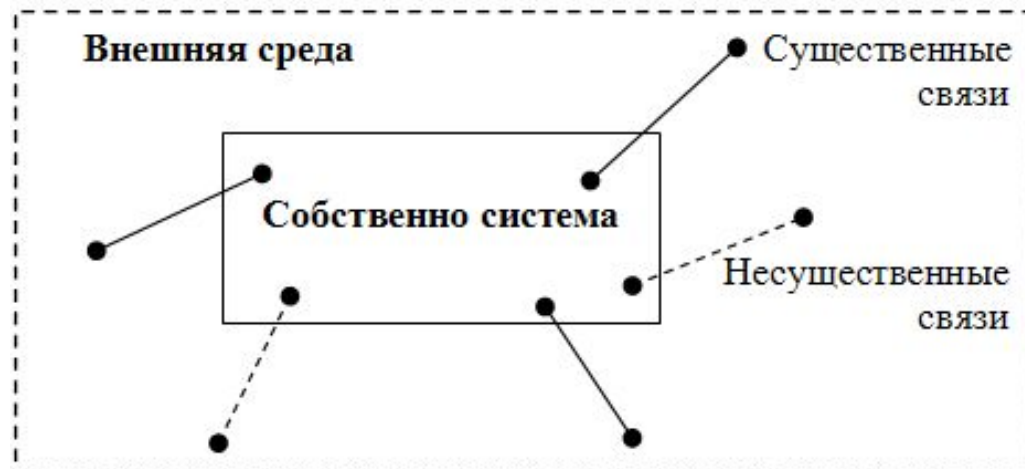
□ Устойчивость

- Под устойчивостью понимают способность системы возвращаться в состояние равновесия после того, как она была из этого состояния выведена под влиянием внешних (или внутренних) возмущающих воздействий.

Свойства системы

4. Структура

- Структура отражает определенные взаимосвязи, взаиморасположение составных частей системы, ее устройство (строение)
- Внешняя среда, границы системы, существенные и несущественные связи:
 - внешняя среда – это множество существующих вне системы элементов любой природы, влияющих на систему или находящихся под ее воздействием в условиях рассматриваемой задачи;
 - В любой системе число взаимодействий велико, поэтому необходимо ограничить число учитываемых взаимосвязей. Они делятся на существенные и несущественные (маловажные), практически не влияющие на функционирование системы и на точность получаемых решений, потому их не следует учитывать. Существенные связи нельзя исключать из рассмотрения.



Классификация систем

- 1. По отношению системы к окружающей среде:
 - открытые (есть обмен ресурсами с окружающей средой)
 - закрытые (нет обмена ресурсами с окружающей средой)
- 2. По происхождению системы (элементов, связей, подсистем):
 - искусственные
 - естественные
 - виртуальные
 - смешанные
- 3. По описанию переменных системы:
 - с качественными переменными
 - с количественными переменными
 - - смешанного (количественно-качественное) описания.
- 4. По типу описания закона (законов) функционирования системы:
 - типа «черный ящик»
 - не параметризованные
 - параметризованные
 - типа «белый (прозрачный) ящик» (полностью известен закон)
- 5. По способу управления системой (в системе):
 - управляемые извне системы
 - управляемые изнутри
 - с комбинированным управлением

Этапы системного анализа

- Обнаружение проблемы (задачи)
- Оценка актуальности проблемы
- Формулировка целей, их приоритетов и проблем исследования
- Определение и уточнение ресурсов исследования.
- Выделение системы (из окружающей среды) с помощью ресурсов
- Описание подсистем (вскрытие их структуры), их целостности (связей), элементов (вскрытие структуры системы), анализ взаимосвязей подсистем
- Построение (описание, формализация) структуры системы
- Установление (описание, формализация) функций системы и ее подсистем
- Согласование целей системы с целями подсистем
- Анализ (испытание) целостности системы.
- Анализ и оценка эмерджентности системы.
- Испытание, верификация системы (системной модели), ее функционирования
- Анализ обратных связей в результате испытаний системы
- Уточнение, корректировка результатов предыдущих пунктов

Этапы системного анализа и их взаимосвязь

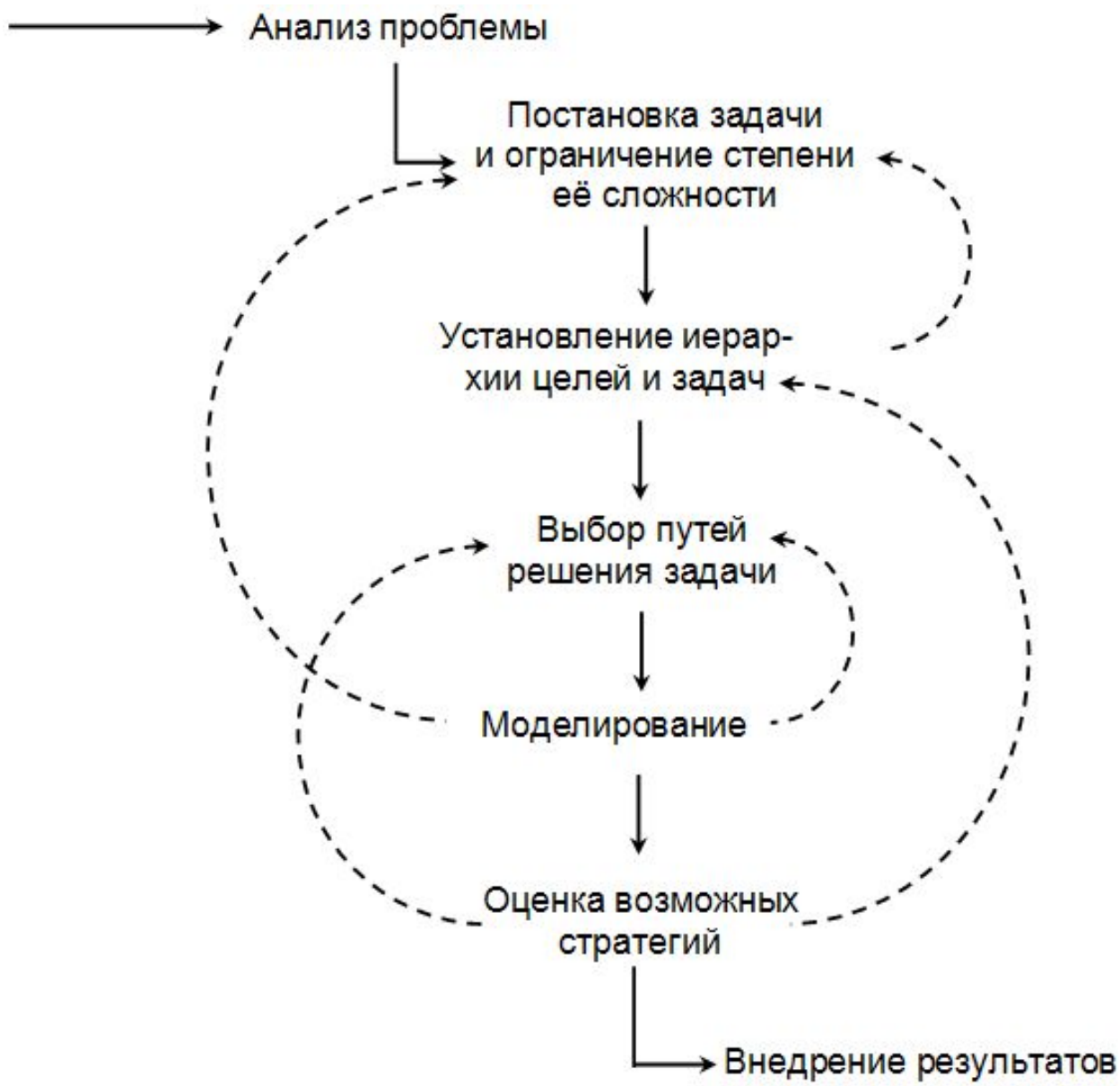
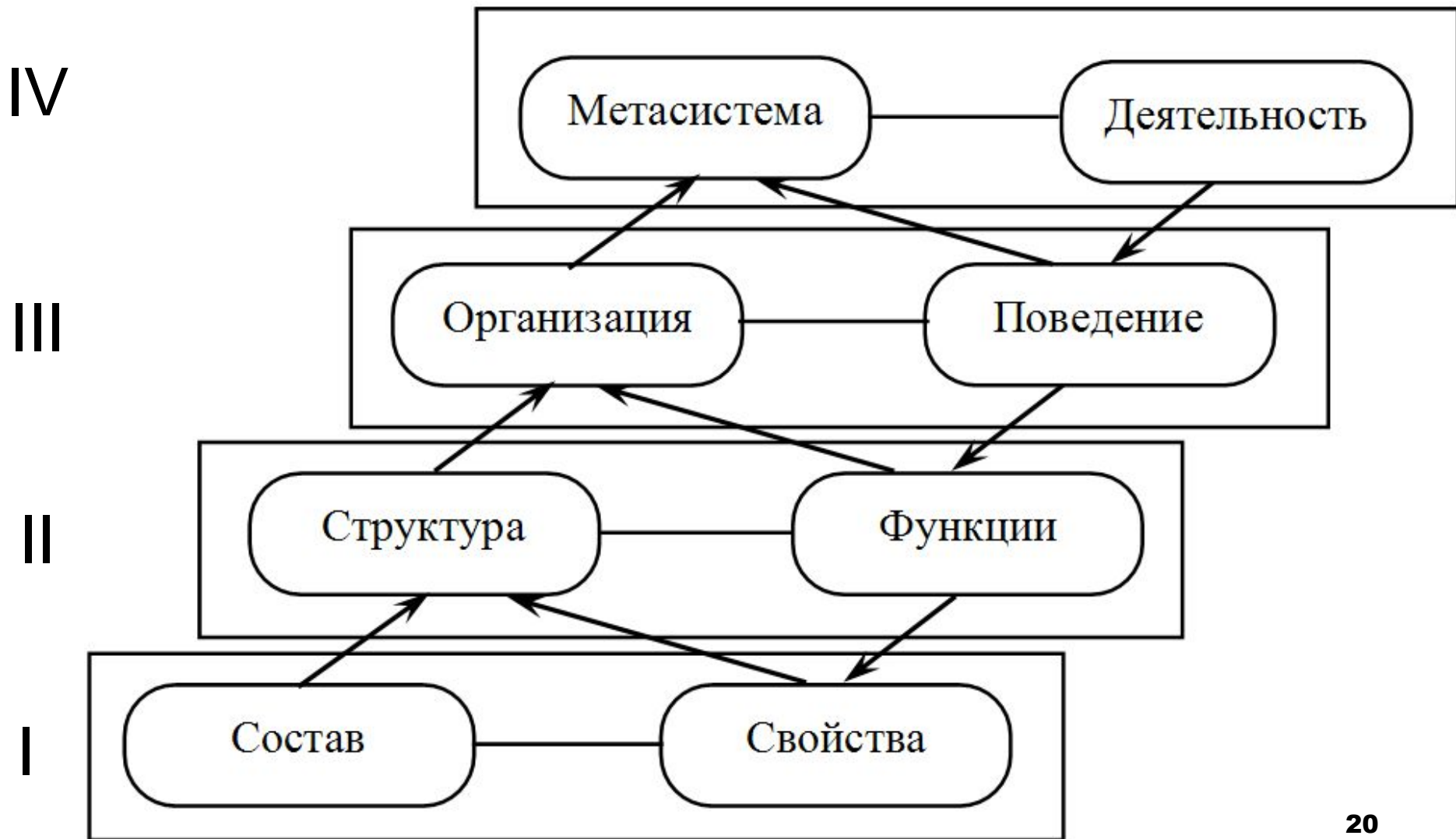


Схема методологических уровней анализа систем



Структура системы волочильного стана и системные объекты



Структура системы очага деформации и системные объекты

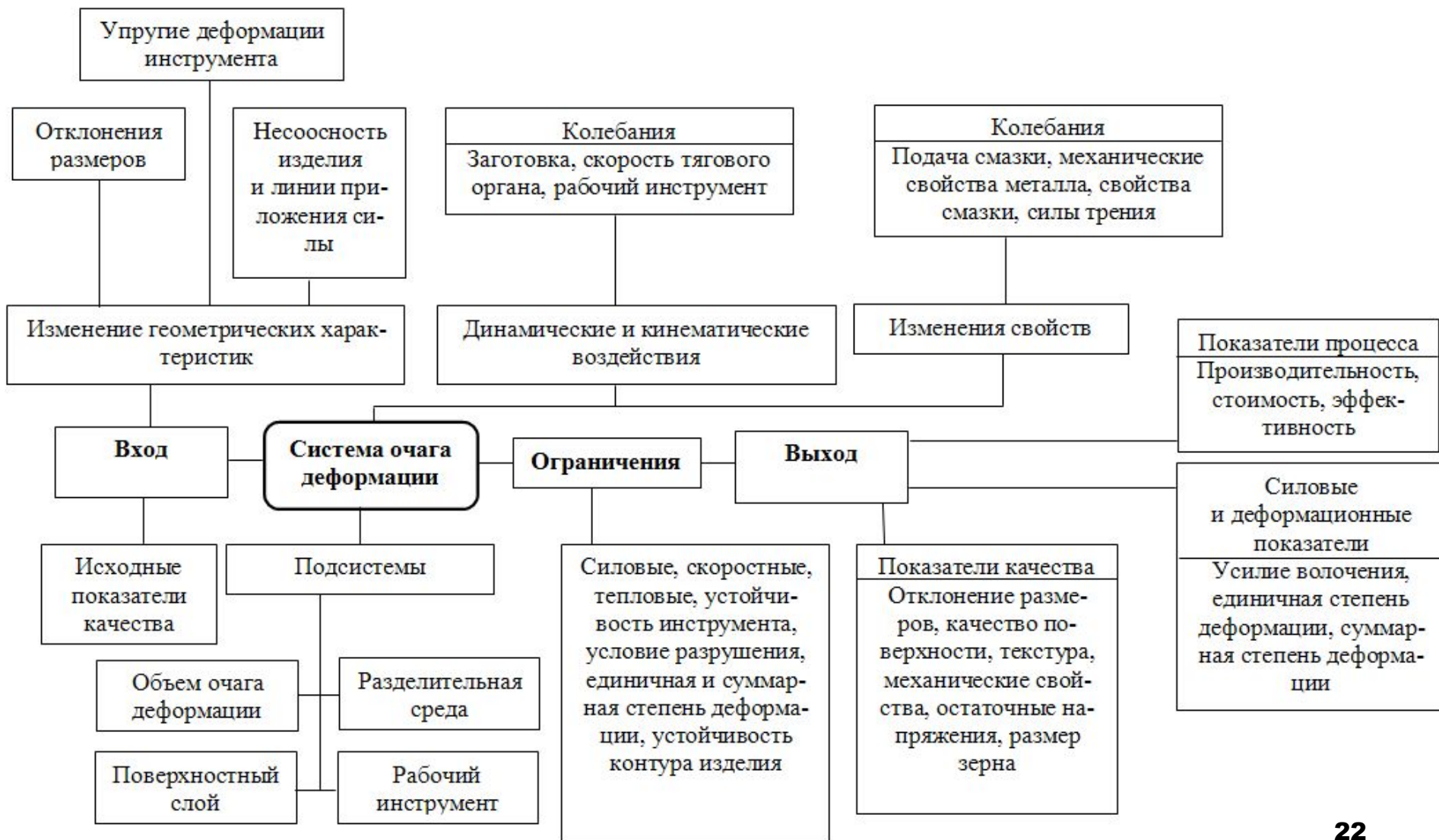
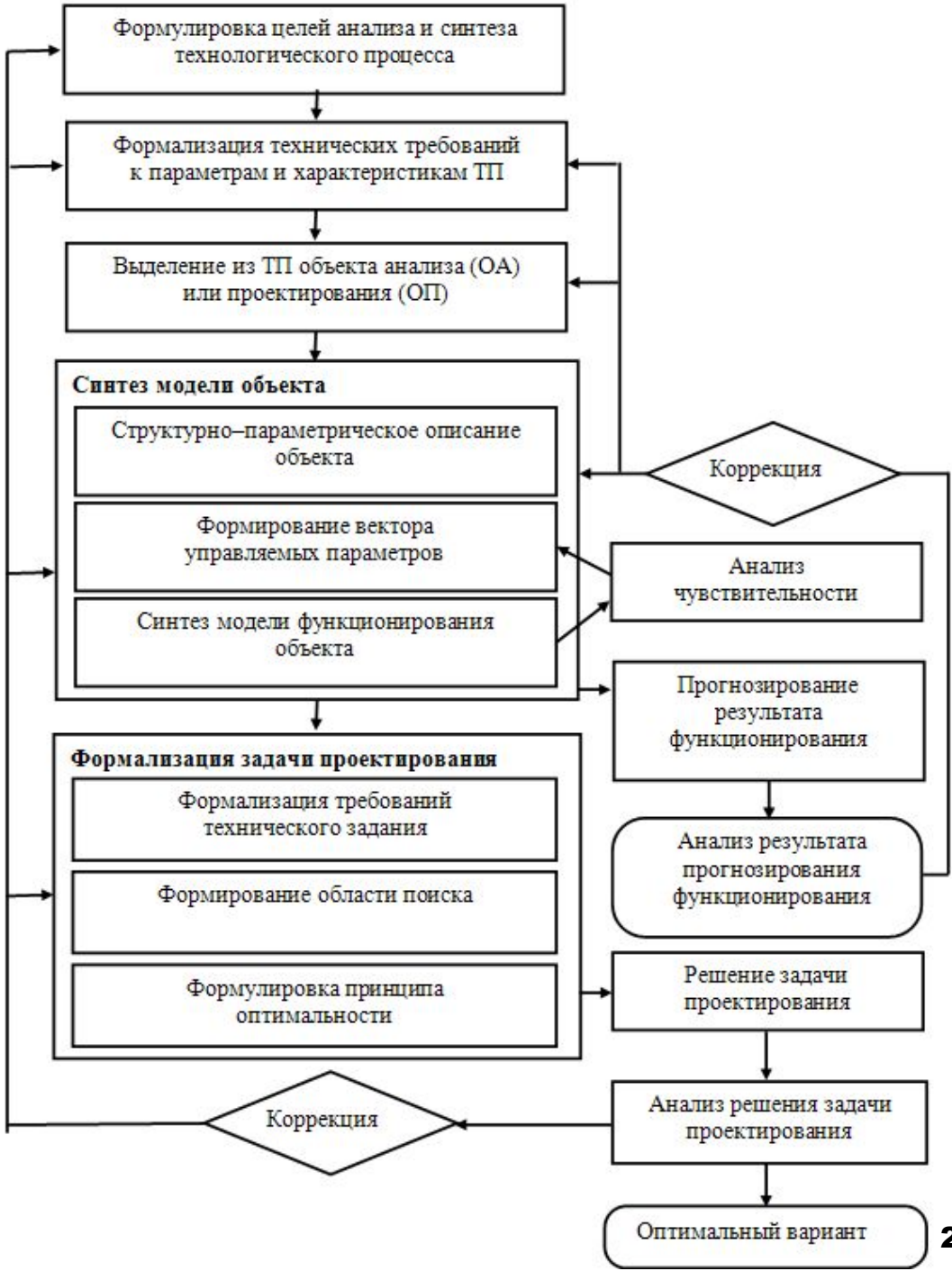
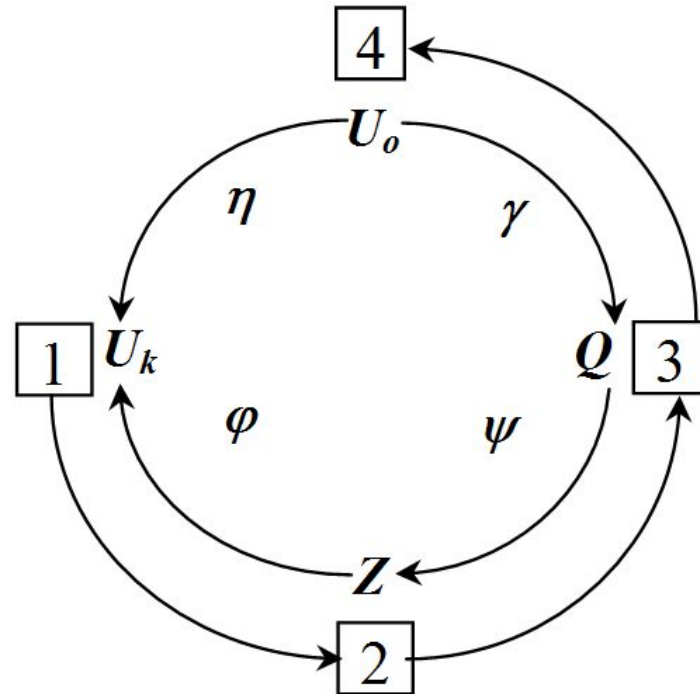


Схема анализа и синтеза технологических процессов в рамках структурно-параметрического подхода



Структурная модель ТП



$$U_1 = \eta(U_0),$$

$$U_1 = \phi\{\psi[\gamma(U_0)]\}$$

Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и объектов в обработке металлов давлением

Модуль 2

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ОМД.
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ**

Тема 3

**Определение и назначение моделирования.
Классификация математических моделей**

Модель и моделирование

- Модель и моделирование - универсальные понятия, атрибуты одного из наиболее мощных методов познания в любой профессиональной области, познания системы, процесса, явления.
- Целью моделирования являются получение, обработка, представление и использование информации об объектах, которые взаимодействуют между собой и внешней средой; а модель здесь выступает как средство познания свойств и закономерности поведения объекта.
- Задачи моделирования:
 - построение модели (эта задача менее формализуема и конструктивна, в том смысле, что нет алгоритма для построения моделей)
 - исследование модели (эта задача более формализуема, имеются методы исследования различных классов моделей)
 - использование модели (конструктивная и конкретизируемая задача)

Определение модели и моделирования

Слово "модель" происходит от латинского *modus* (копия, образ, очертание). Моделирование – это замещение некоторого объекта А другим объектом Б. Замещаемый объект А называется оригиналом или объектом моделирования, а замещающий Б – моделью. Модель – это объект-заменитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

Под математической моделью будем понимать любой оператор L , позволяющий по соответствующим значениям входных параметров X установить выходные значения параметров Y объекта моделирования:

$$L: X \rightarrow Y, X \in \Omega X, Y \in \Omega Y$$

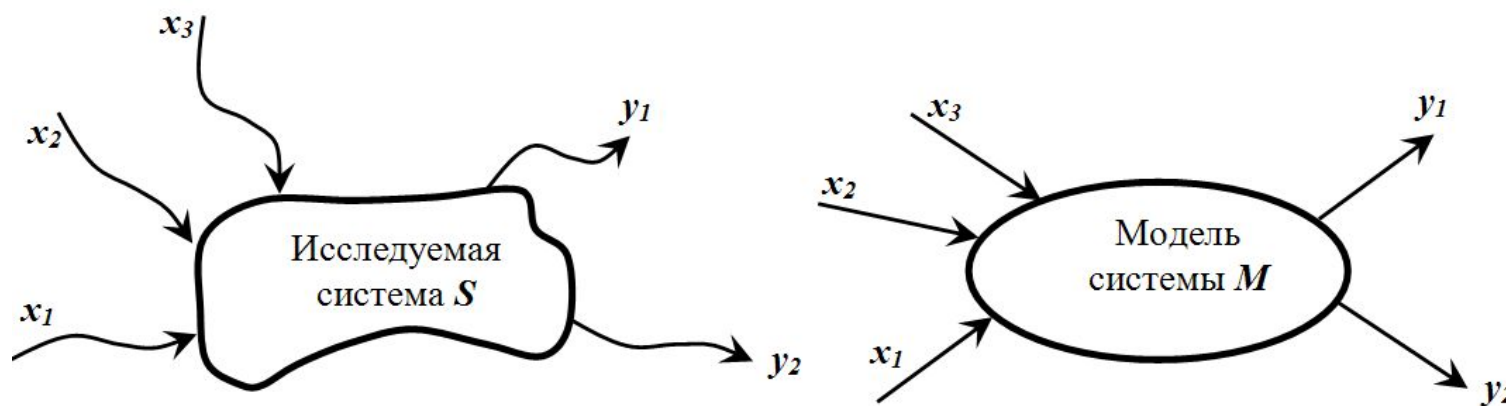


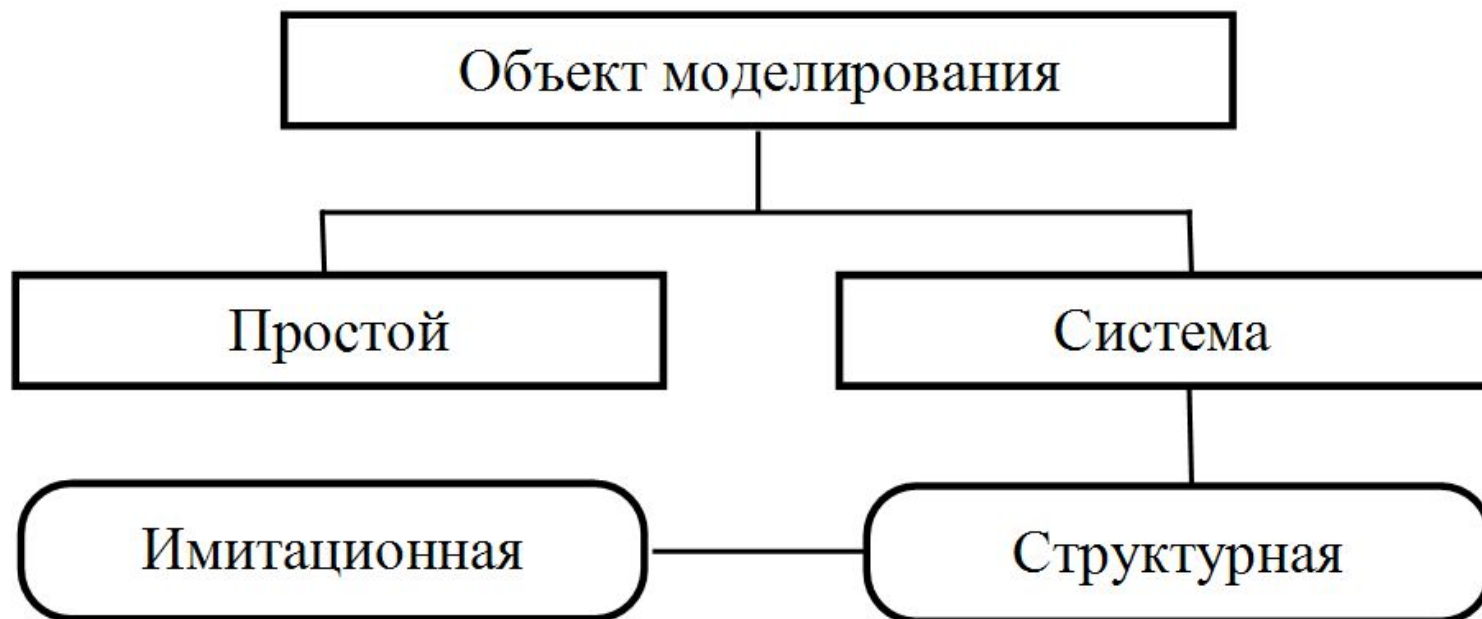
Схема отображение системы S в модель M

Классификация объектов моделирования

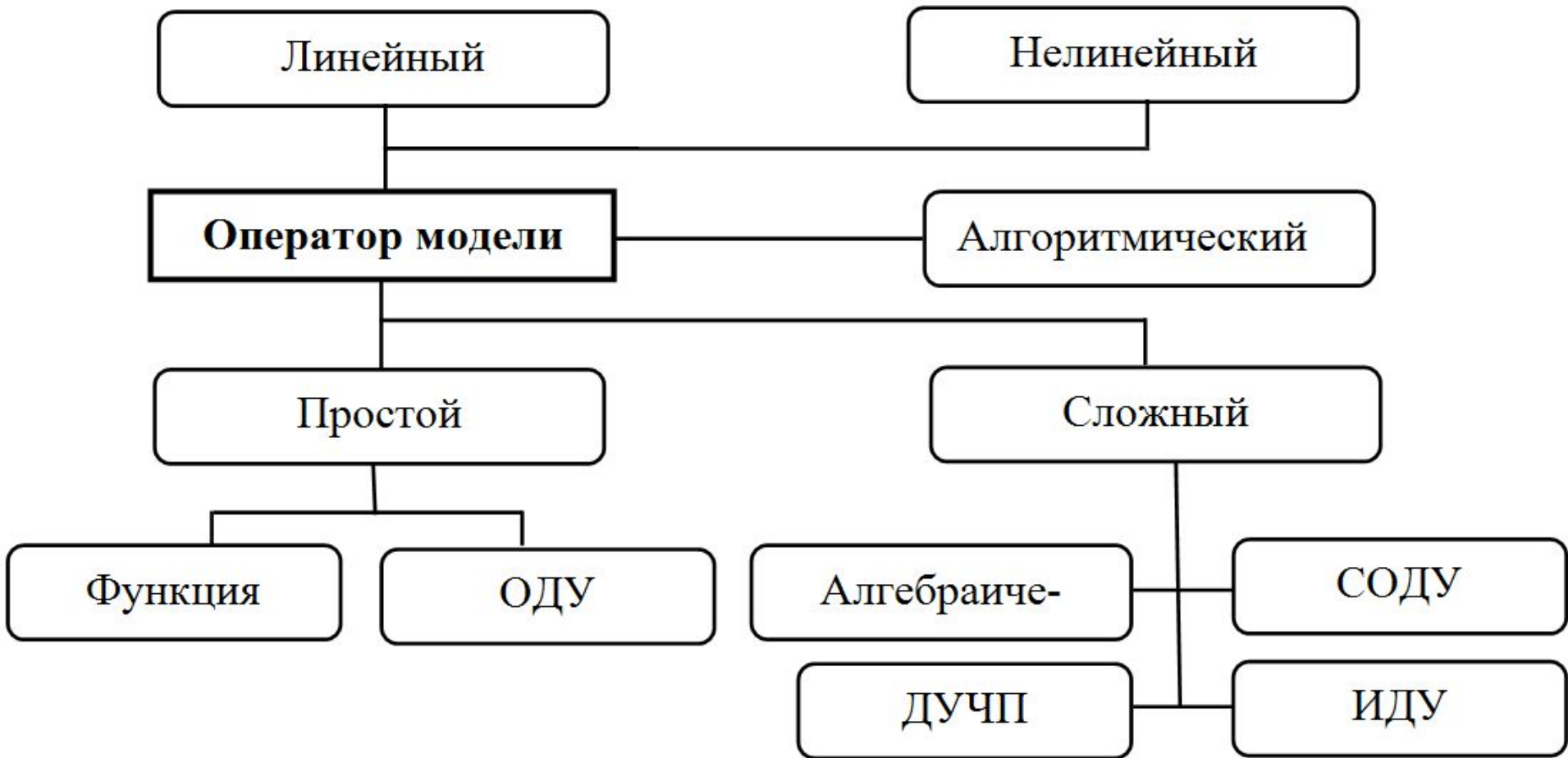
■ Подразделение математических моделей на различные классы в зависимости от:

- сложности объекта моделирования;
- оператора модели (подмодели);
- входных и выходных параметров;
- способа исследования модели;
- цели моделирования.

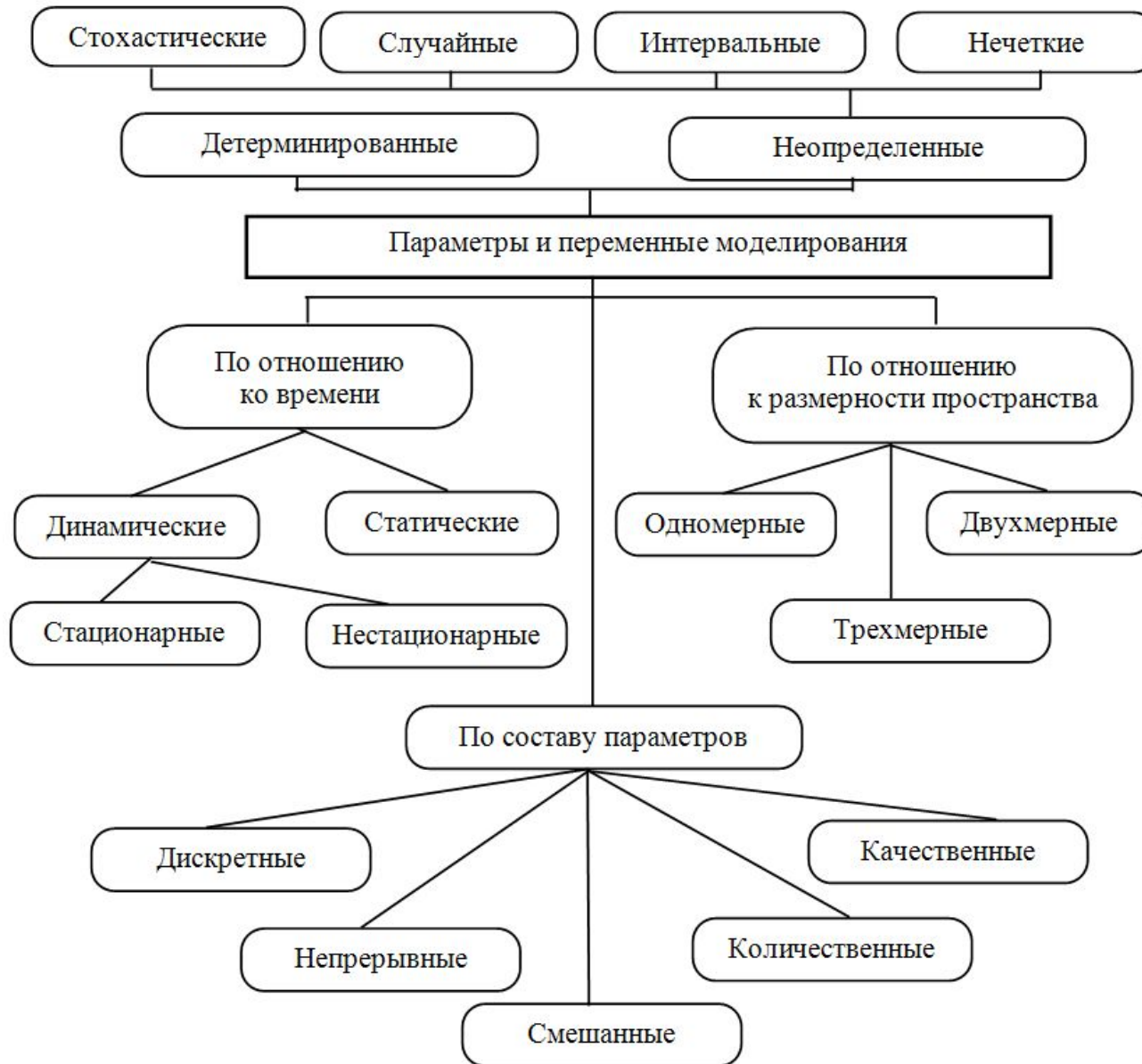
■ Подразделение моделей на группы:



Классификация в зависимости от вида оператора модели



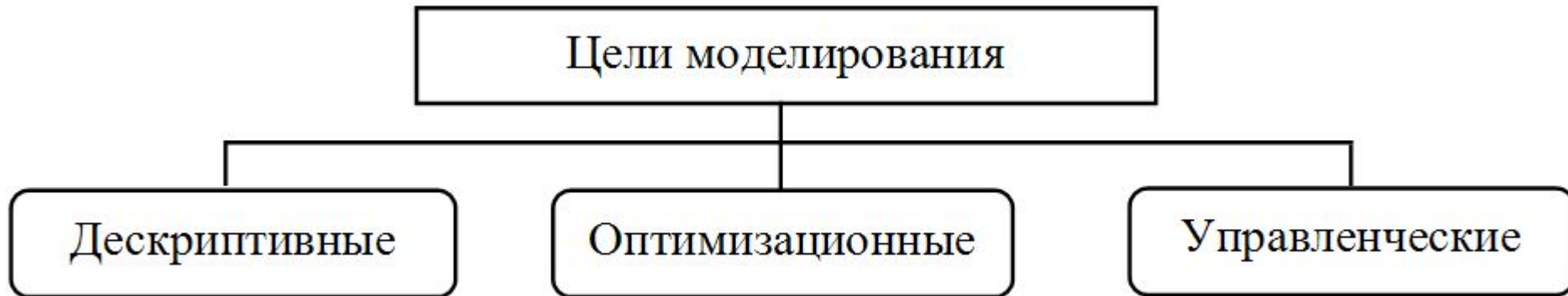
Классификация в зависимости от параметров



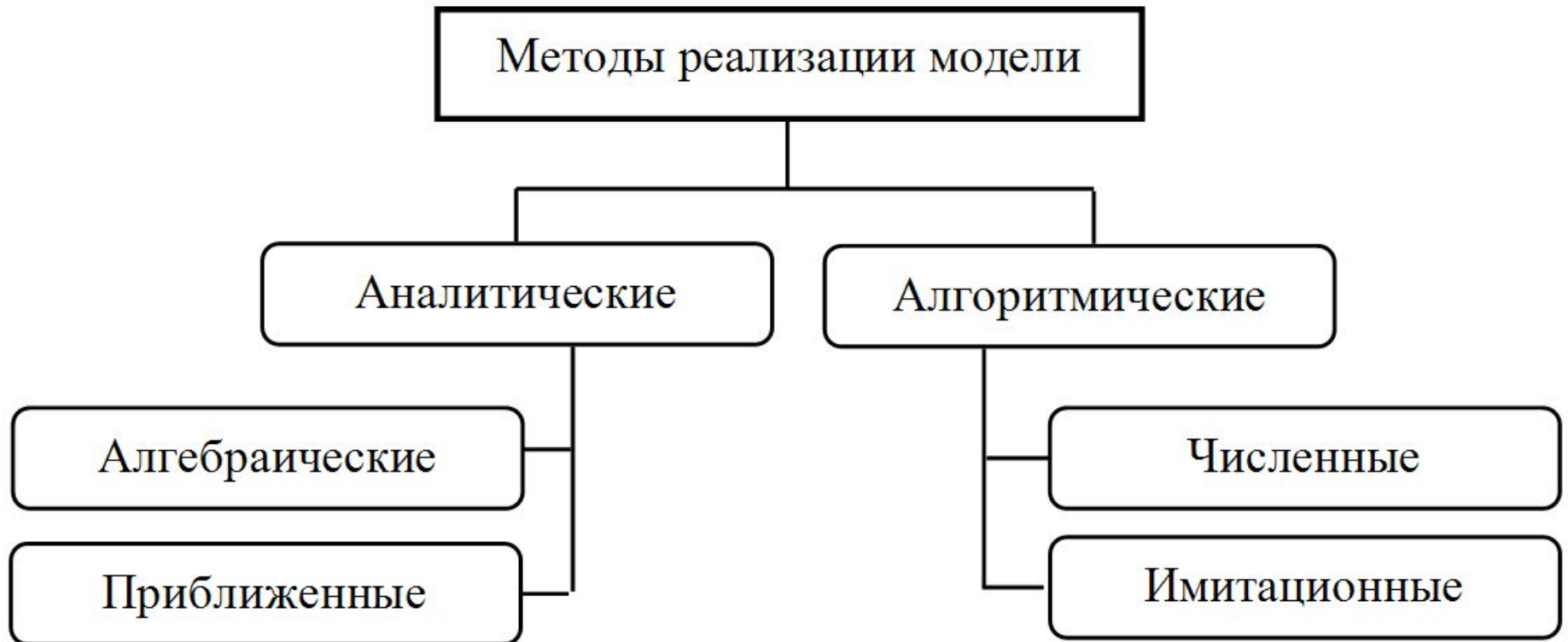
Варианты описания неопределенности параметров

- Детерминированное
- Стохастическое
- Случайное
- Интервальное
- Нечеткое

Классификация в зависимости от целей моделирования



Классификация в зависимости от методов реализации





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 2

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ОМД.
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ**

Тема 4

Системные принципы построения математических моделей

Системные принципы построения математических моделей

- Для построения математической модели необходимо :
 - тщательно проанализировать реальный объект или процесс;
 - выделить его наиболее существенные черты и свойства;
 - определить переменные, т.е. параметры, значения которых влияют на основные черты и свойства объекта;
 - описать зависимость основных свойств объекта, процесса или системы от значения переменных с помощью логико-математических соотношений (уравнения, равенства, неравенства, логико-математические конструкций);
 - выделить внутренние связи объекта, процесса или системы с помощью ограничений, уравнений, равенств, неравенств, логико-математических конструкций;
 - определить внешние связи и описать их с помощью ограничений, уравнений, равенств, неравенств, логико-математических конструкций.

Системные принципы построения математических моделей

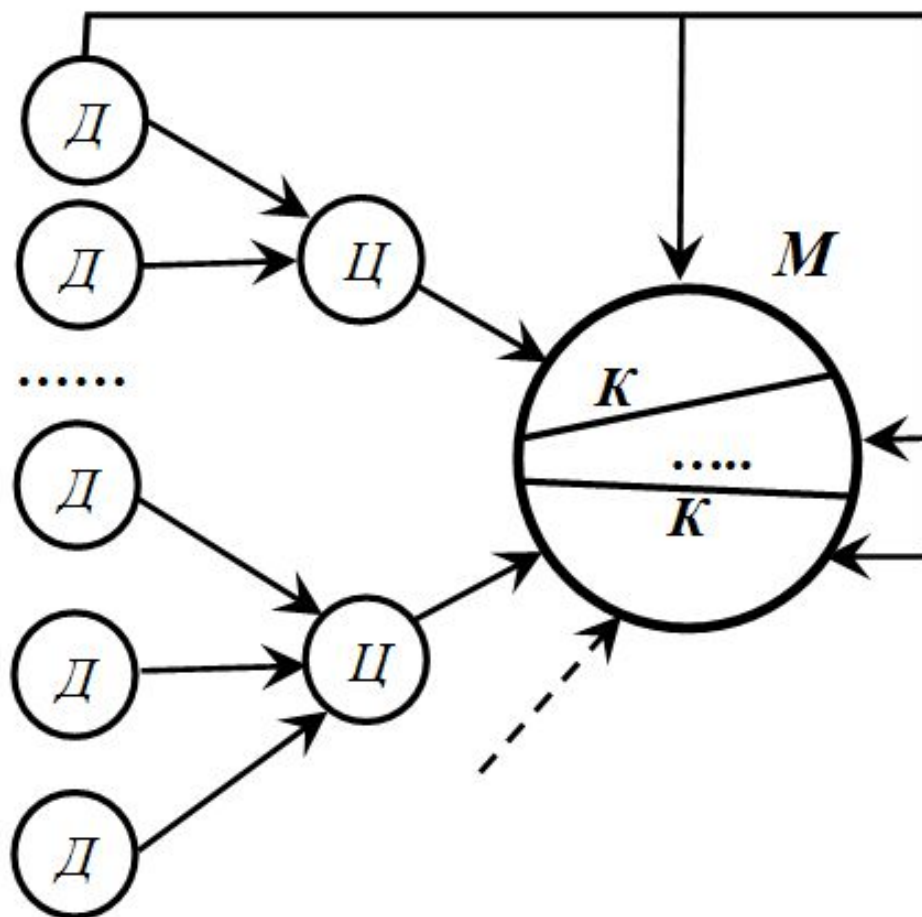
- Математическое моделирование, кроме исследования объекта, процесса или системы и составления их математического описания, также включает:

- построение алгоритма, моделирующего поведение объекта, процесса или системы;
- проверка адекватности модели и объекта, процесса или системы на основе вычислительного и натурального эксперимента;
- корректировка модели;
- использование модели.

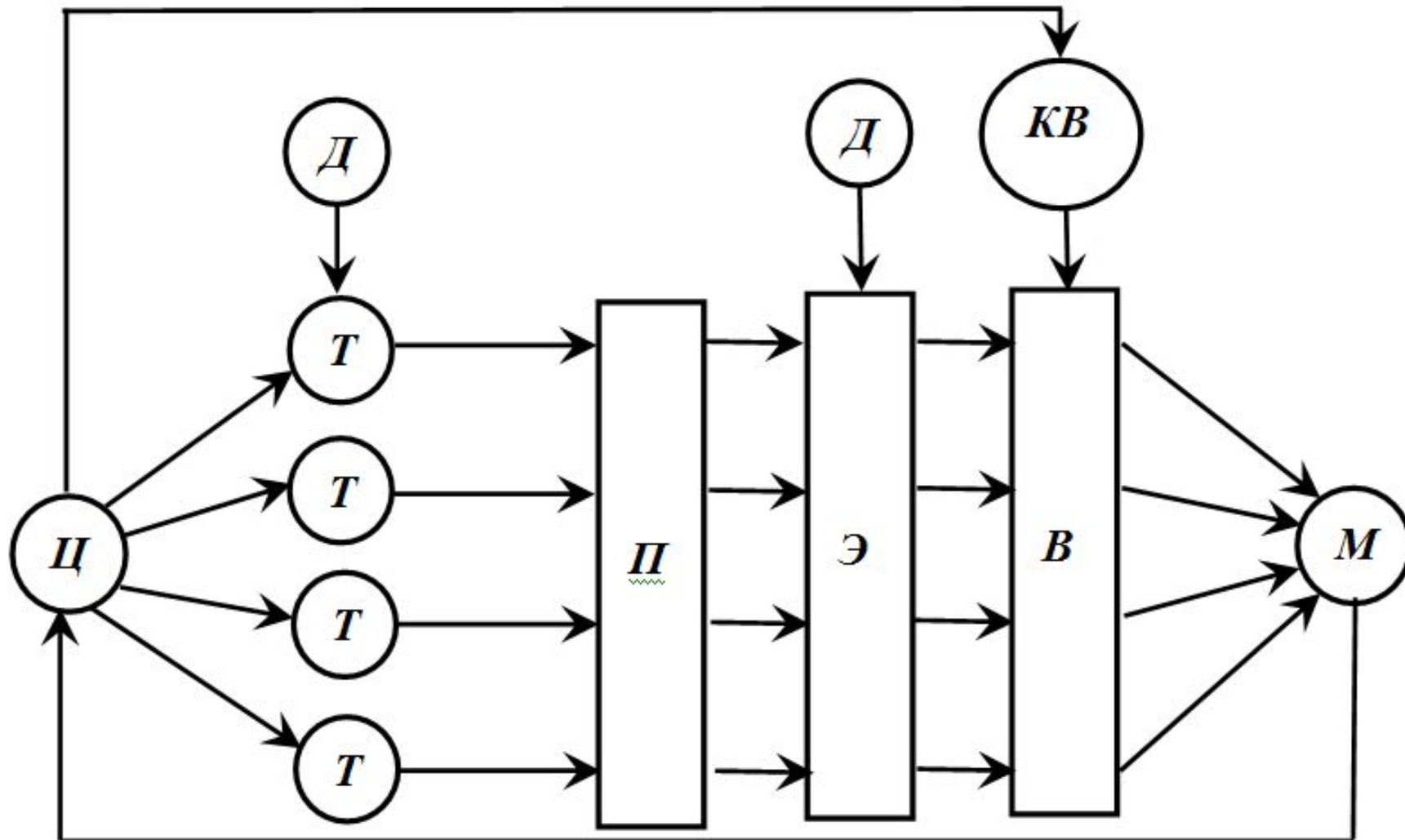
- Математическое описание исследуемых процессов и систем зависит от:

- природы реального процесса или системы и составляется на основе законов физики, химии, механики, термодинамики, гидродинамики, электротехники, теории пластичности, теории упругости и т.д.
- требуемой достоверности и точности изучения и исследования реальных процессов и систем.

Процесс синтеза модели на основе классического подхода



Процесс синтеза модели на основе системного подхода



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Федеральное государственное образовательное
учреждение высшего и профессионального образования
Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением

Модуль 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ОМД.
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ

Тема 5

Этапы построения математической модели

Обследование объекта моделирования

■ Этап обследования включает следующие работы:

- тщательное обследование собственно объекта моделирования с целью выявления основных факторов, механизмов, влияющих на его поведение, определения соответствующих параметров, позволяющих описывать моделируемый объект;
- сбор и проверка имеющихся экспериментальных данных об объектах-аналогах, проведение при необходимости дополнительных экспериментов;
- аналитический обзор литературных источников, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей данного объекта (или подобных рассматриваемому объекту);
- анализ и обобщение всего накопленного материала, разработка общего плана создания математической модели.

Этапы построения математической модели



Пример. Содержательная постановка задачи моделирования уширения при кузнечной протяжке

- Разработать математическую модель, позволяющую описать влияние вытяжки на уширение при протяжке полосы прямоугольного поперечного сечения при различных подачах.
- Модель должна позволять:
 - вычислять уширение при протяжке в плоских бойках в зависимости от вытяжки и величины подачи;
 - силу осадки при влиянии внеконтактных зон.
- Исходные данные:
 - размеры исходного поперечного сечения полосы;
 - размеры деформированного поперечного сечения полосы;
 - шаг подачи заготовки под боек;
 - свойства материала заготовки и напряжения трения.

Математическая постановка задачи моделирования

- Математическая постановка задачи моделирования - это совокупность математических соотношений, описывающих поведение и свойства объекта моделирования.

- Наиболее распространенных типов задач для систем ОДУ или ДУЧП:

- задача Коши, или задача с начальными условиями, в которой по заданным в начальный момент времени переменным (на начальном условии) определяются значения этих искомым переменных для любого момента времени;
- начально-граничная, или краевая, задача, когда условия на искомую функцию выходного параметра задаются в начальный момент времени для всей пространственной области и на границе последней в каждый момент времени (на исследуемом интервале);
- задачи на собственные значения, в формулировку которых входят неопределенные параметры, определяемые из условия качественного изменения поведения системы (например, потеря устойчивости состояния равновесия или стационарного движения, появление периодического режима, резонанс и т.д.).

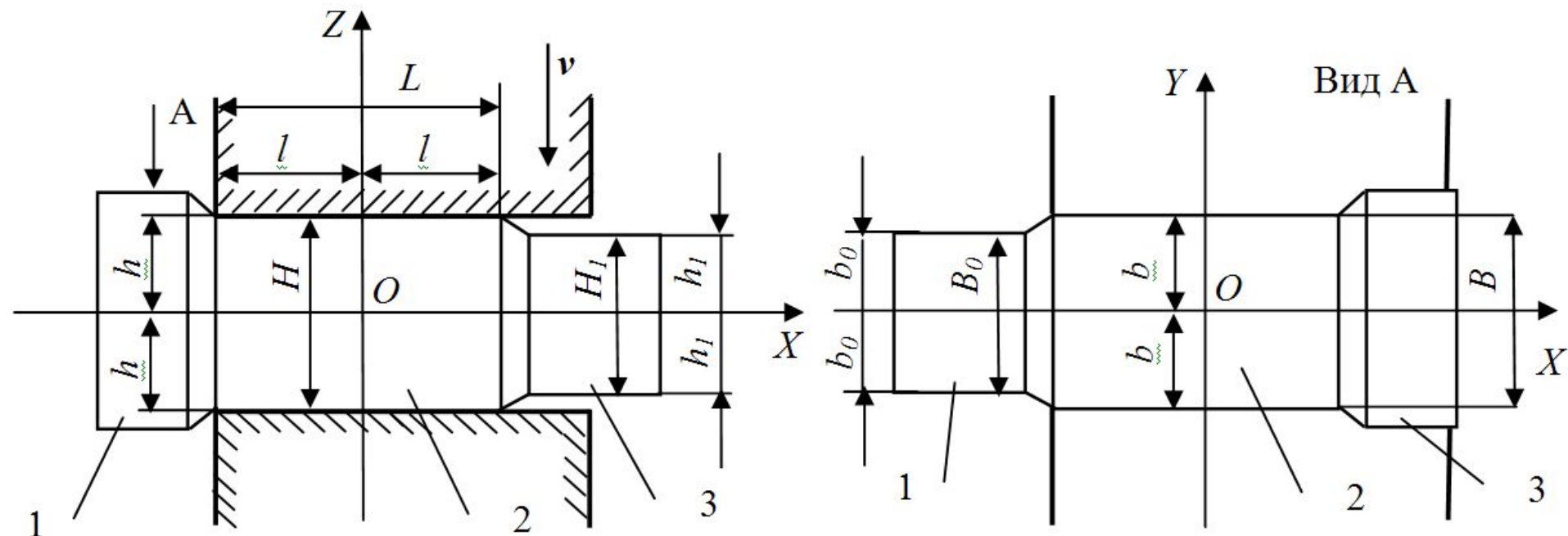
Контроль правильности полученной системы математических соотношений

- Контроль размерности
- Контроль порядков
- Контроль характера зависимостей
- Контроль экстремальных ситуаций
- Контроль граничных условий
- Контроль физического смысла
- Контроль математической замкнутости

Понятие корректности математической модели

Математическая модель является корректной, если для нее осуществлен и получен положительный результат всех контрольных проверок: размерности, порядков, характера зависимостей, экстремальных ситуаций, граничных условий, физического смысла и математической замкнутости.

Пример. Математическая постановка задачи моделирования уширения при кузнечной протяжке



Центральный блок 2 ограничен координатными поверхностями

$$x=\pm l, y=\pm b \text{ и } z=\pm h$$

Уширение зависит от отношения потока металла, проходящего через боковые грани полосы в очаге деформации

$$Q_y = 2|v_y|_{y=b} LH$$

к общему потоку металла, перемещаемого бойками

$$Q = 2vLB,$$

что можно выразить через показатель уширения

$$\varphi = \frac{Q_y}{Q}$$

Задача ставится следующим образом:
найти такие функциональные зависимости скоростей,
при которых полная энергия деформации

$$I = N_p + N_i + N_{\Delta} + N_{\tau} \rightarrow \min,$$

принимает минимальное значение.

При этом должно выполняться условие несжимаемости

$$\frac{dv_x(x)}{dx} + \frac{dv_y(y)}{dy} + \frac{dv_z(z)}{dz} = 0,$$

а скорости в блоке 2 должны удовлетворять кинематическим граничным условиям

$$v_z = \begin{cases} -v, & z = h, \\ v, & z = -p, \end{cases}$$

где v – скорость бойков относительно срединного сечения полосы $z = 0$, а также удовлетворять условиям непрерывности нормальных составляющих скоростей в плоскостях симметрии и на плоских границах блока 2 с блоками 1 и 3:

$$v_x = 0 \text{ при } x = 0; v_x = \text{const при } x = \pm l;$$
$$v_y = 0 \text{ при } y = 0; v_z = 0 \text{ при } z = 0.$$

Выбор метода решения задачи

■ Можно выделить следующие группы численных методов по объектам, к которым они применяются:

- интерполяция и численное дифференцирование;
- численное интегрирование;
- определение корней линейных и нелинейных уравнений;
- решение систем линейных уравнений (подразделяют на прямые и итерационные методы);
- решение систем нелинейных уравнений;
- решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- решение уравнений в частных производных;
- решение интегральных уравнений.

Реализация математической модели на ЭВМ

- При создании специализированного программного комплекса для реализации разработанной математической модели необходимо выполнить несколько этапов работ:
 - составление технического задания на разработку пакета программ программного обеспечения;
 - проектирование структуры программного комплекса;
 - кодирование алгоритма;
 - тестирование и отладка;
 - сопровождение и эксплуатация.
- Техническое задание на разработку программного обеспечения оформляют в виде спецификации. Примерная форма спецификации включает следующие семь разделов
 - Название задачи
 - Описание
 - Управление режимами работы программы
 - Входные данные
 - Выходные данные
 - Ошибки
 - Тестовые задачи

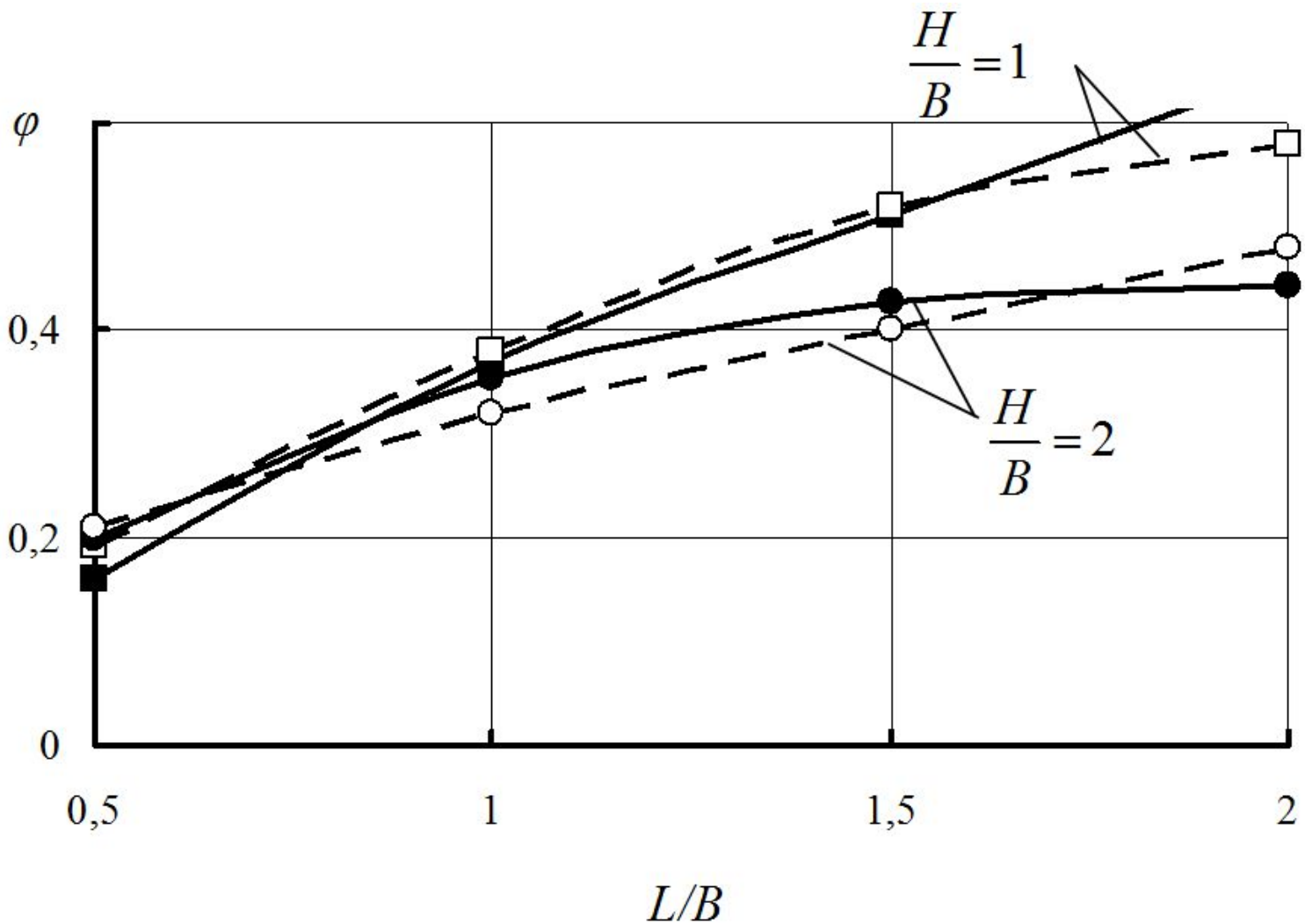
Проверка адекватности моделей

- Под адекватностью математической модели понимают степень соответствия результатов, полученных по разработанной модели, данным эксперимента или тестовой задачи.

- Проверка адекватности модели преследует две цели:

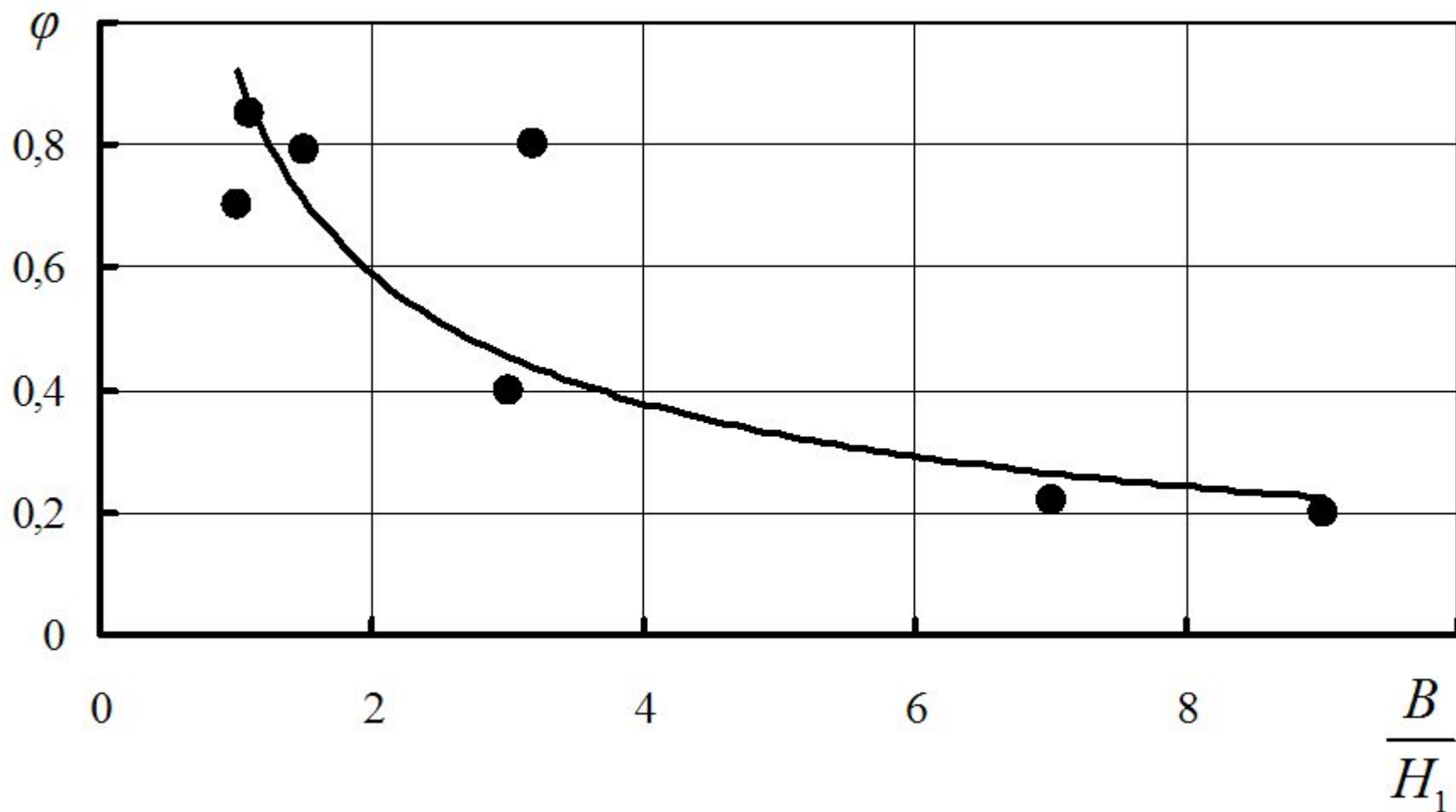
- убедиться в справедливости совокупности гипотез, сформулированных на этапах концептуальной и математической постановок. Переходить к проверке гипотез следует лишь после проверки использованных методов решения, комплексной отладки и устранения всех ошибок и конфликтов, связанных с программным обеспечением;
- установить, что точность полученных результатов соответствует точности, оговоренной в техническом задании.

Коэффициент уширения при протяжке полосы плоскими бойками



————— — по расчетным данным; - - - - - — по опытным данным

Коэффициент уширения при протяжке полосы плоскими бойками



— по расчетным данным; ● — по опытным данным А.П. Чекмарева



Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и объектов в обработке металлов давлением

Модуль 2

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ОМД.
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ**

Тема 6

**Разработка структуры математических моделей
функционирования технологических процессов ОМД**

Классификация технологических процессов и систем

ТП называется дискретным, если $U = \{u_k: k=0, 1, \dots, K\}$, причём $T = \{t_k: k=0, 1, \dots, K\}$ при условии $t_{k-1} < t_k$ и $u_k(t_k)$. Для систем этого класса характерно $Q = \{q(t_k) = \gamma(t_k; u_k(t_k))\}$ и $Z = \{z(t_k + \tau) = \psi(t_k + \tau, t_k, q(t_k))\}$.

ТП называется непрерывным, если $U = \{u(t): t \in [0, T]\}$, T не аддитивно, а непрерывно, тогда $Q = \{q(t) = \gamma(t; t_0, u(t_0))\}$ и $Z = \{z(t) = \psi(t; t_0, \tau, q(t, \cdot))\}$.

ТП называется стационарным, если 1) T является аддитивной группой; 2) для любого $\tau \in T$ из $q(\cdot) \in Q(\cdot)$ следует $\bar{u}(\cdot) \in U(\cdot)$, где для всех $t \in T$ выполняется равенство $\bar{u}(t - \tau) = u(t)$; 3) $\psi(t; t_0, q(\cdot)) = \psi(t - \tau; t_0 - \tau, \bar{u}(\cdot))$ для всех $\tau \in T$; 4) отображение $\varphi(t; t, z(\cdot))$ не зависит от t .

ТП называется нестационарным, если не выполнены условия стационарности.

ТП называется ограниченным первоначальной настройкой, если $V = \emptyset$, и полуограниченным, если в процессе функционирования отсутствует возможность управления размерами и формой области пластической деформации (например, процессы волочения, прессования, объемной штамповки и т.п.).

ТП называется (вполне) управляемым, если из любого состояния в данный момент времени его можно перевести в любое другое состояние под действием некоторого управления, т. е.

$$\psi(z', v) = z''$$

и разрешимо относительно v при любых z' и z'' .

ТП называется наблюдаемым, если с формальной стороны восстановление начального состояния z по известным v и y сводится к решению уравнения $y = \varphi(z, v)$ относительно неизвестного z .

ТП называется настраиваемым (задача установочности), если при помощи фиксированного управления его можно перевести в фиксированное конечное состояние независимо от начального, т. е.

$$\forall z \in Z, \psi(z, v^*) = z^*,$$

состояние z^* называется установочным, а управление v^* – установочным управлением.

Диаграмма структурных состояний сплава АМг6

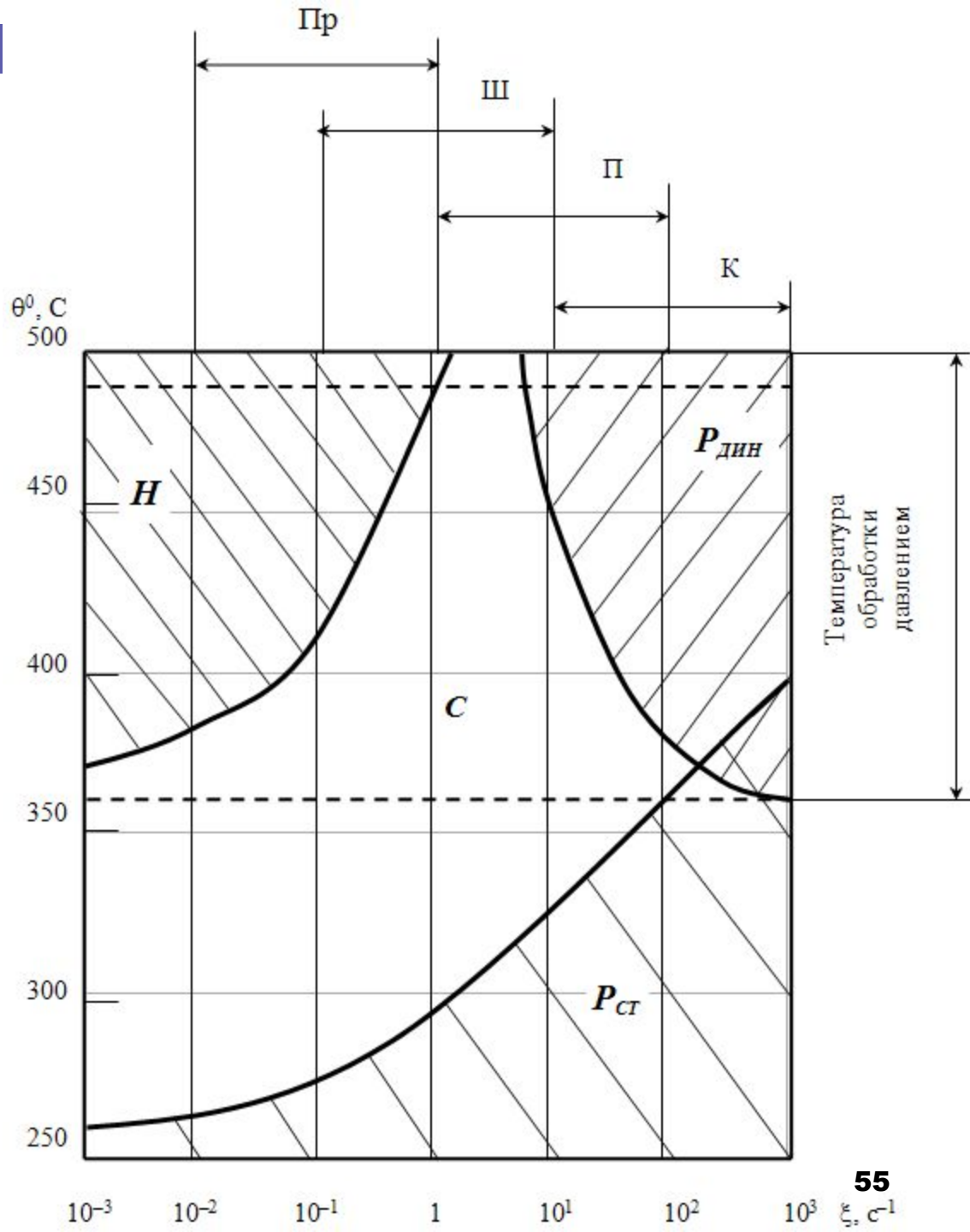
Модель определения типа структуры

$$S = \Omega_1 S^I + \Omega_2 S^{II} + \Omega_3 S^{III},$$

$$\Omega_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } \Theta \geq a_1 \xi^{c_1}; \\ 0, & \text{если } \Theta < a_1 \xi^{c_1}, \end{cases}$$

$$\Omega_2 = \begin{cases} 0, & \text{если } \Theta \geq a_2 \xi^{c_2}; \\ 1, & \text{если } \Theta < a_2 \xi^{c_2}, \end{cases}$$

$$\Omega_3 = \begin{cases} 1, & \text{если } \Omega_1 = 0 \text{ и } \Omega_2 = 0; \\ 0, & \text{если } \Omega_1 = 1 \text{ и } \Omega_2 = 1, \end{cases}$$





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 3

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ОМД

Тема 7

Предмет и теоретические основы вычислительного эксперимента

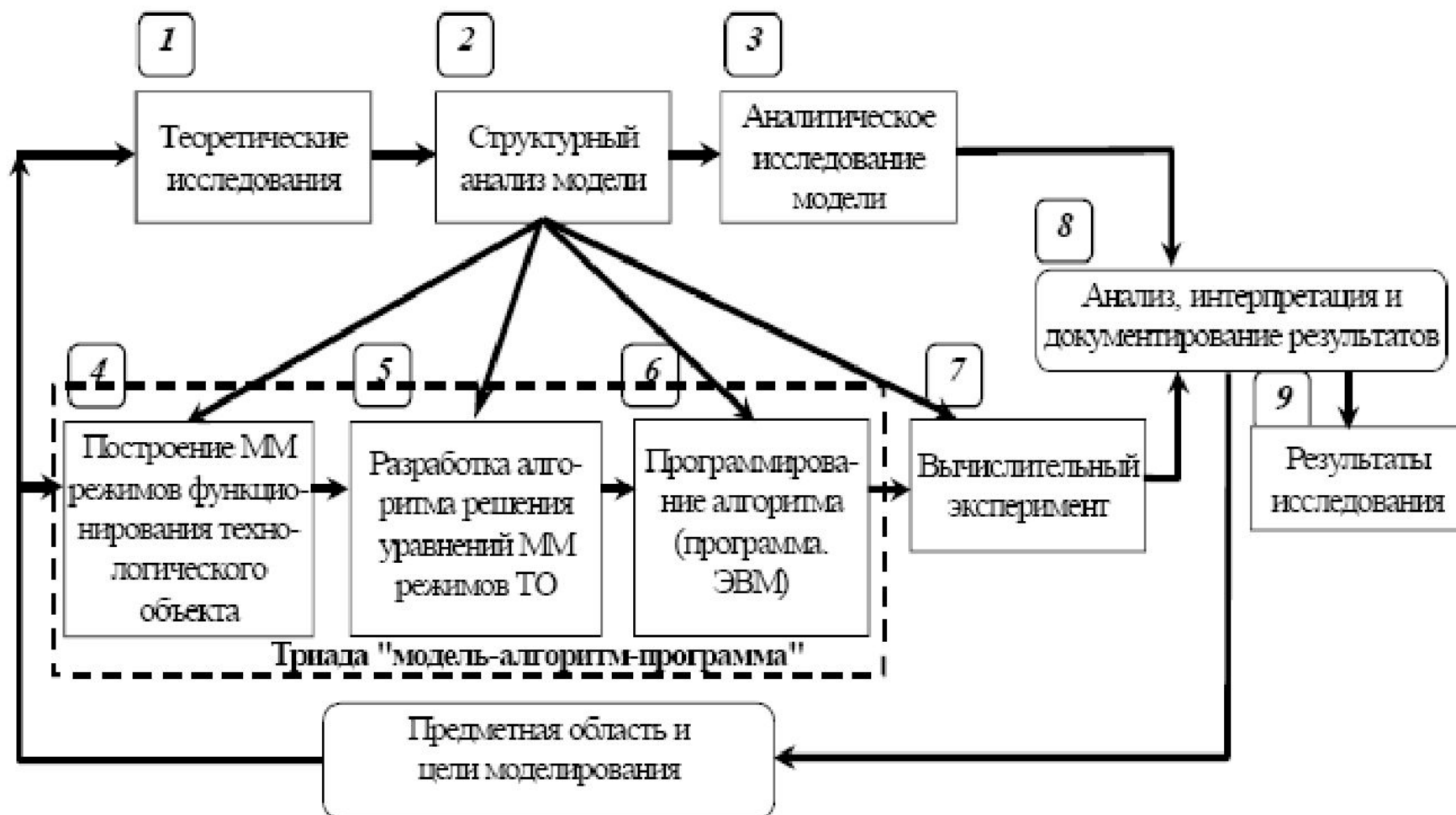
Этапы компьютерного моделирования

- определение объекта – установление границ, ограничений и измерителей эффективности функционирования объекта;
- формализация объекта (построение модели) – переход от реального объекта к некоторой логической схеме (абстрагирование);
- подготовка данных – отбор данных, необходимых для построения модели, и представление их в соответствующей форме;
- разработка моделирующего алгоритма и программы ЭВМ;
- оценка адекватности – повышение до приемлемого уровня степени уверенности, с которой можно судить относительно корректности выводов о реальном объекте, полученных на основании обращения к модели;
- стратегическое планирование – планирование вычислительного эксперимента, который должен дать необходимую информацию;
- тактическое планирование – определение способа проведения каждой серии испытаний, предусмотренных планом эксперимента;
- экспериментирование – процесс осуществления имитации с целью получения желаемых данных и анализа чувствительности;
- интерпретация – построение выводов по данным, полученным путем имитации;
- реализация – практическое использование модели и результатов моделирования;
- документирование – регистрация хода осуществления процесса и его результатов, а также документирование процесса создания и использования модели.

- Суть компьютерного моделирования состоит в следующем: на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, уточняется модель.
- Вычислительный эксперимент позволяет заменить дорогостоящий натурный эксперимент расчетами на ЭВМ.
- Наиболее перспективным для проведения вычислительного эксперимента является его использование для исследования сложного комплекса явлений, характерных для пластической деформации металлов и сплавов – распределение скоростей, деформаций, температур, напряжений. Кроме того, вычислительный эксперимент позволяет на виртуальном объекте промоделировать различные технологические процессы и особенности их функционирования
- В некоторых процессах, где проведение натуральных экспериментов требует больших материальных затрат, например, изготовление принципиально нового образца оборудования или проведение натурального эксперимента на действующих технологических линиях вычислительный эксперимент является единственно возможным подходом

- Реальные процессы и системы можно исследовать с помощью двух типов математических моделей: аналитических и имитационных
- В аналитических моделях поведение реальных процессов и систем (РПС) задается в виде явных функциональных зависимостей (уравнений линейных или нелинейных, дифференциальных или интегральных, систем этих уравнений). Однако получить эти зависимости удастся только для сравнительно простых РПС. Когда явления сложны и многообразны исследователю приходится идти на упрощенные представления сложных РПС. В результате аналитическая модель становится слишком грубым приближением к действительности.
- Если все же для сложных РПС удастся получить аналитические модели, то зачастую они превращаются в трудно разрешимую проблему. Поэтому исследователь вынужден часто использовать имитационное моделирование
- Имитационное моделирование – численный метод проведения на ЭВМ вычислительных экспериментов с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов и систем во времени в течении заданного периода

Схема организации компьютерного моделирования



Имитационное моделирование

■ Основные достоинства ИМ:

- возможность описания поведения компонент (элементов) процессов или систем на высоком уровне детализации;
- отсутствие ограничений между параметрами ИМ и состоянием внешней среды РПС;
- возможность исследования динамики взаимодействия компонент во времени и пространстве параметров системы;

■ Однако ИМ наряду с достоинствами имеет и недостатки:

- Разработка хорошей ИМ часто обходится дороже создания аналитической модели и требует больших временных затрат.
- Может оказаться, что ИМ неточна (что бывает часто), и мы не в состоянии измерить степень этой неточности.
- Зачастую исследователи обращаются к ИМ, не представляя тех трудностей, с которыми они встретятся и совершают при этом ряд ошибок методологического характера.

Рекомендуется использовать имитационное моделирование в следующих случаях:

- Если не существует законченной постановки задачи исследования и идет процесс познания объекта моделирования. Имитационная модель служит средством изучения явления.**
- Если аналитические методы имеются, но математические процессы сложны и трудоемки, и имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи.**
- Когда кроме оценки влияния параметров (переменных) процесса или системы желательно осуществить наблюдение за поведением компонент (элементов) процесса или системы (ПС) в течение определенного периода.**
- Когда имитационное моделирование оказывается единственным способом исследования сложной системы из-за невозможности наблюдения явлений в реальных условиях (реакции термоядерного синтеза, исследования космического пространства).**
- Когда необходимо контролировать протекание процессов или поведение систем путем замедления или ускорения явлений в ходе имитации.**
- При подготовке специалистов новой техники, когда на имитационных моделях обеспечивается возможность приобретения навыков в эксплуатации новой техники.**
- Когда изучаются новые ситуации в РПС. В этом случае имитация служит для проверки новых стратегий и правил проведения натурных экспериментов.**
- Когда особое значение имеет последовательность событий в проектируемых ПС и модель используется для предсказания узких мест в функционировании РПС.**

Статистическое моделирование

- Исследование сложных процессов и систем, подверженных **случайным возмущениям**, с помощью имитационного моделирования принято называть статистическим моделированием.

- Этапы методики статистического моделирования:

- Моделирование на ЭВМ псевдослучайных последовательностей с заданной корреляцией и законом распределения вероятностей (метод Монте-Карло), имитирующих на ЭВМ случайные значения параметров при каждом испытании;
- Преобразование полученных числовых последовательностей на имитационных математических моделях.
- Статистическая обработка результатов моделирования.

Обобщенный алгоритм метода статистических испытаний



Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

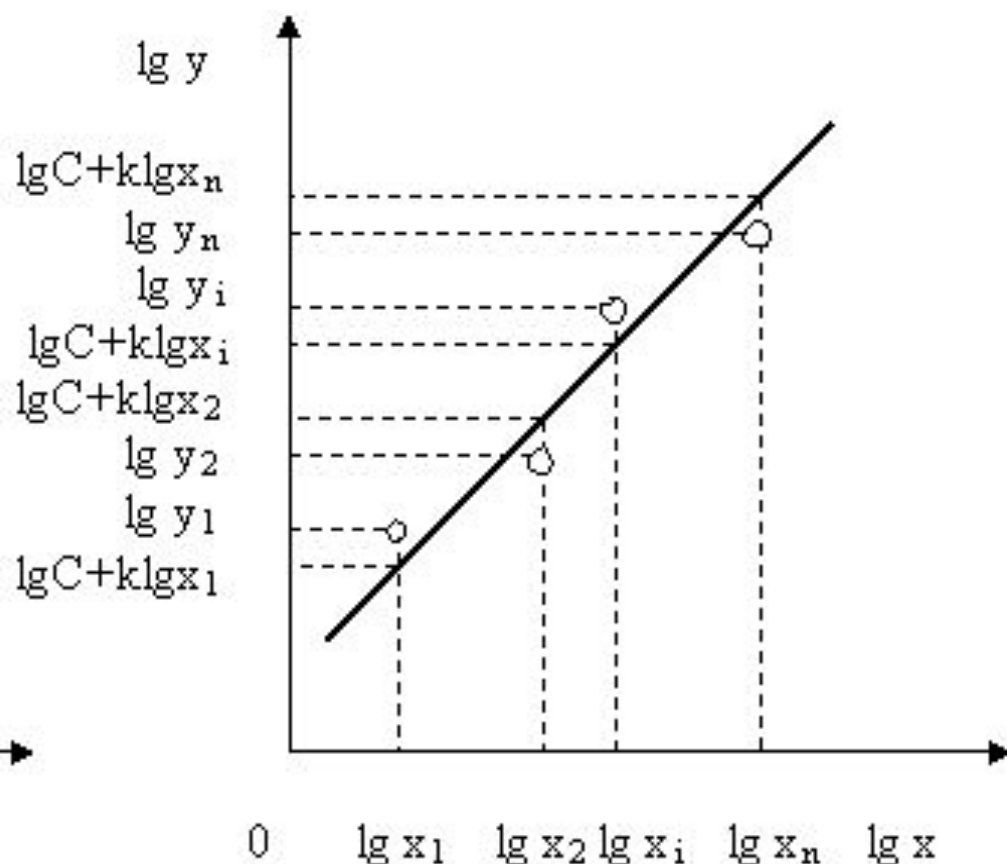
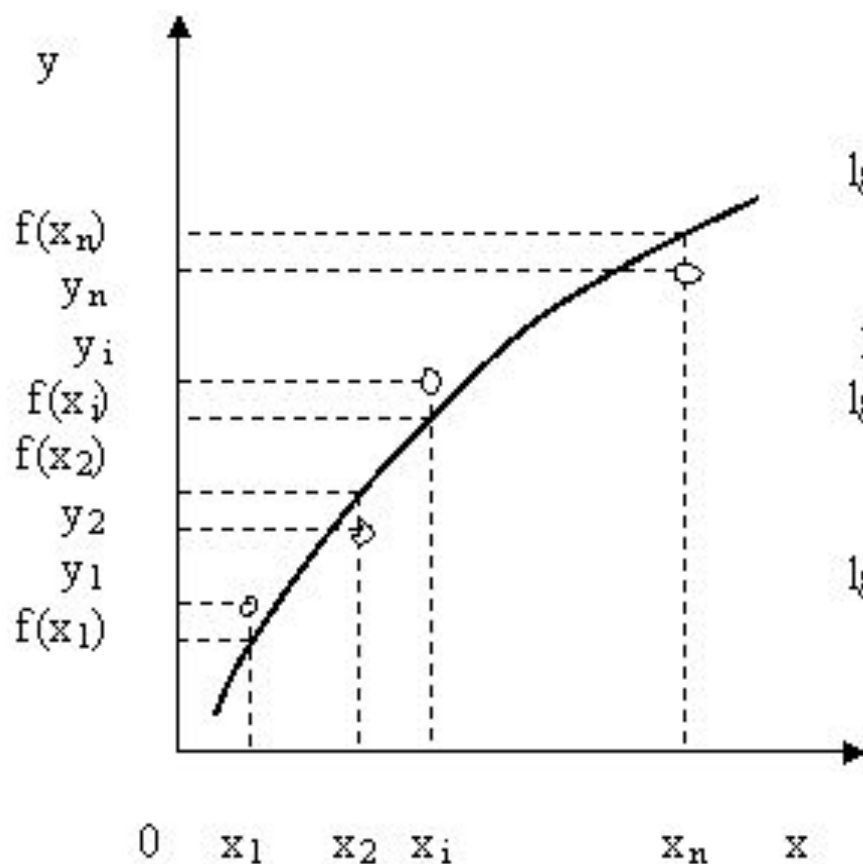
Модуль 3

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ОМД

Тема 8

**Обработка экспериментальных данных методом
наименьших квадратов**

Реализации метода наименьших квадратов



$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = \min \quad \text{ИЛИ} \quad S' = \sum_{i=1}^n [\lg y_i - (\lg C + k \lg x_i)]^2 = \min$$

Реализации метода наименьших квадратов

Для определенности задачи искомую функцию $f(x)$ будем выбирать из класса алгебраических многочленов степени m :

$$P_m(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + a_2x^{m-2} + \dots + a_{m-1}x^1 + a_m$$

Назовем данный многочлен – аппроксимирующим многочленом. Аппроксимирующий многочлен не проходит через все узловые точки экспериментальных данных. Поэтому его степень m не зависит от числа узловых точек n . При этом всегда $m < n$. Степень m может меняться в пределах $1 \leq m \leq n-2$.

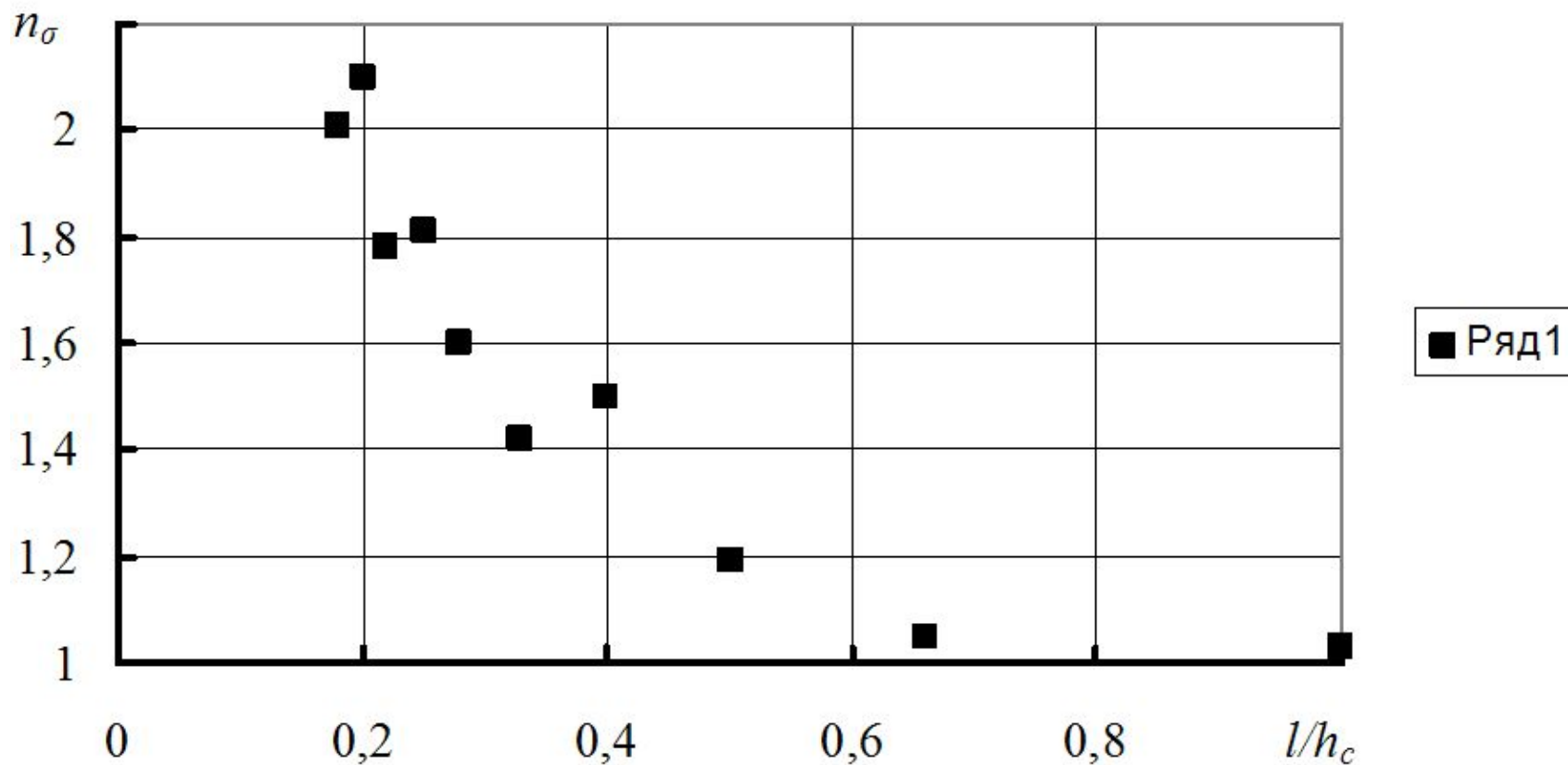
Если $m=1$, то мы аппроксимируем табличную функцию прямой линией. Такая задача называется линейной регрессией.

Если $m=2$, то мы аппроксимируем табличную функцию квадратичной параболой. Такая задача называется квадратичной аппроксимацией.

Если $m=3$, то мы аппроксимируем табличную функцию кубической параболой. Такая задача называется кубической аппроксимацией.

Экспериментальные данные зависимости коэффициента напряженного состояния n_σ от фактора формы очага деформации l/h_c при прокатке высоких полос

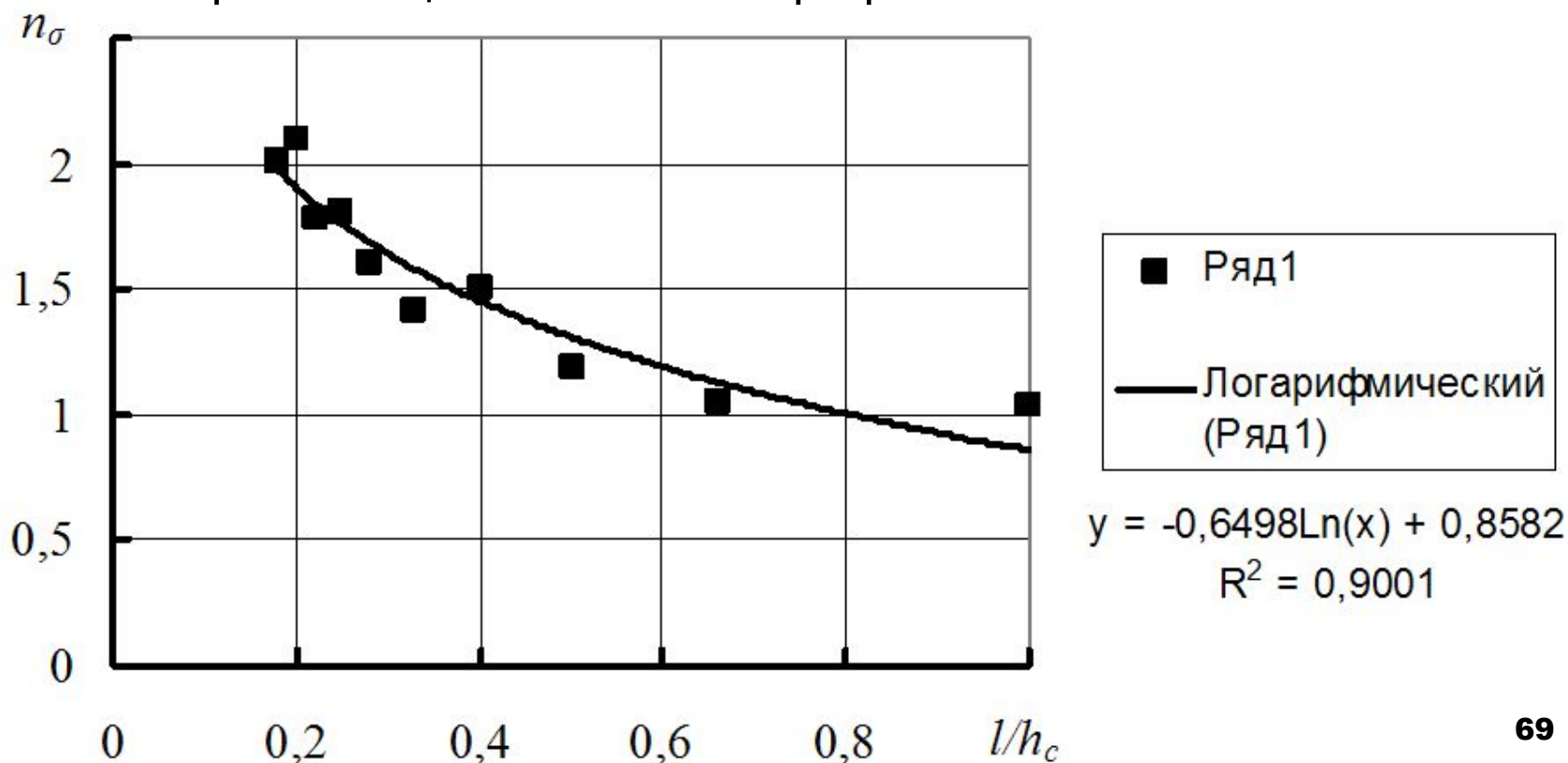
$x=l/h_c$	0,18	0,2	0,22	0,25	0,28	0,33	0,4	0,5	0,66	1,0
$y=n_\sigma$	2,01	2,10	1,78	1,81	1,60	1,42	1,50	1,19	1,05	1,03



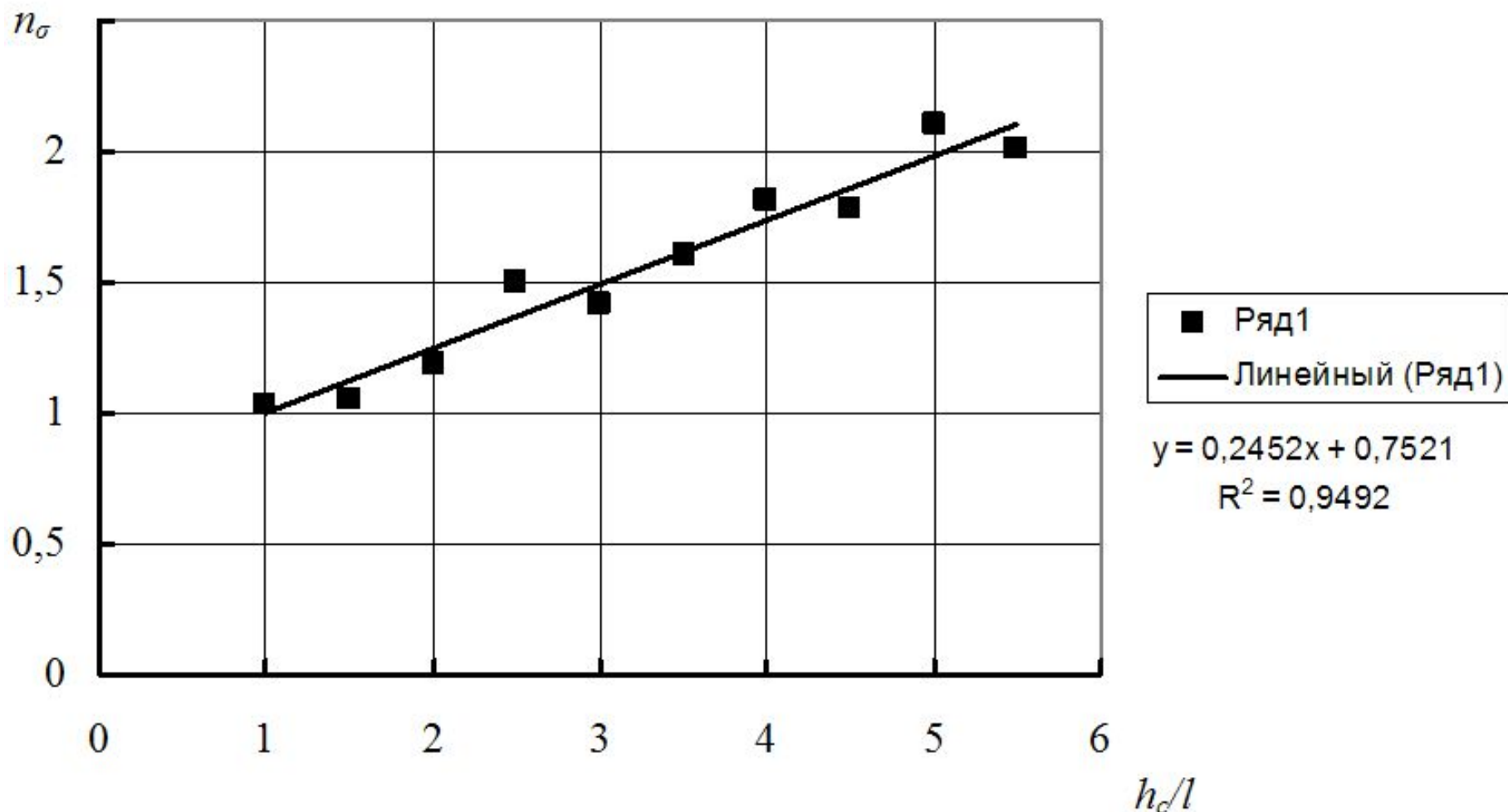
Экспериментальные данные зависимости коэффициента напряженного состояния n_σ от фактора формы очага деформации h_c/l при прокатке высоких полос

$x=h_c/l$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
$y=n_\sigma$	1,03	1,05	1,19	1,50	1,42	1,60	1,81	1,78	2,10	2,01

Аппроксимация в Excel логарифмической зависимостью



Линейная аппроксимация зависимости коэффициента напряженного состояния n_σ от фактора формы очага деформации h_c/l при прокатке
ВЫСОКИХ ПОЛОС





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 4

**ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА
ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ ОМД**

Тема 9

Проекционные методы решения задач ОМД

Метод Ритца

■ Пусть требуется найти минимум некоторого функционала $J(x)$ с областью определения D_J .

■ Выберем координатную систему функций $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, удовлетворяющую следующим требованиям:

- элементы координатной системы, взятые в любом конечном количестве, линейно независимы;
- координатная система полна в некоторой метрике, определенной на области D_J ;
- при любых значениях постоянных a_1, a_2, \dots, a_n элемент

$$x_n = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i$$

принадлежит D_J и выражение $J(x_n)$ имеет смысл.

■ Рассматривая его как функцию конечного числа переменных a_1, a_2, \dots, a_n , найдем те значения, при которых $J(x_n)$ достигает минимума. С этой целью необходимо решить следующую систему уравнений

$$\frac{\partial J(x_n)}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Метод Ритца

- Для неоднородных граничных условий можно искать n -е приближение по Ритцу в следующем виде

$$x_n = \varphi_0 + \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i,$$

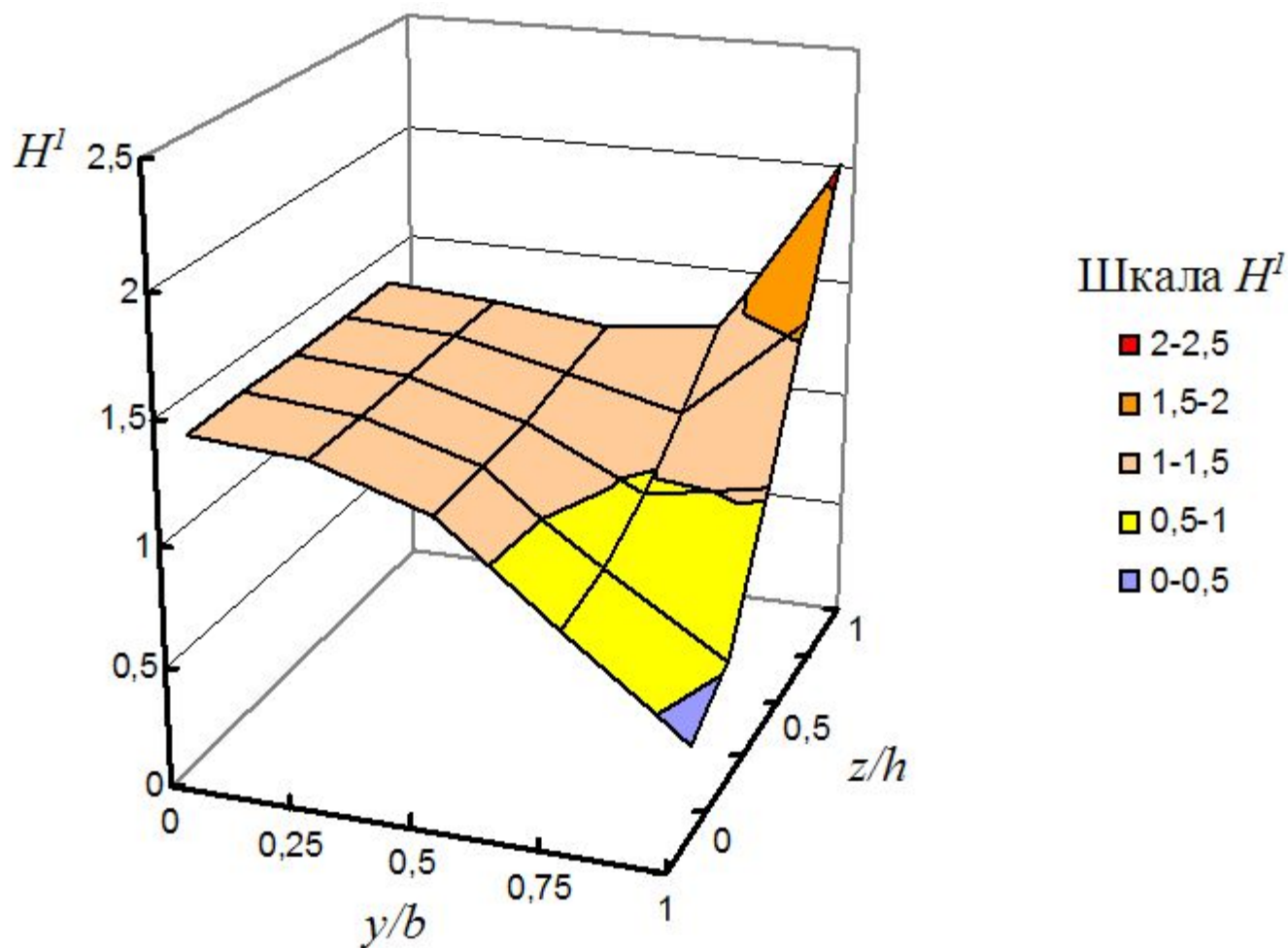
Пример

- Рассмотрим расчет деформированного состояния полосы прямоугольного сечения при кузнечной протяжке при указанных там граничных условиях.
- Кривую упрочнения $T(H)$ аппроксимируем следующей функцией

$$T = 1,88H^{1/3}.$$

- Эта зависимость соответствует деформации стали марки 45 при 1100°C .

Распределение интенсивностей скорости деформации по сечению заготовки при протяжке



Метод Галеркина

Пусть требуется найти решение уравнения

$$Lx = y^* (y \in D \subset H, y^* \in H).$$

Как и в методе Ритца, выбираем координатную систему функций $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, удовлетворяющую следующим требованиям:

- элементы координатной системы, взятые в любом конечном количестве, линейно независимы;
- координатная система полна в некоторой метрике, определенной на области D_L ;
- при любых значениях постоянных a_1, a_2, \dots, a_n элемент

$$x_n = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i$$

принадлежит D_L и выражение Lx_n имеет смысл.

Запишем условие ортогональности невязки уравнения $Lx = y^*$ к первым n координатным функциям

$$(Lx_n - y^*, \varphi_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$



Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

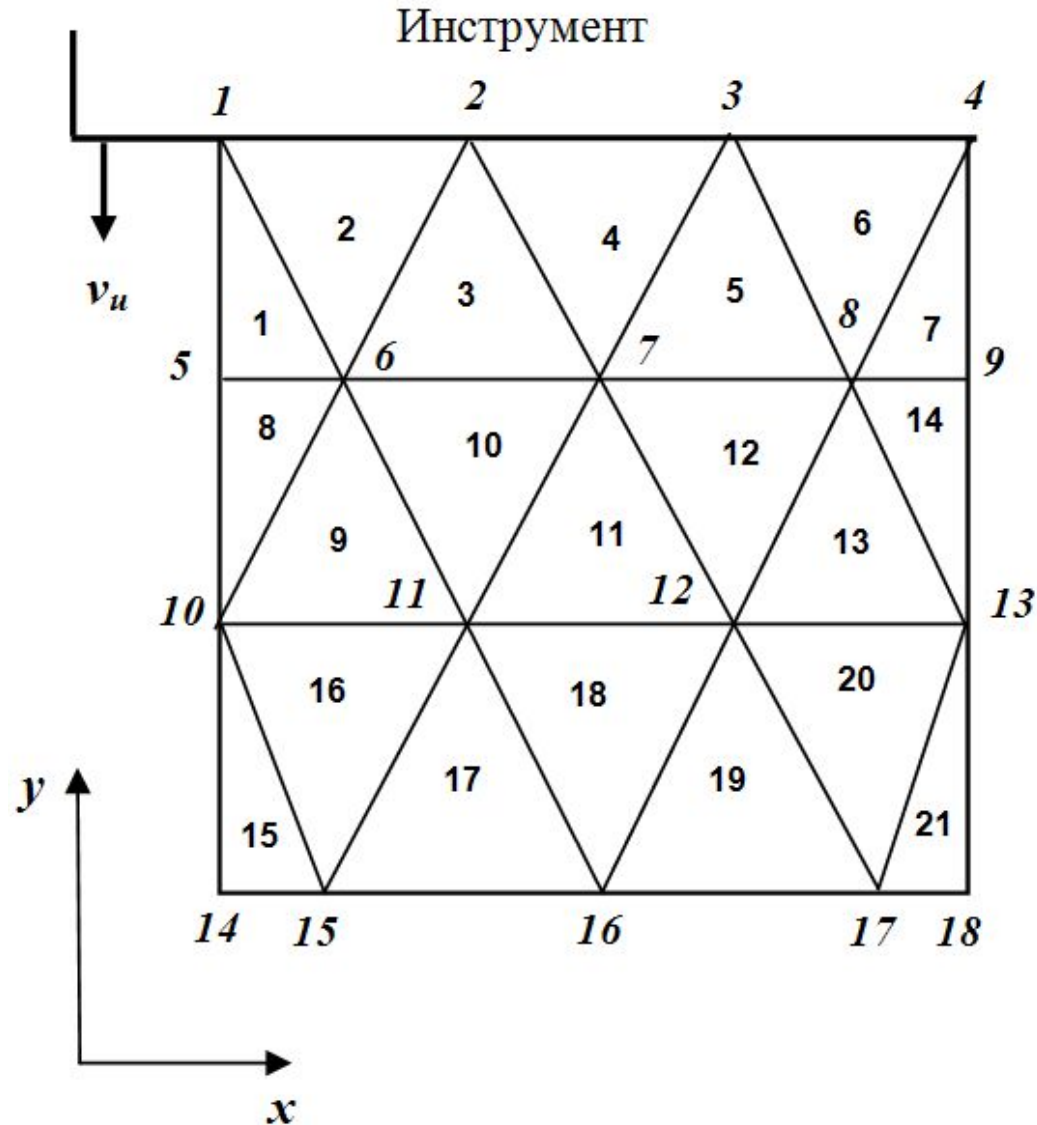
Модуль 4

**ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА
ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ ОМД**

Тема 10

Метод конечных элементов

Разбивка на конечные элементы и индексация (нумерация) узлов и элементов



Треугольный элемент с тремя узлами

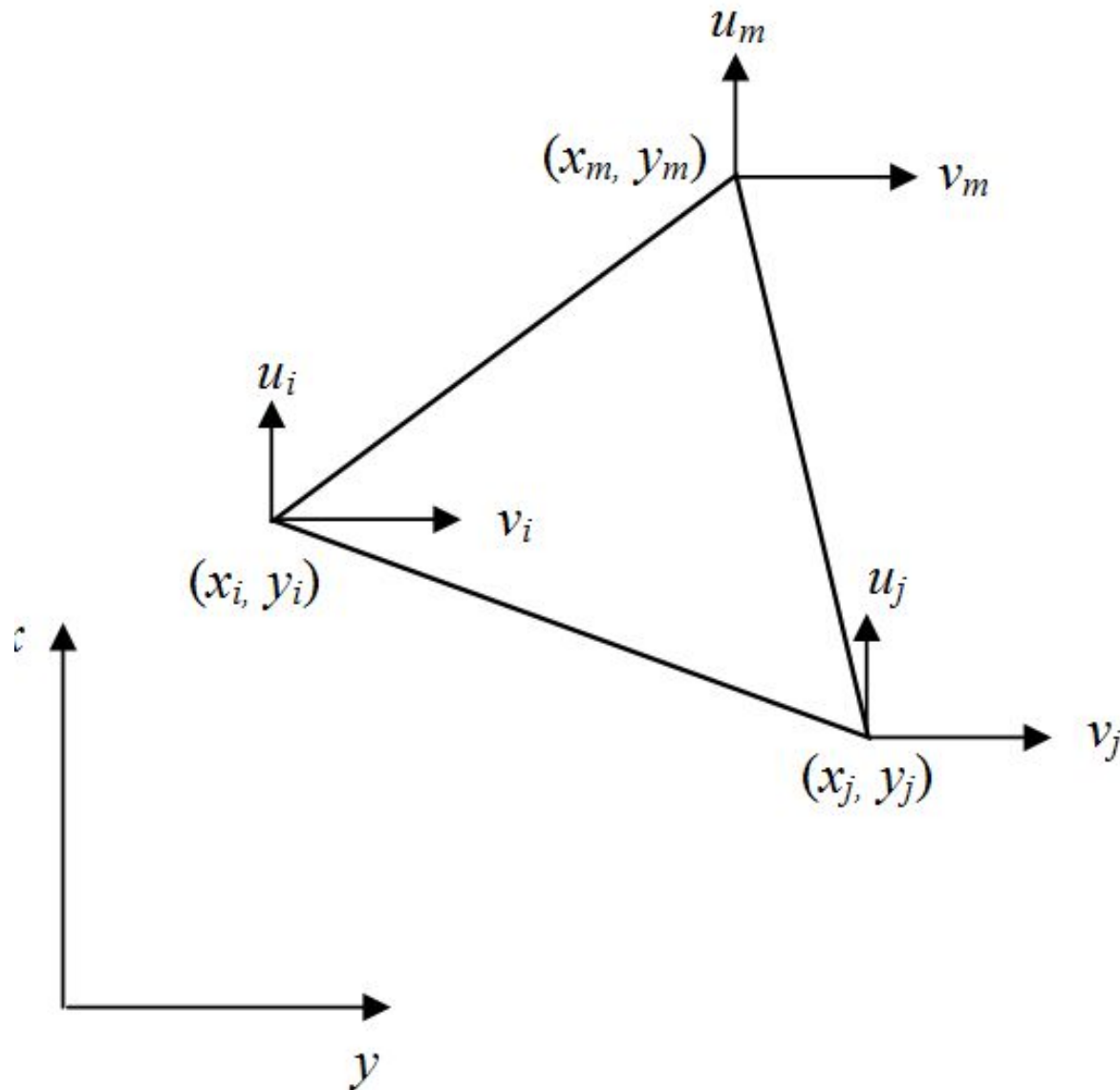
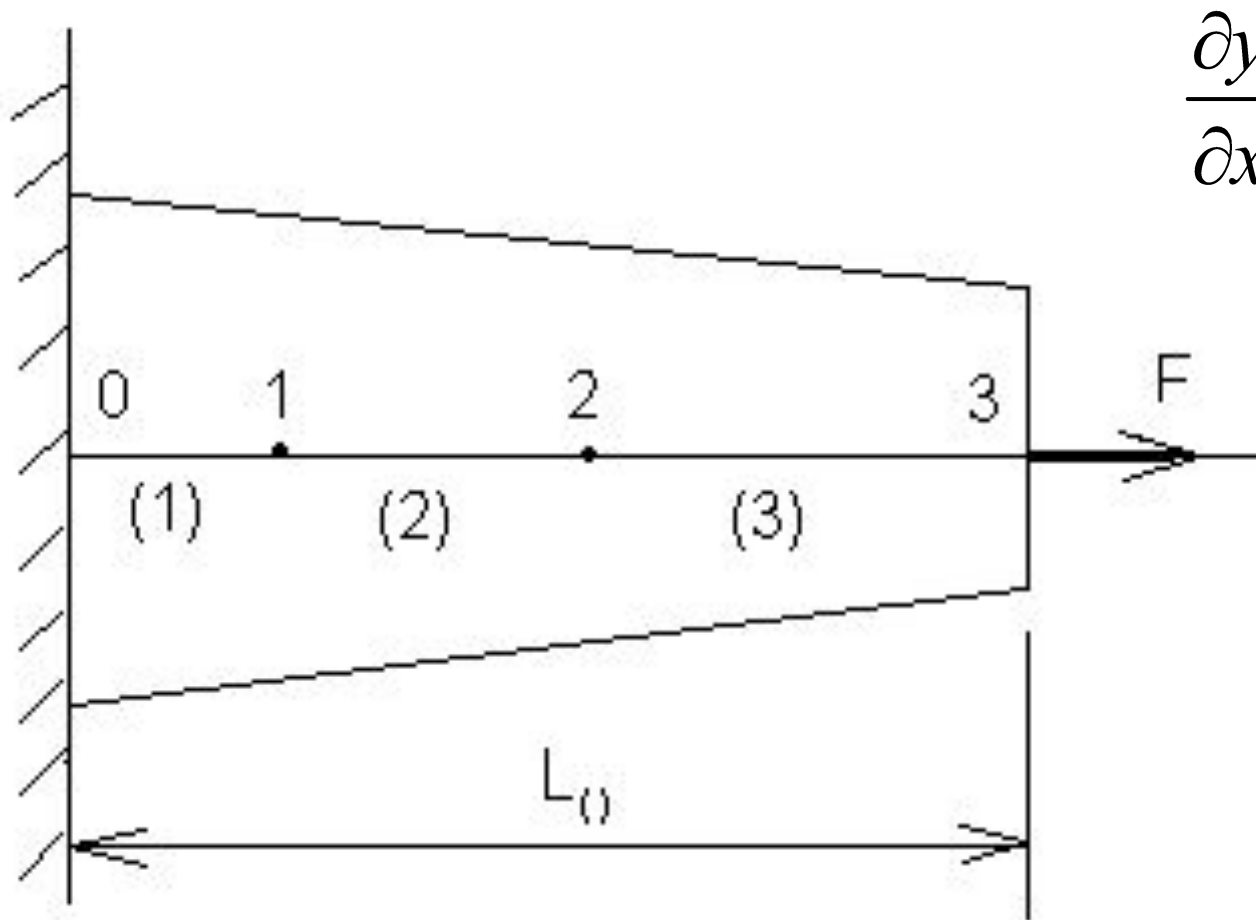
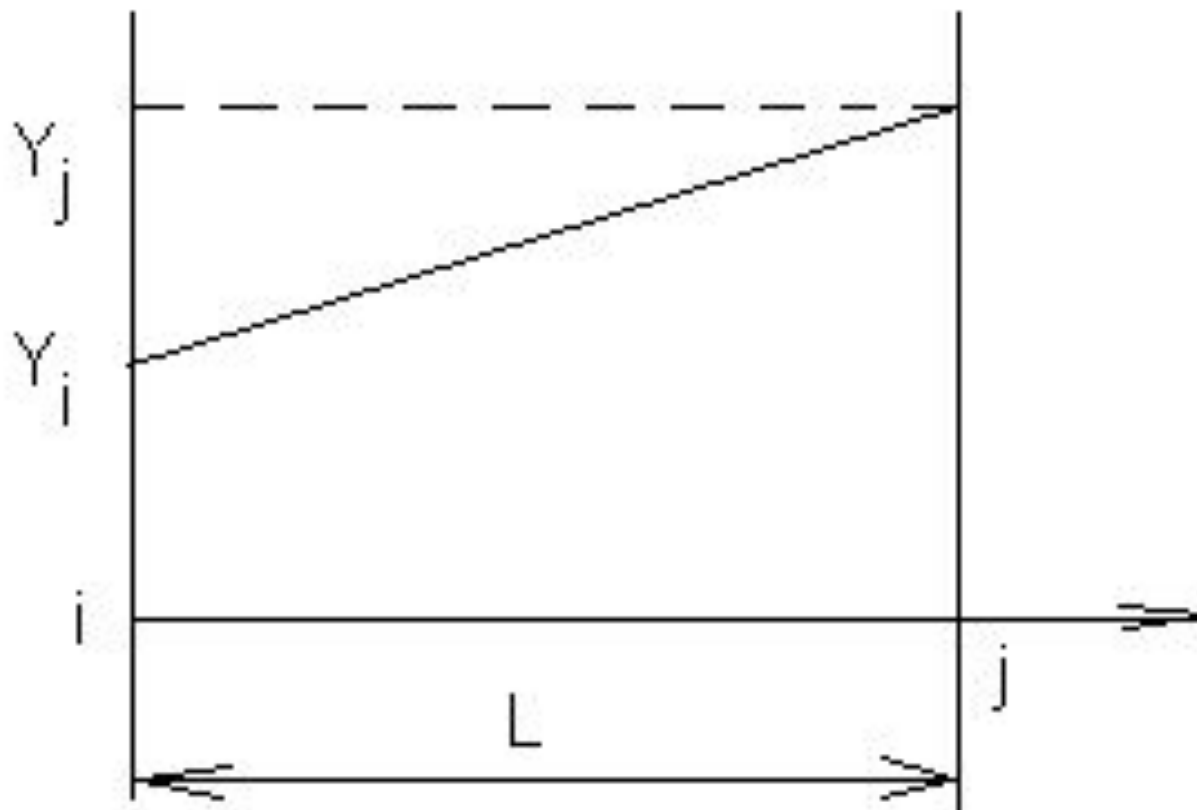


Схема балки с одним закрепленным концом и продольной нагружающей силой



$$\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{F}{SE} = 0,$$

Схема узловых значений удлинений





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

Моделирование процессов и объектов в обработке металлов давлением

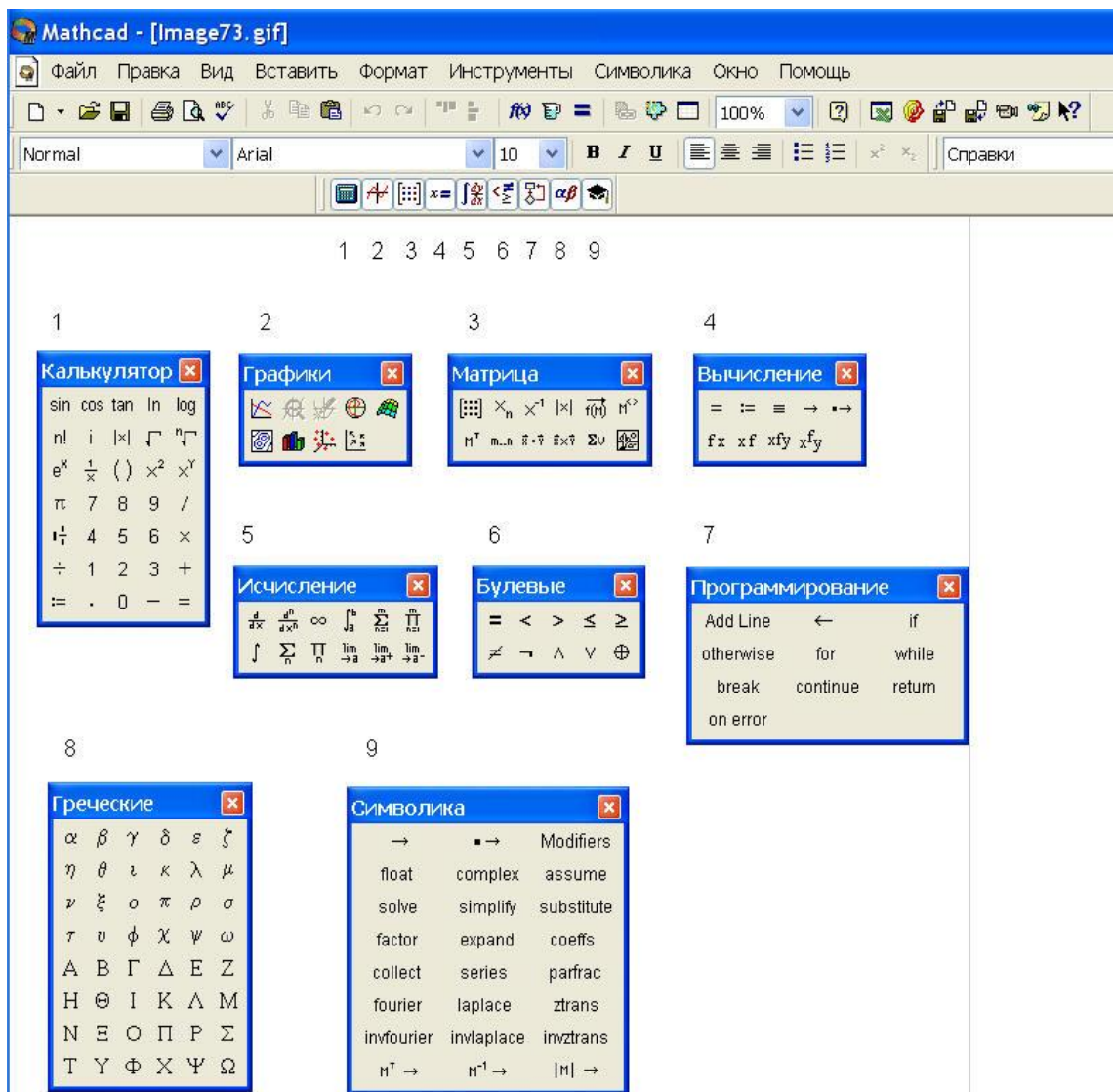
Модуль 4

**ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА
ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ ОМД**

Тема 11

**Стандартные пакеты прикладных программ
для решения задач моделирования процессов и объектов ОМД**

Универсальный математический процессор Mathcad



Пример простых вычислений в Mathcad

Mathcad - [Пример простых вычислений.mcd]

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символика Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U x² x₂ Справки

Пример выполнения простейших расчетов

ORIGIN = 0 ORIGIN := 1

Исходные данные:

m := 5

x := $\begin{pmatrix} 23.5 \\ 24.1 \\ 22.9 \\ 23.0 \\ 24.1 \end{pmatrix}$

Вычисление математического ожидания и стандарта:

$m_x := \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m x_i = 23.52$

$\sigma := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - m_x)^2}{m - 1}} = 0.576$

Выполнение аналитических преобразований и вывод графика

f(x) := 2x

$\int f(x) dx \rightarrow x^2$

Греческие

α β γ δ ε ζ
η θ ι κ λ μ
ν ξ ο π ρ σ
τ υ φ χ ψ ω
Α Β Γ Δ Ε Ζ
Η Θ Ι Κ Λ Μ
Ν Ξ Ο Π Ρ Σ
Τ Υ Φ Χ Ψ Ω

Матрица

$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ x_n x^{-1} $|x|$ $\sqrt[n]{x}$ n^x
n^T m..n $\delta_{i,j}$ $\delta_{i,j} \times \tau$ $\sum u$

Исчисление

$\frac{d}{dx}$ $\frac{d^n}{dx^n}$ ∞ \int_a^b $\sum_{i=1}^n$ $\prod_{i=1}^n$
 \int \sum_n \prod_n $\lim_{x \rightarrow a}$ $\lim_{x \rightarrow a^+}$ $\lim_{x \rightarrow a^-}$

Калькулятор

sin cos tan ln log
n! i |x| $\sqrt{\quad}$ $\sqrt[n]{\quad}$
 e^x $\frac{1}{x}$ () x^2 x^y
π 7 8 9 /
 $\frac{1}{2}$ 4 5 6 ×
÷ 1 2 3 +
:= . 0 - =

Пакеты программ методов конечных элементов для решения задач ОМД

Возможности пакетов Ansys и LS-Dyna

- Программный комплекс LS-DYNA успешно используется для разработки технологических процессов при анализе следующих операций ОМД:

- 1. Объемная формовка:

- ковка и горячая объемная штамповка;
- холодная объемная штамповка;
- прокатка (продольная, поперечная, винтовая);
- закручивание;
- волочение;
- прессование;
- прошивка;
- выдавливание (экструдирование, экструзия) в том числе прямое, обратное и поперечное;
- выдавливание профилей.

Возможности пакетов Ansys и LS-Dyna

- Листовая штамповка
 - вытяжка (с утонением стенки, без утонения стенки, с использованием перетяжных ребер);
 - обжим, отбортовка, раздача;
 - формовка;
 - поэлементная штамповка;
 - запрессовка и калибровка трубных деталей;
 - разделительные операции (вырубка, пробивка, надрезка, обрезка);
 - гибка (свободная, с растяжением, со сжатием, с нагревом, на малый радиус, на большой радиус);
 - профилегибка, профилирование в валковых машинах;
 - штамповка эластичными средами (резиной и полиуретаном);
 - гидроформовка;
 - формоизменение в режиме сверхпластичности;
 - специальные виды штамповки (штамповка взрывом, электрогидроимпульсная штамповка, магнитно-импульсная обработка)

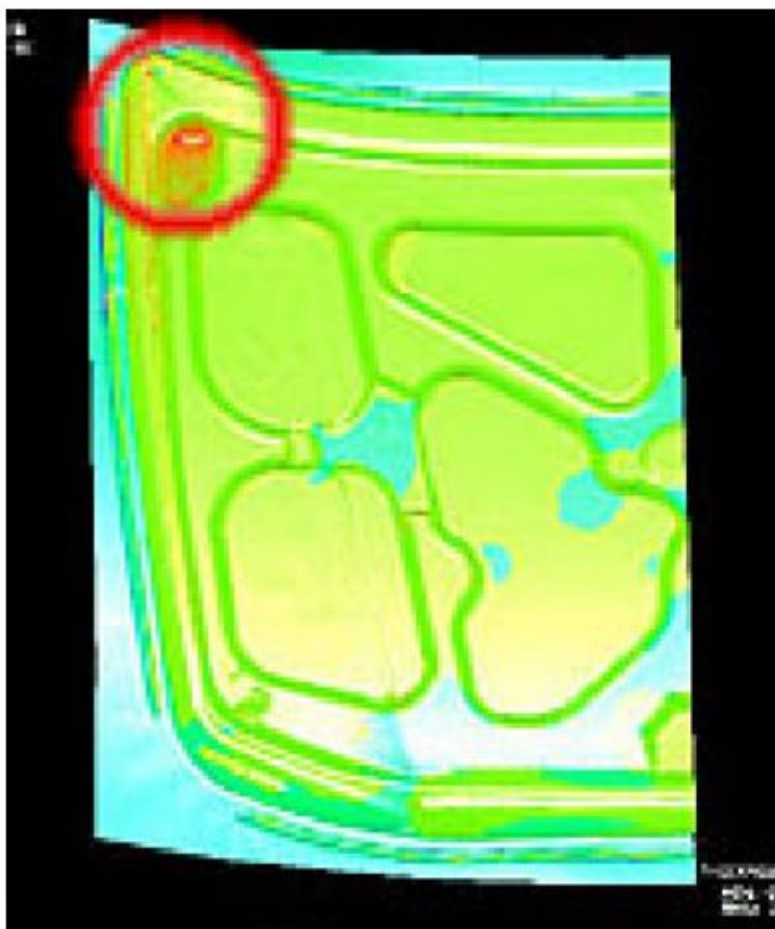
Возможности пакетов Ansys и LS-Dyna

- При анализе всех процессов в LS-DYNA легко учитываются различные особенности, как самих операций, так и обрабатываемых материалов:
 - обработка в несколько переходов;
 - комбинированное нагружение;
 - возможность складко-, гофрообразования, коробления, разрывов, недопустимого утонения при листовой штамповке;
 - пружинение и упругое последствие деталей после завершения формоизменения;
 - определение рациональной исходной формы плоской заготовки для листовой штамповки;
 - анизотропия свойств деформируемых металлов;
 - формоизменение труднодеформируемых и малопластичных сплавов;
 - формоизменение штамповочных заготовок;
 - возможность разрушения заготовки во время формоизменения;
 - учёт скорости формоизменения (скоростей деформаций);
 - учёт вязкопластических течений;
 - связанный тепло-прочностной анализ (расчет распределения температуры по заготовке и инструменту, теплообмена между ними, и связанное влияние температуры на возникающие напряжения).

Возможности пакетов Ansys и LS-Dyna

- На основе моделирования в среде LS-DYNA успешно решаются следующие задачи:
 - анализ технологических параметров процессов ОМД;
 - анализ технологичности деталей;
 - выбор параметров кузнечно-прессового оборудования;
 - расчет и рекомендации по проектированию инструмента;
 - расчет нагрузок в узлах машин обработки давлением;
 - анализ напряженно-деформированного состояния ответственных деталей машин.

Рассчитанная (а) и реальная деформация (б) листа автомобильного капота с дефектами



а

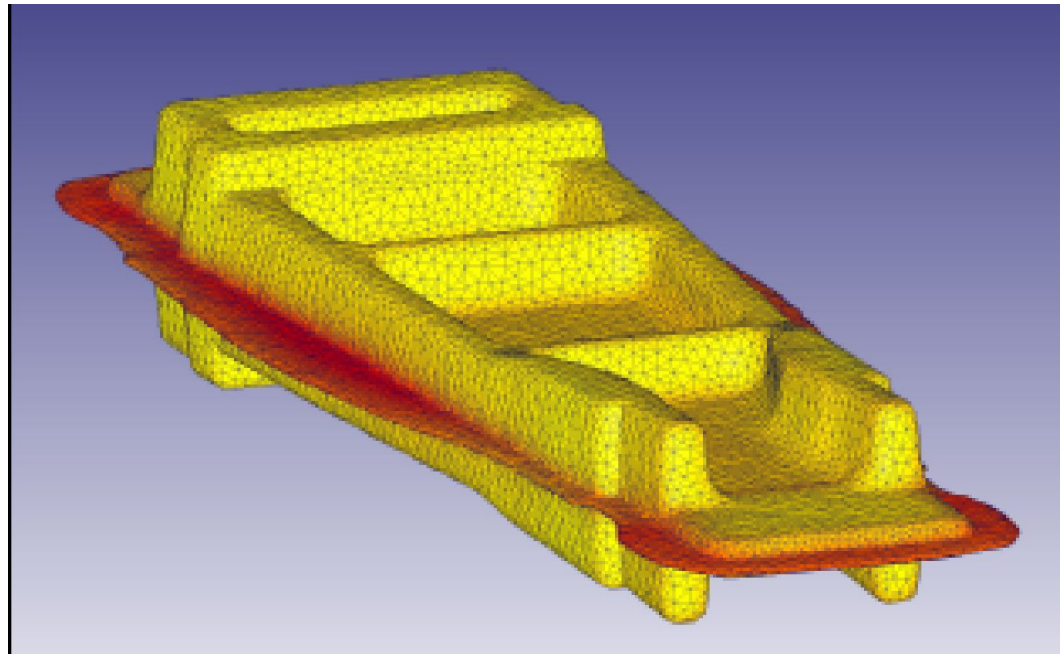


б

Возможности программы Deform 3D.

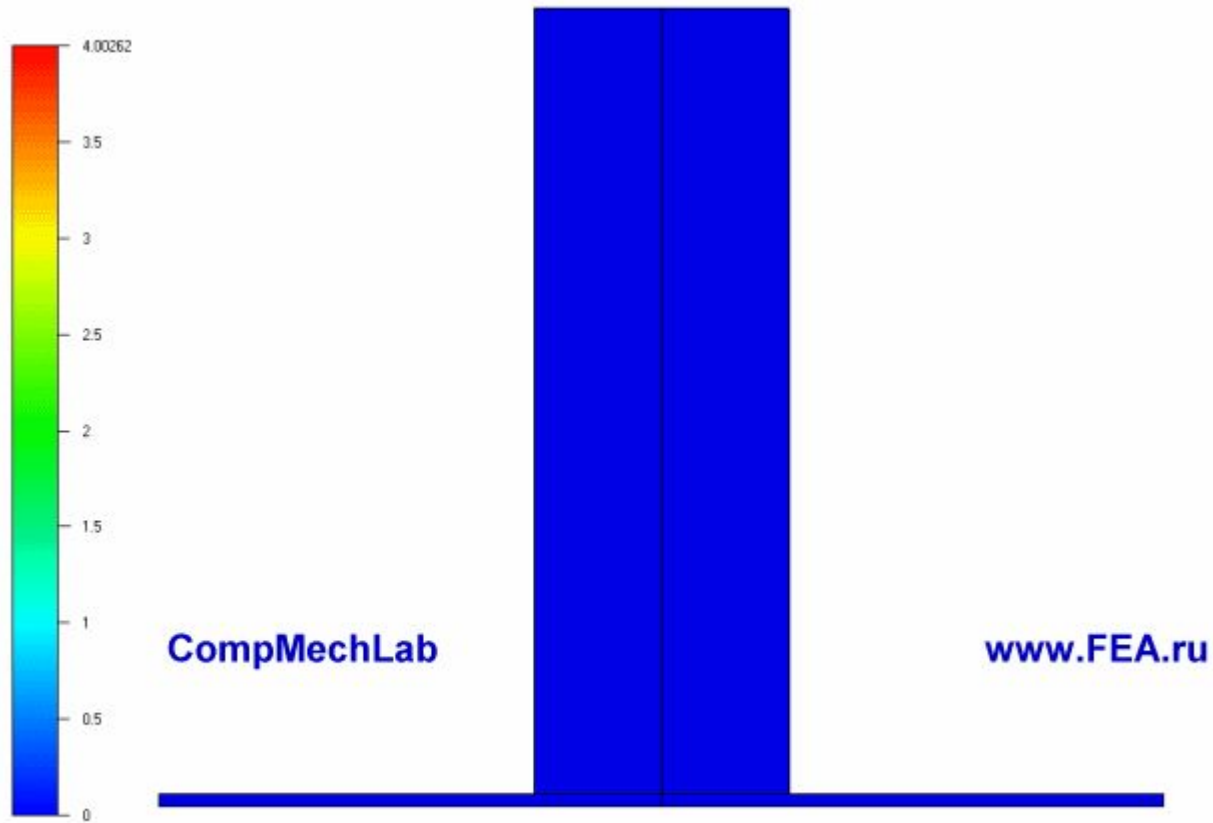
В Deform возможно моделировать следующие операции:

- ковка;
- выдавливание;
- протяжка;
- механообработка;
- высадка;
- прессование;
- прокатка;
- вытяжка;
- осадка.



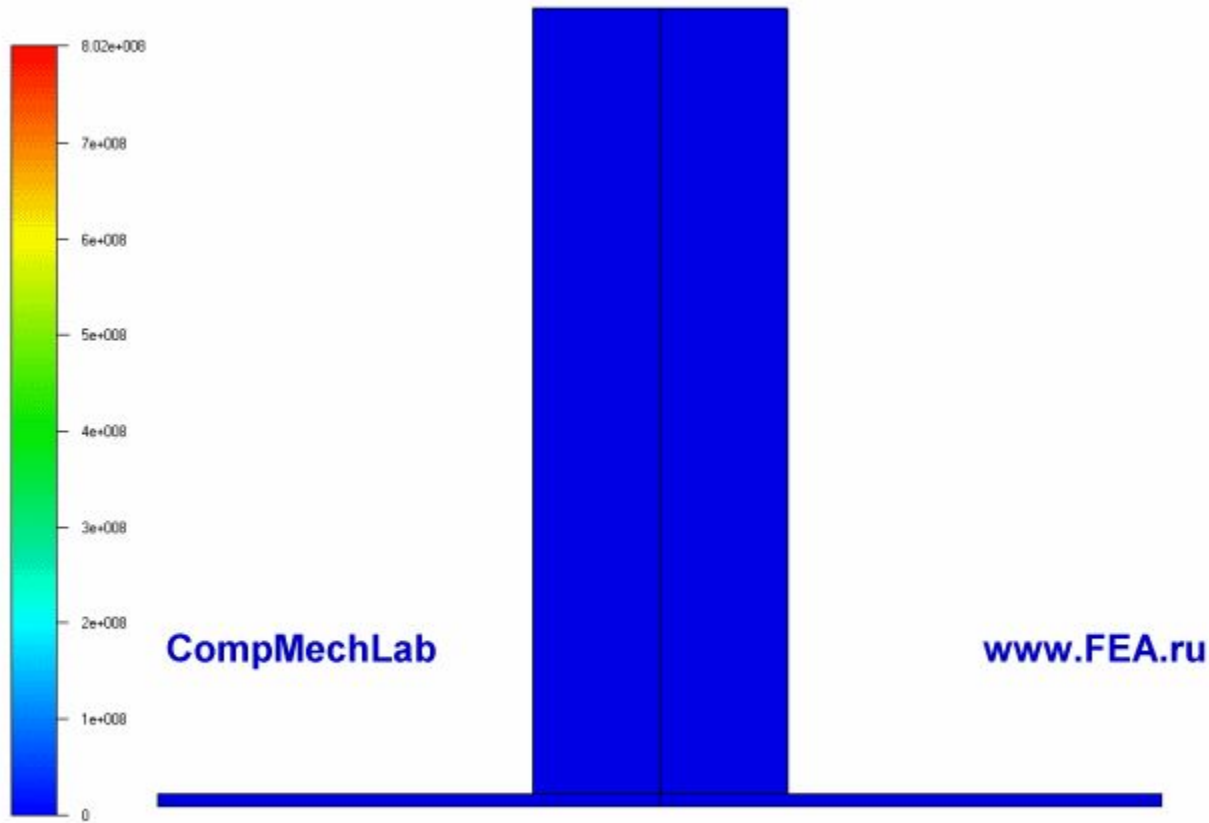
Анализ кованой детали в Deform

Конечно-элементное исследование удара цилиндра по жесткой преграде. Тест Дж. Тейлора. Интенсивность пластических деформаций



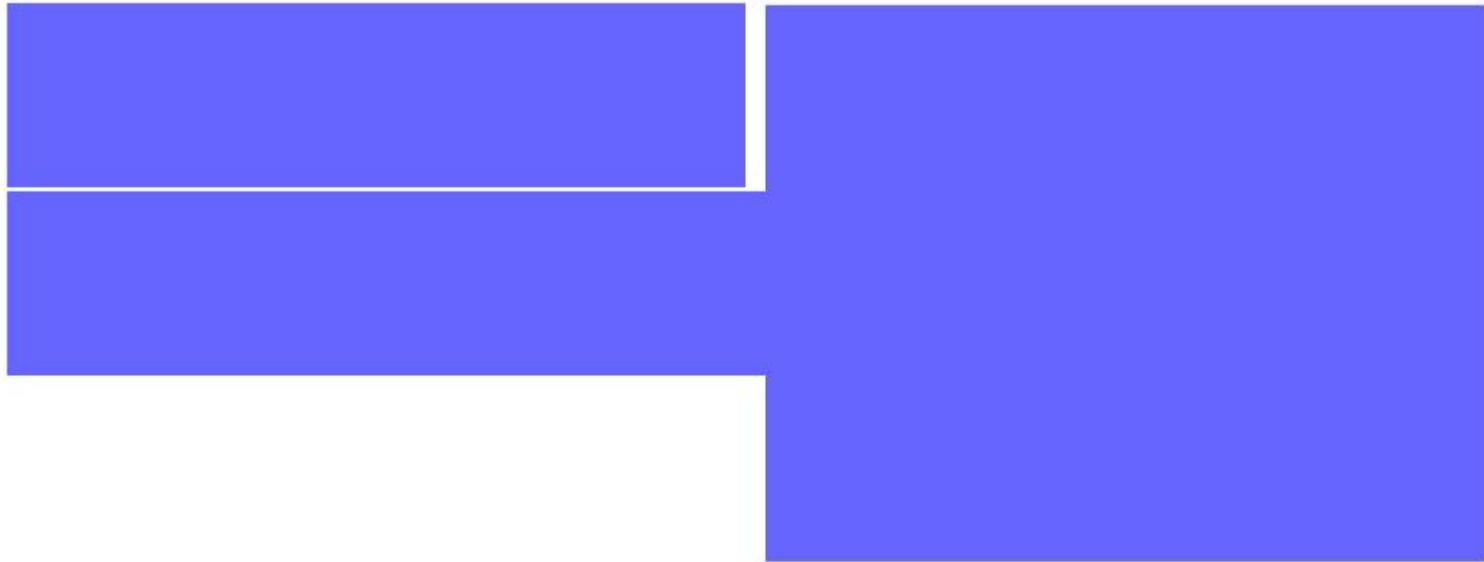
Time: 0.00000e+000 (1 of 126)

Конечно-элементное исследование удара цилиндра по жесткой преграде. Тест Дж. Тейлора. Интенсивность напряжений по Мизесу



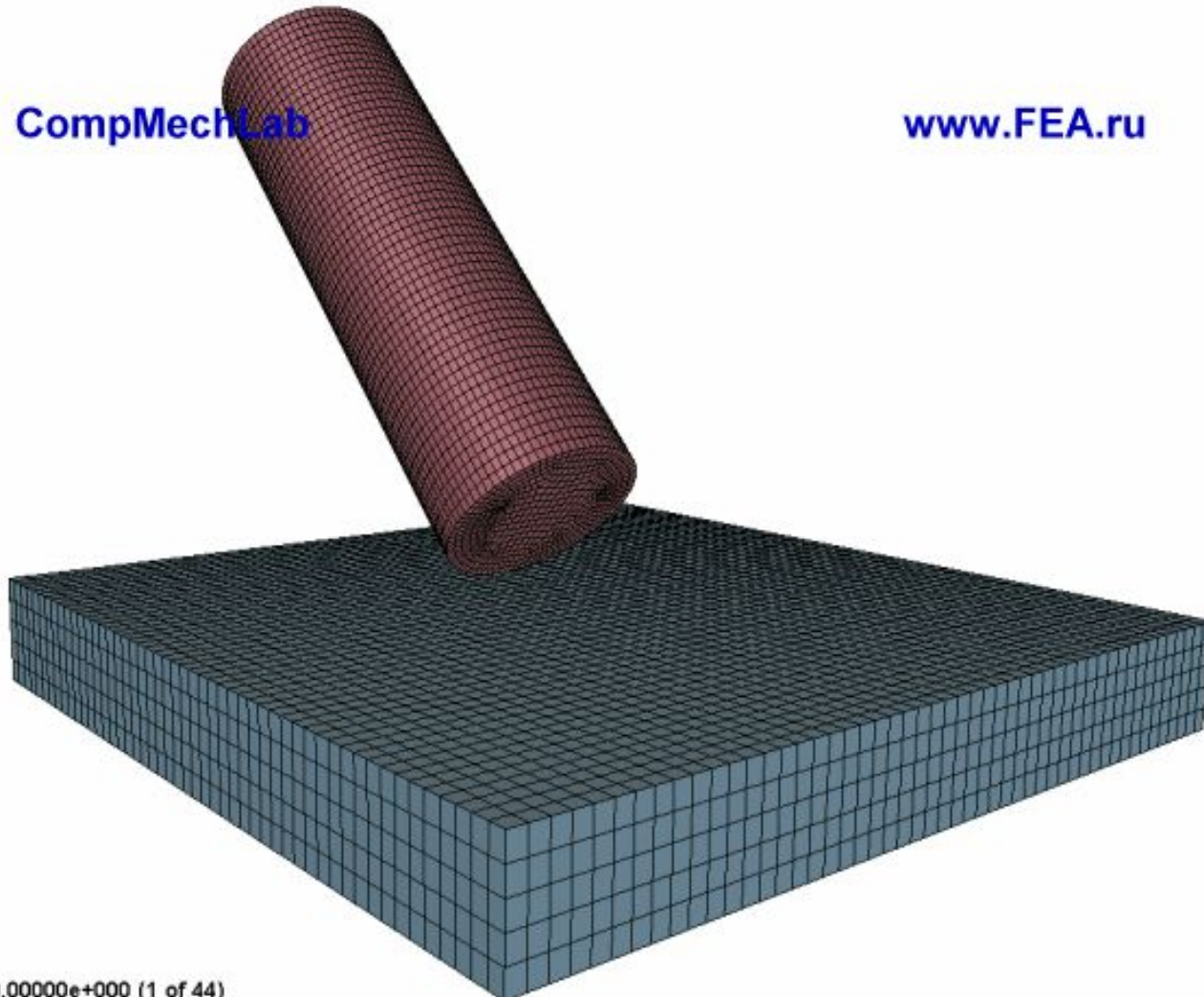
Time: 0.00000e+000 (1 of 126)

Моделирование процесса вырубki металла. Эквивалентные пластические деформации

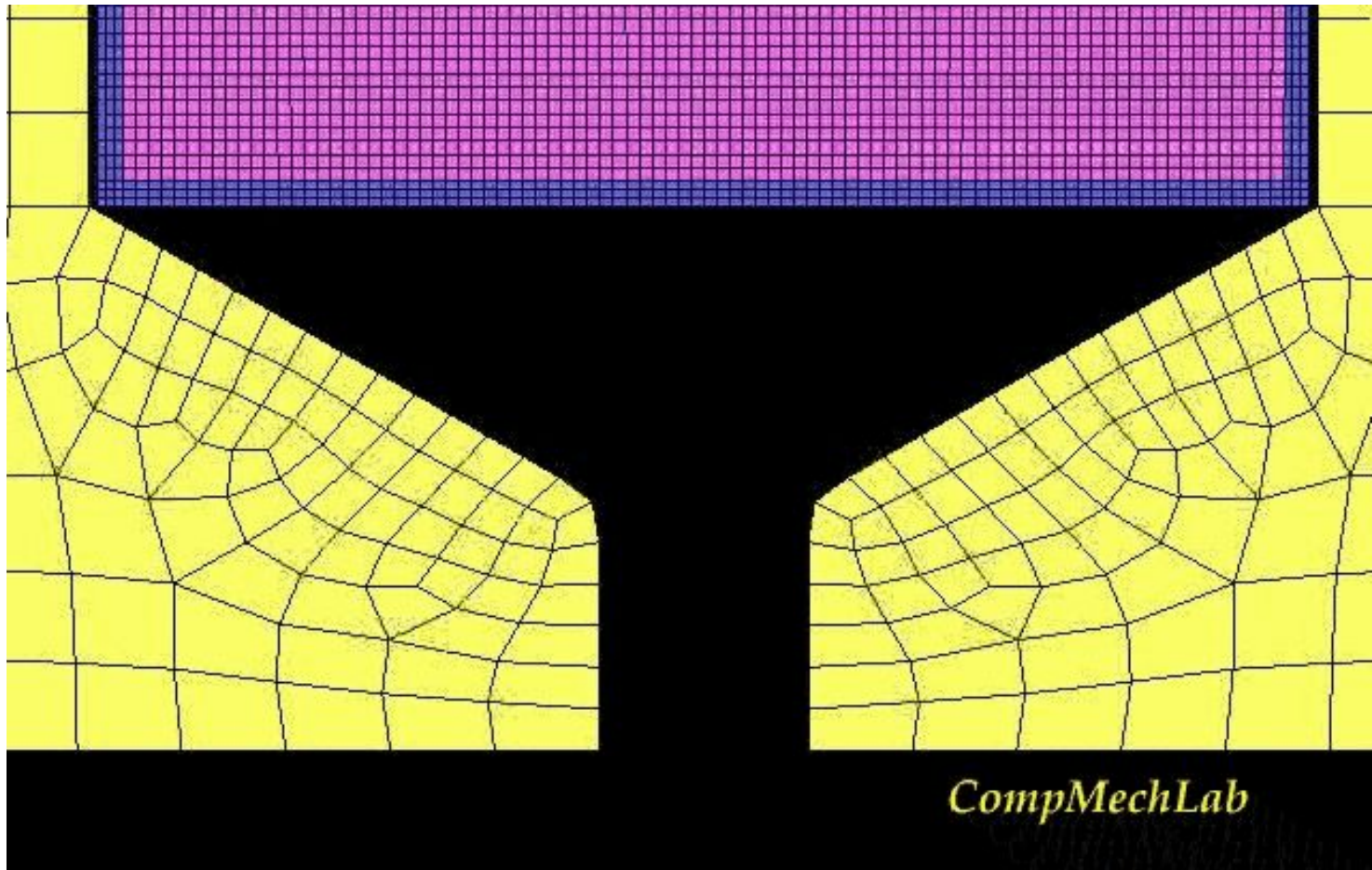


CompMechLab

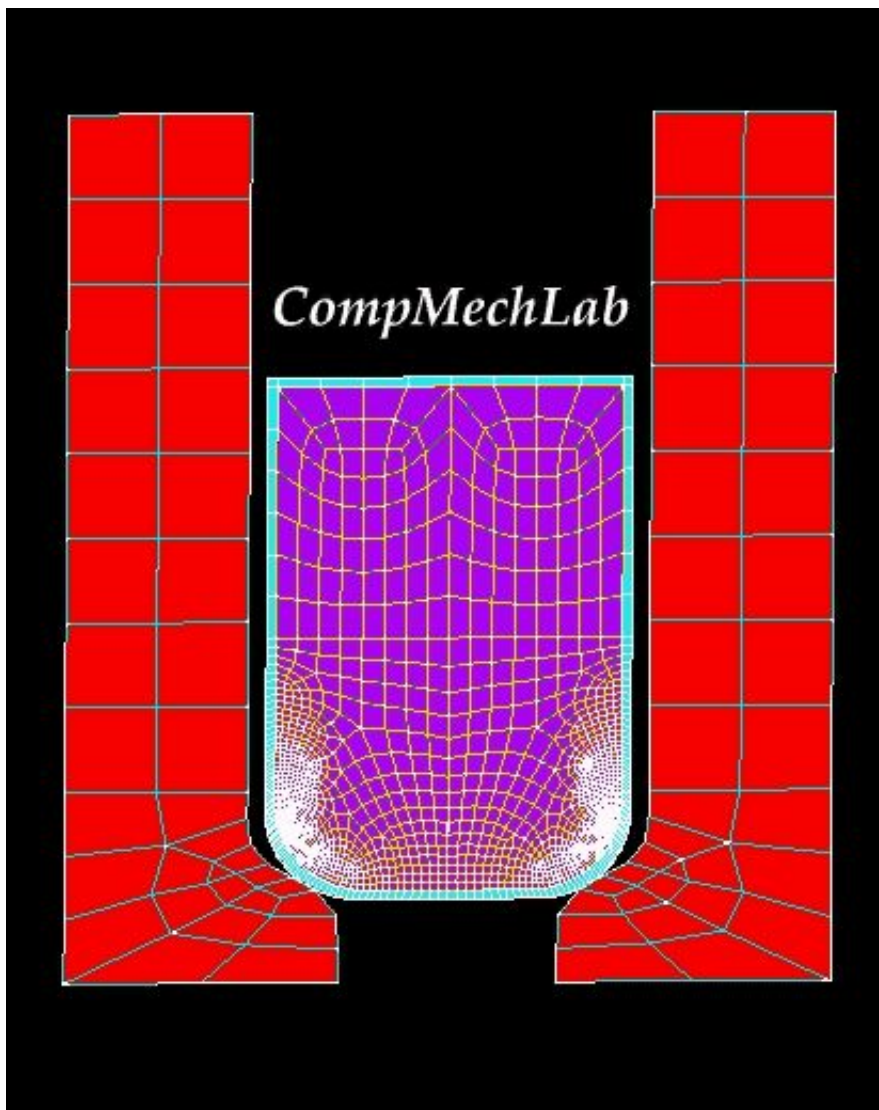
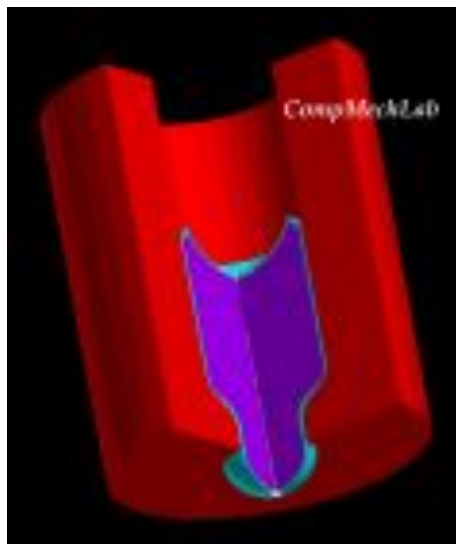
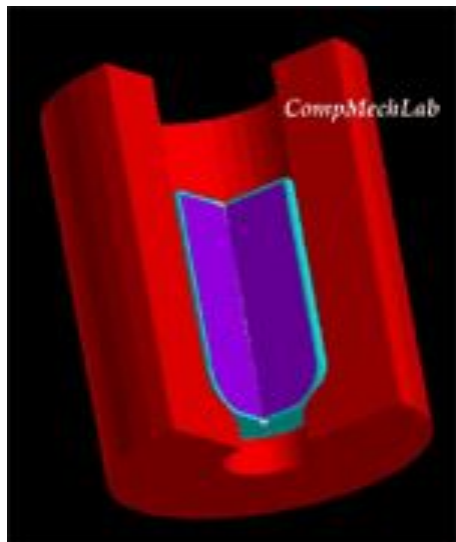
Конечно-элементное исследование удара цилиндра по жесткой преграде. Рикошет. Деформирование ударника и мишени в процессе соударения



Моделирование процесса горячей экструзии титановых брикетов. LS-DYNA

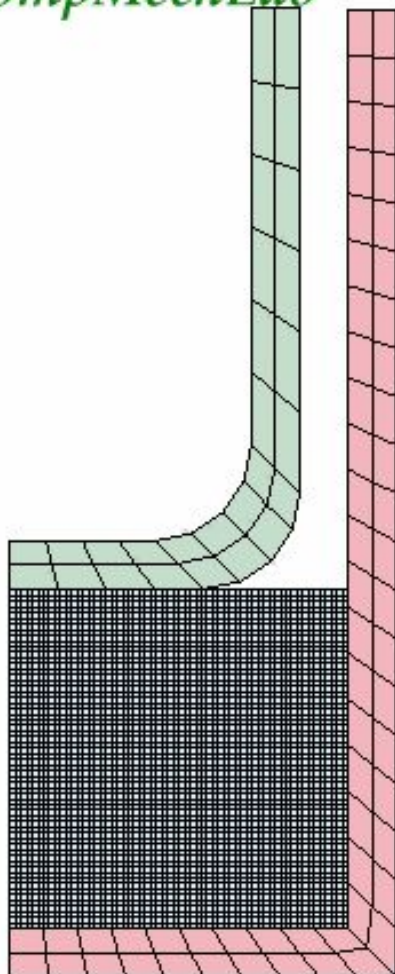


Моделирование процесса горячей экструзии прессованной титановой стружки в стальной капсуле

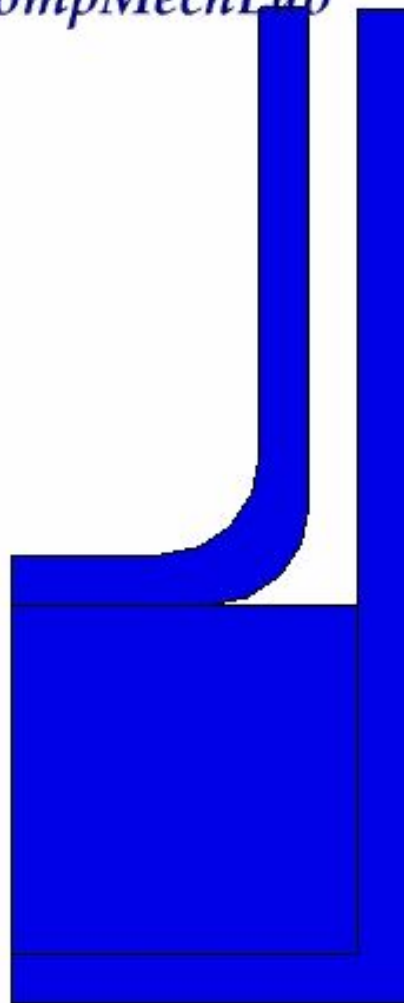


Конечно-элементное моделирование процесса обратной экструзии

CompMechLab



CompMechLab



Конечно-элементное моделирование краш-тестов для энергопоглощающих композитных мачт дорожного освещения



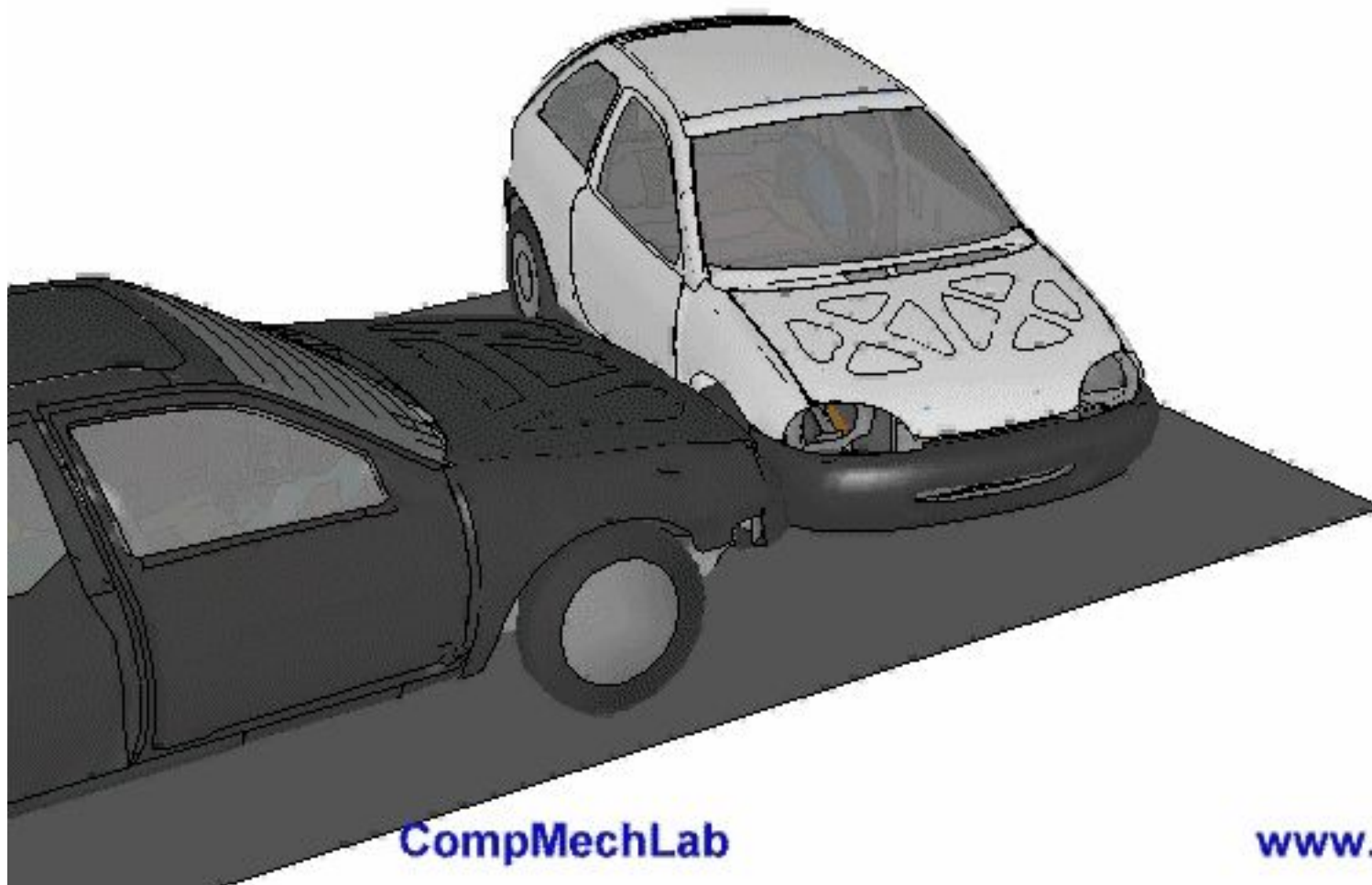
Конечно-элементное моделирование краш-тестов для энергопоглощающих композитных мачт дорожного освещения



Конечно-элементное моделирование краш-тестов для энергопоглощающих композитных мачт дорожного освещения



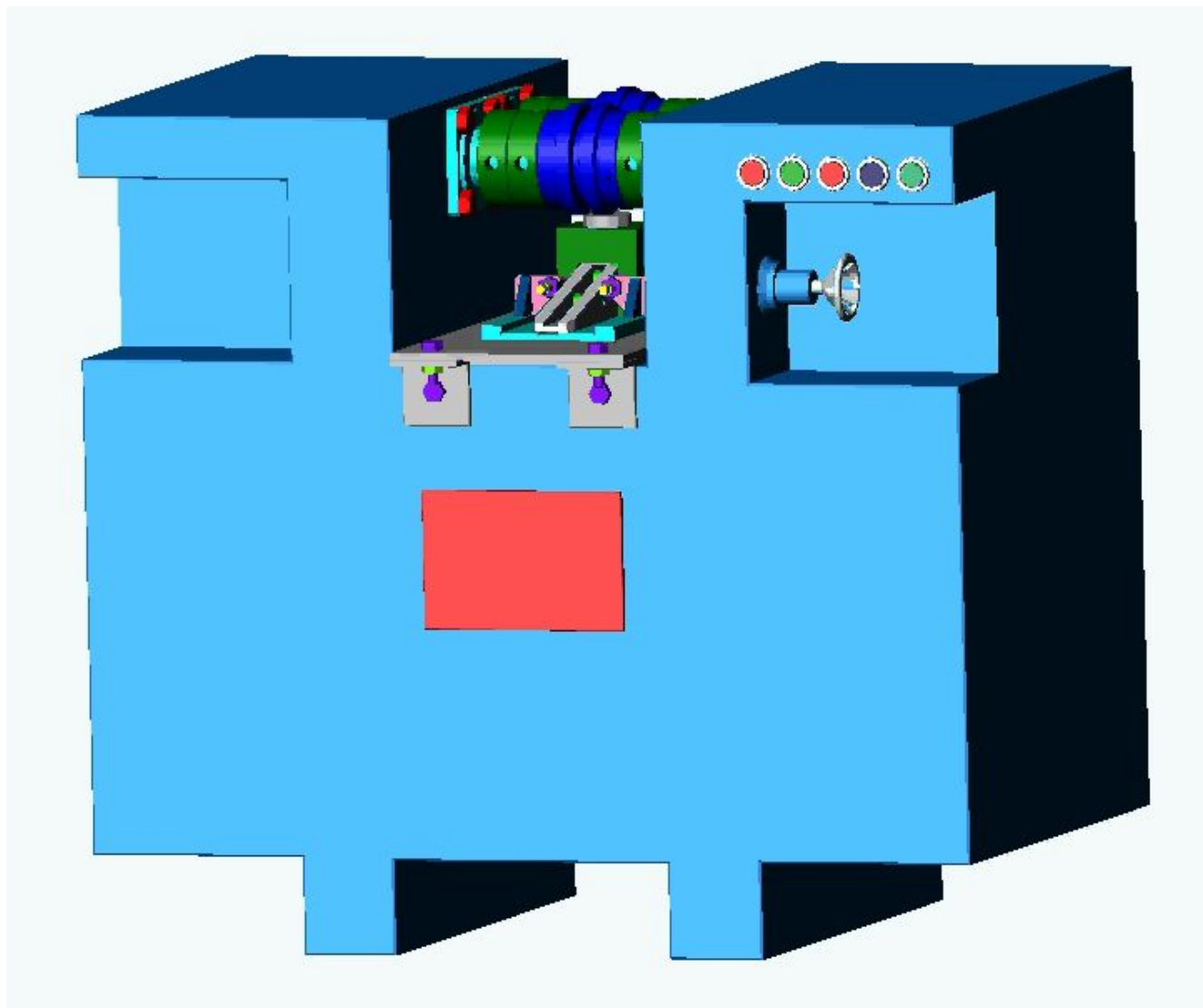
Конечно-элементное моделирование краш-тестов 2-х автомобилей



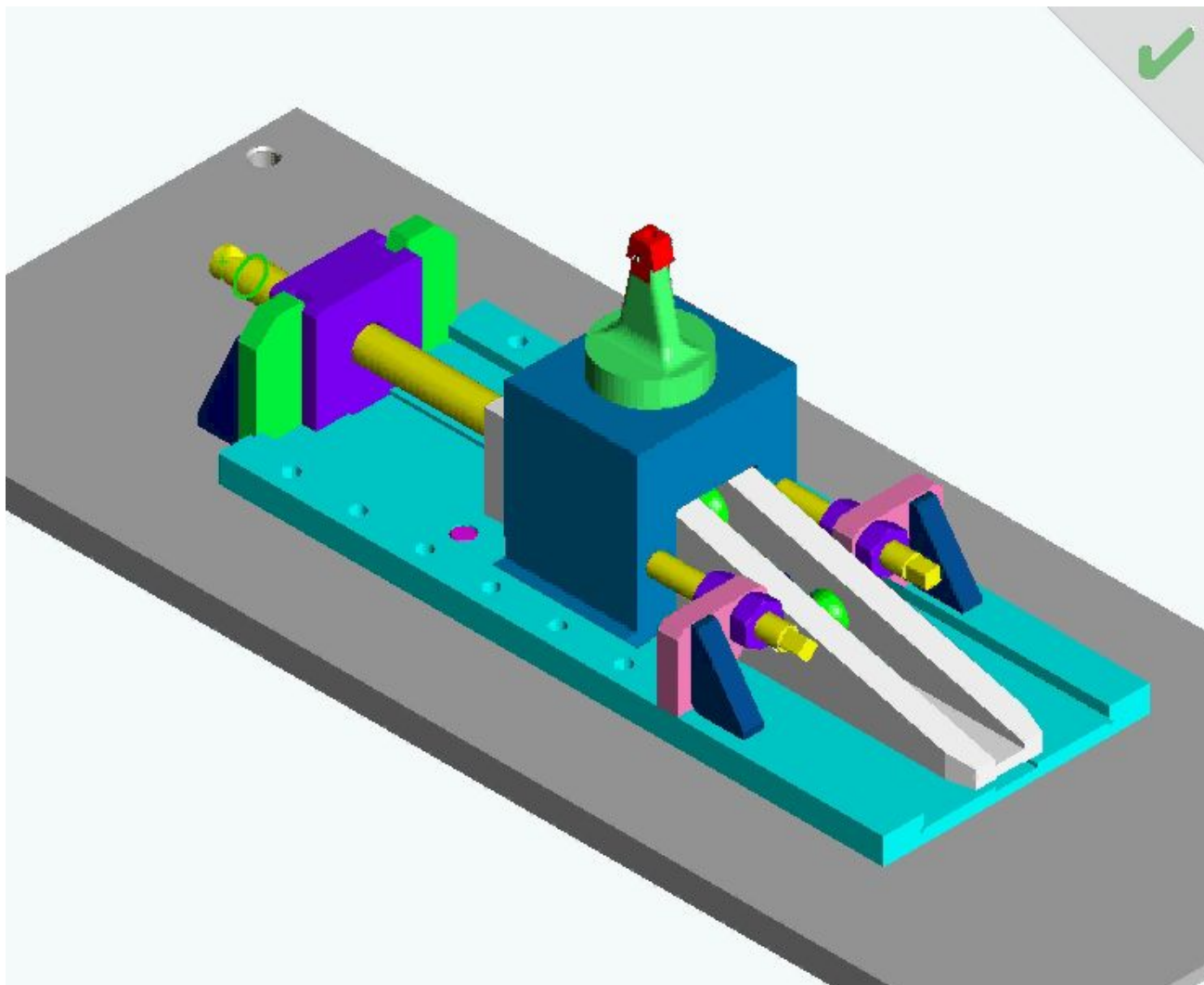
Моделирование процесса выдувания бутылки



Установка совмещенного литья-прокатки-прессования



Поджимное устройство установки совмещенного литья-прокатки-прессования



Установка совмещенного литья-прокатки-прессования

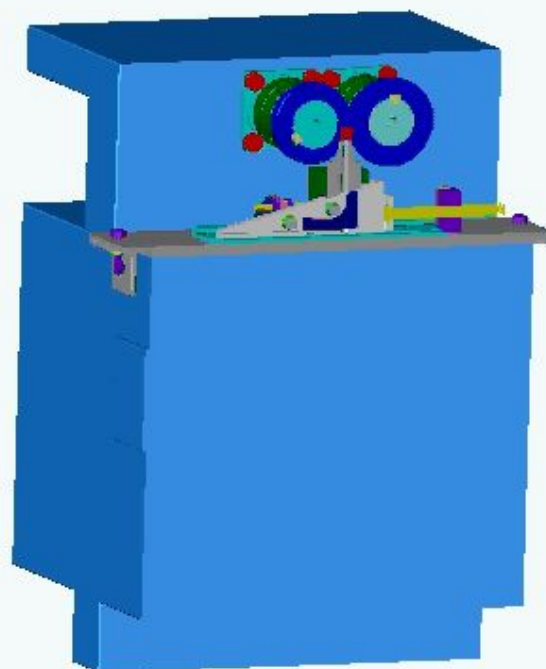
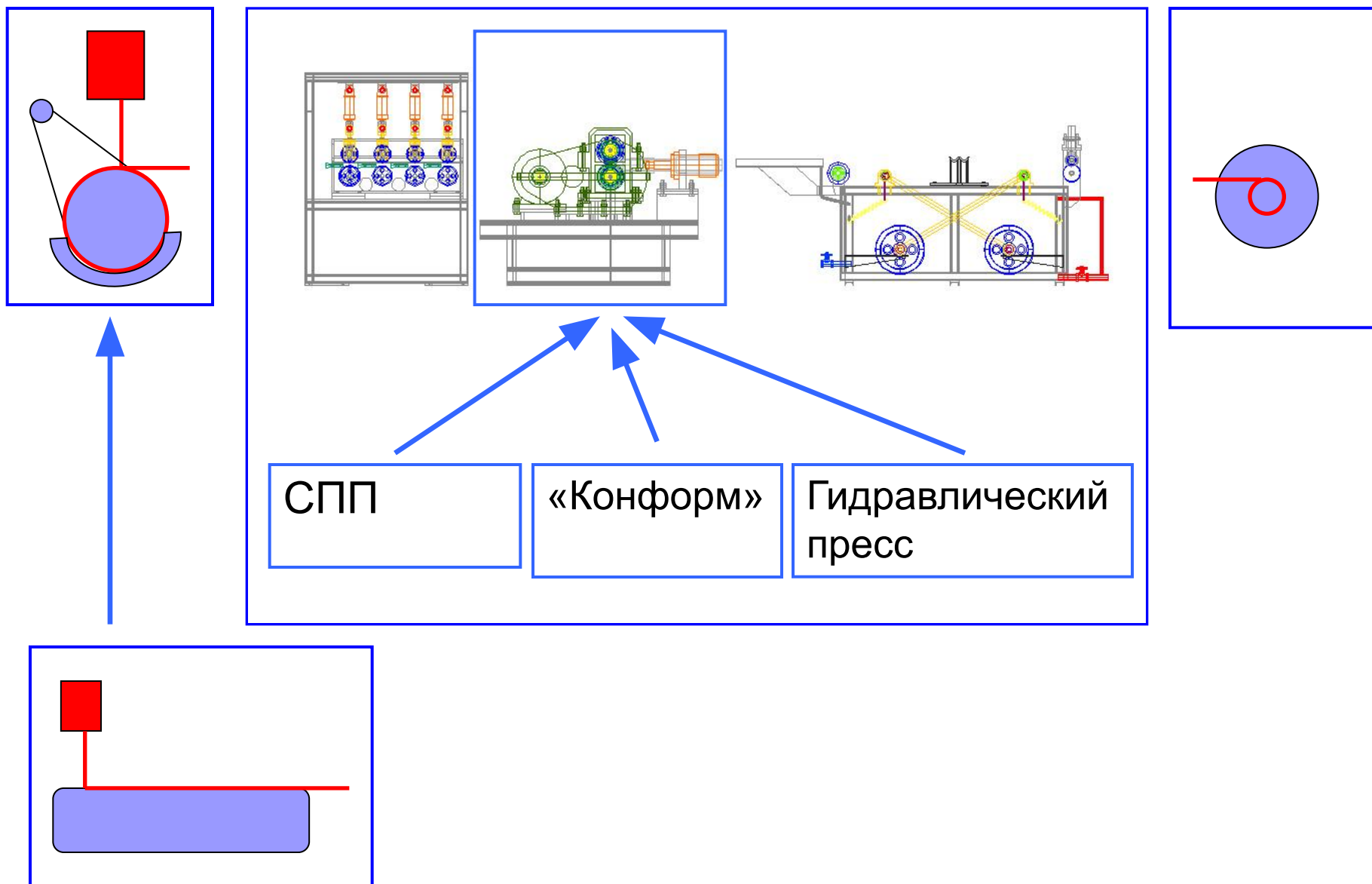
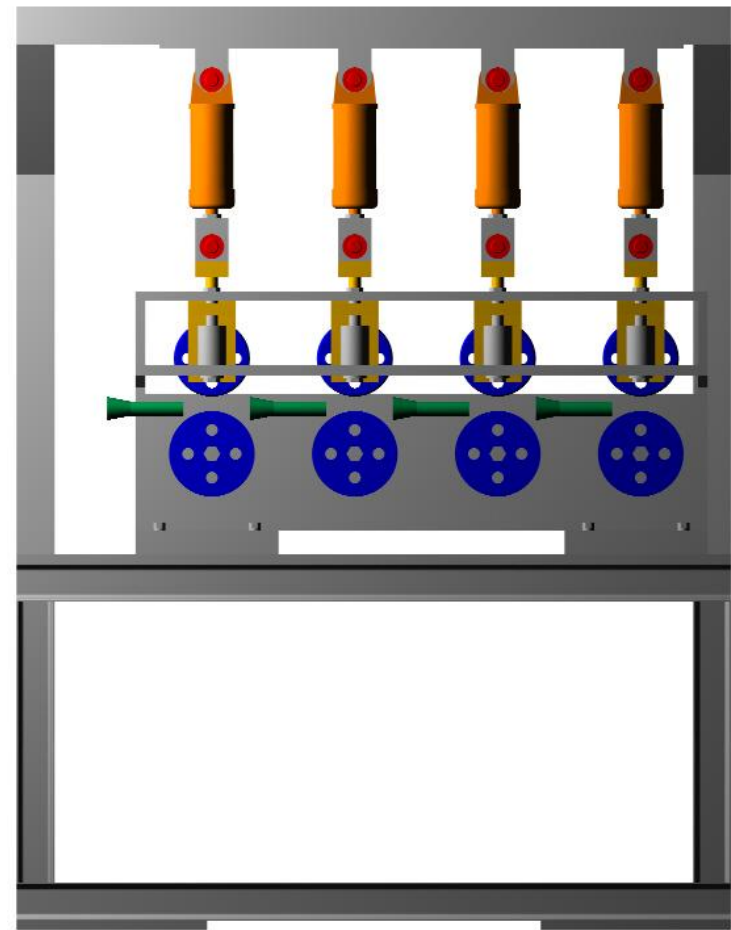
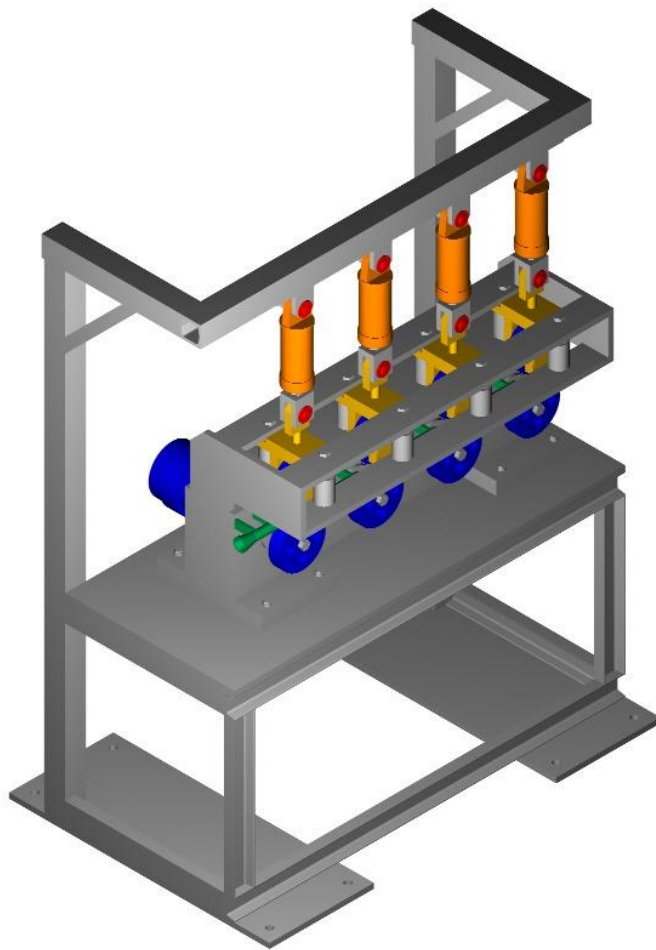


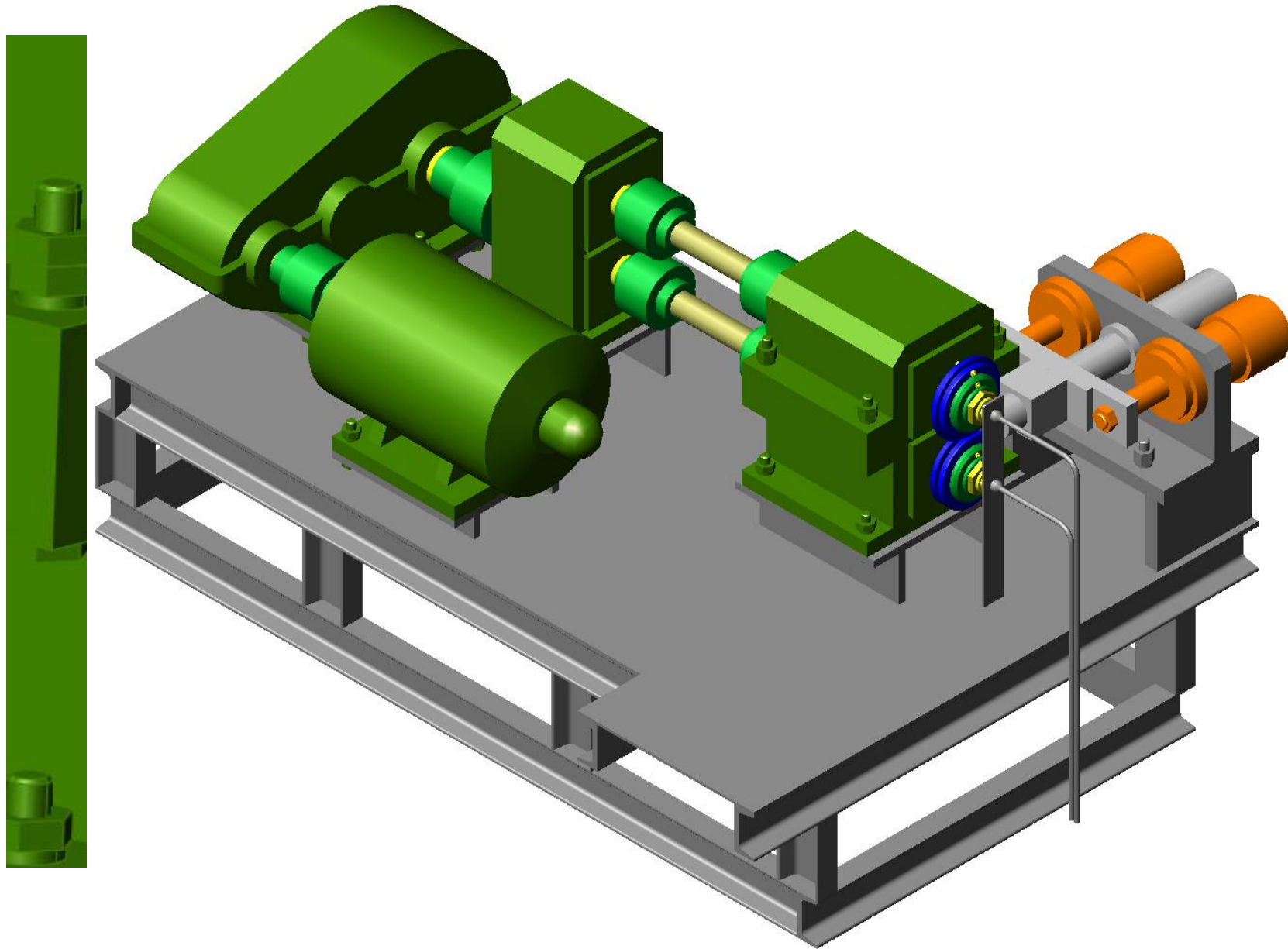
Схема интегрированного производства



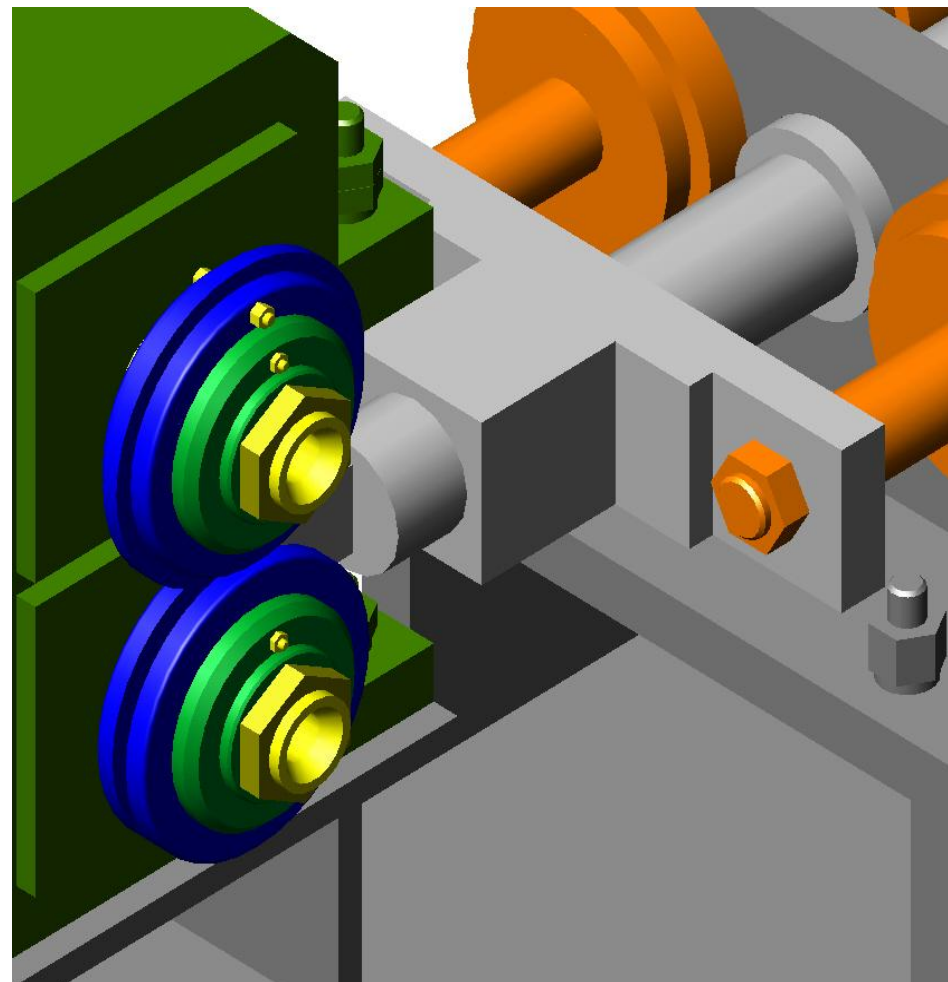
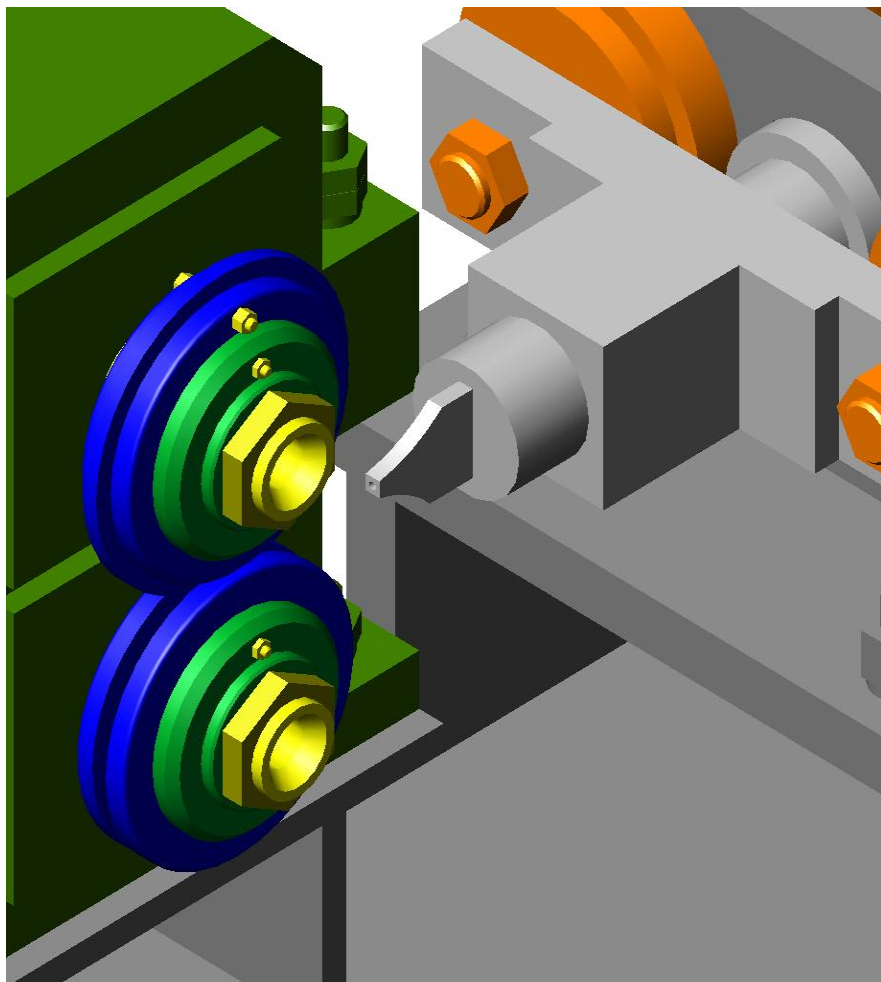
Правильно-задающее устройство



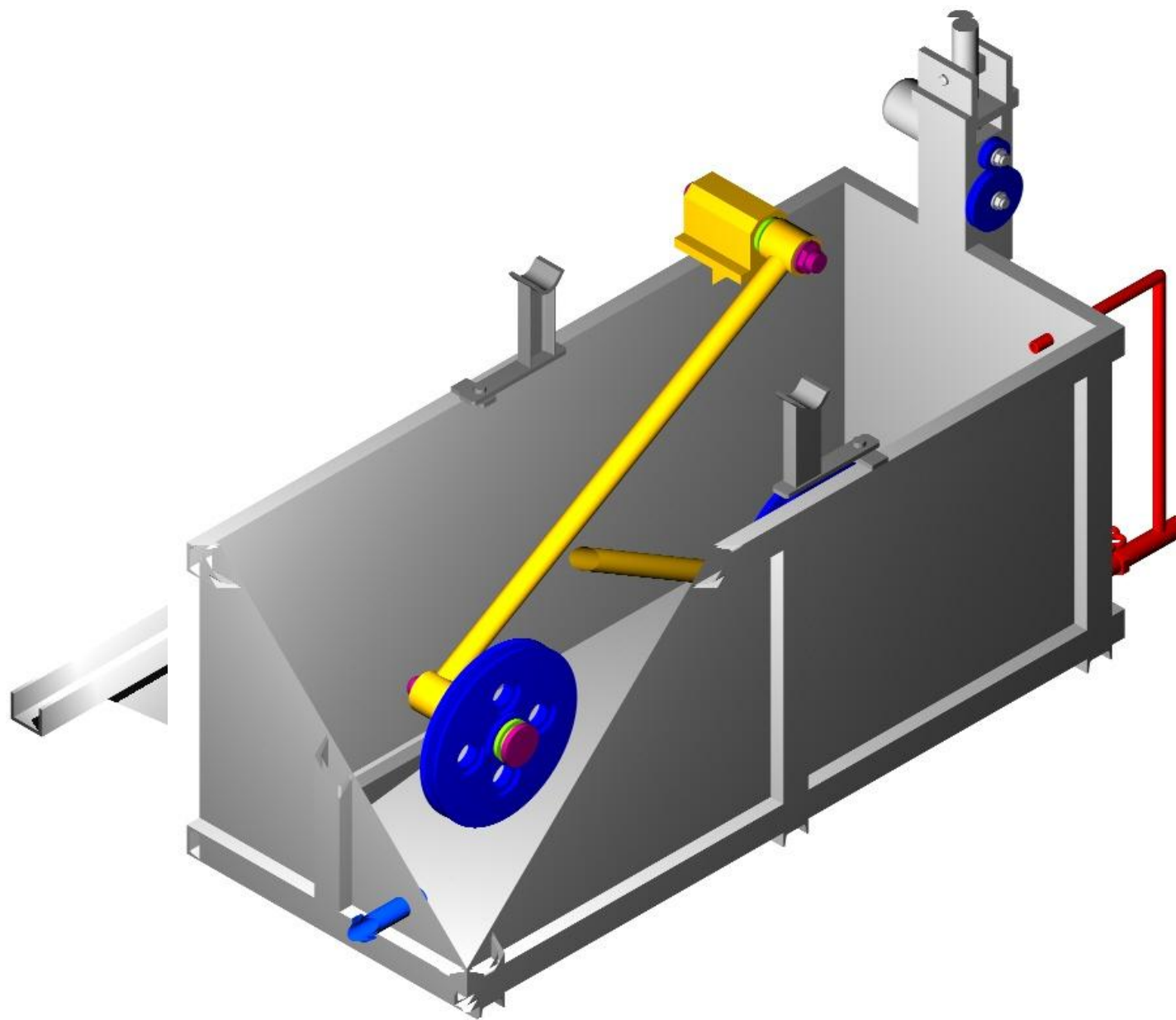
Узел совмещенной прокатки-прессования



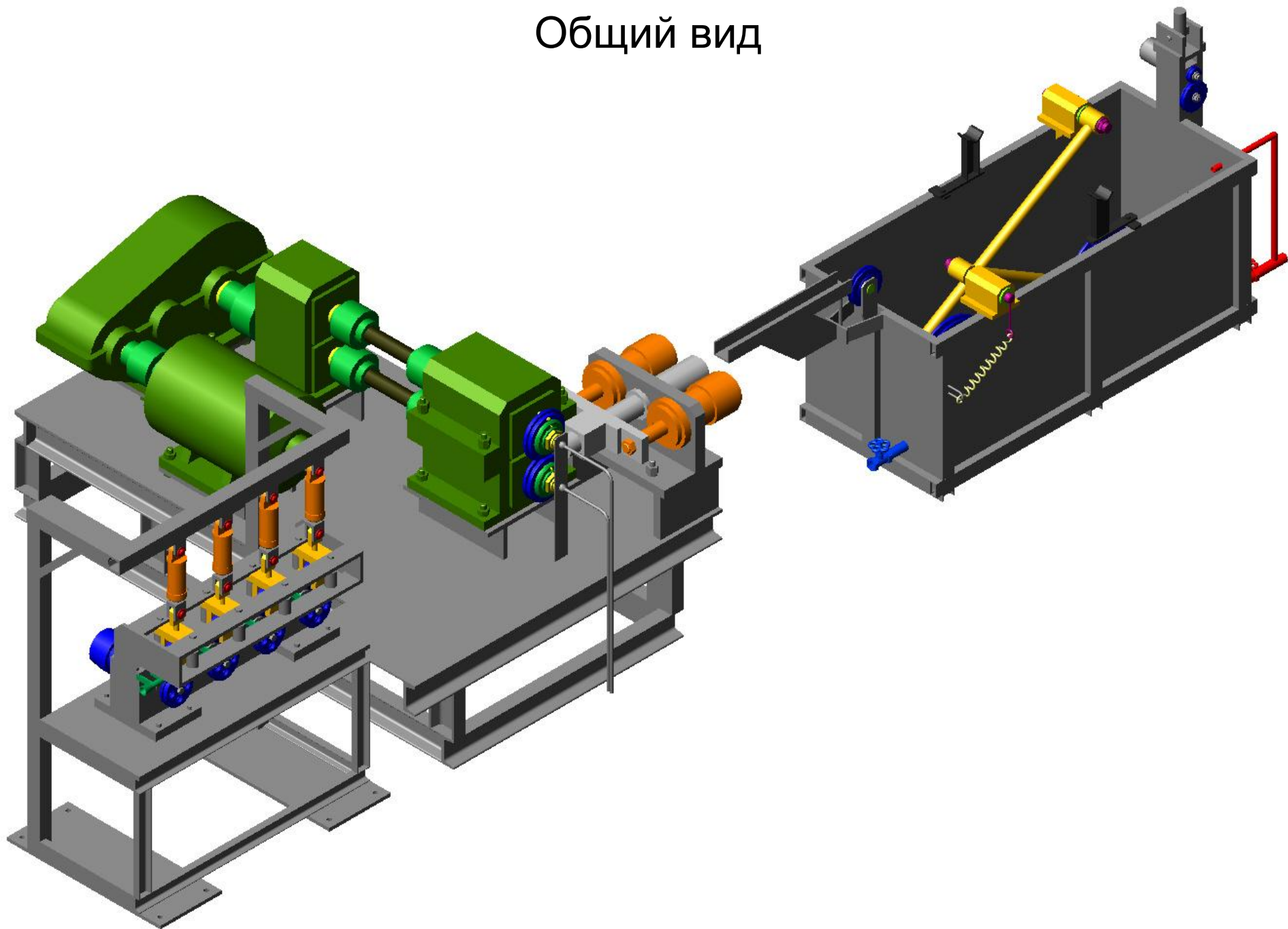
Инструментальный узел



Устройство охлаждения

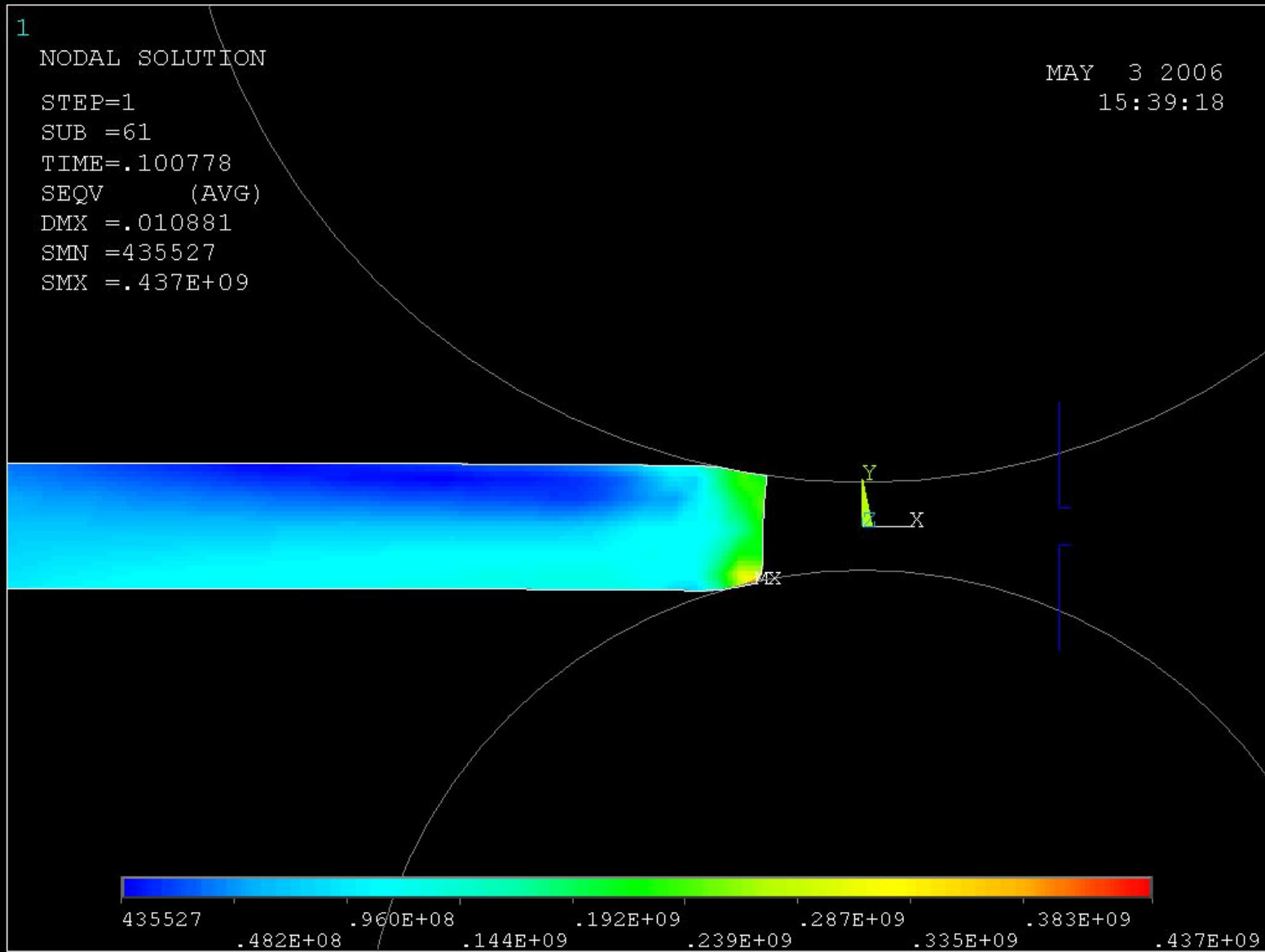


Общий вид



1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =61
TIME=.100778
SEQV (AVG)
DMX =.010881
SMN =435527
SMX =.437E+09

MAY 3 2006
15:39:18



1

NODAL SOLUTION

MAY 3 2006

STEP=1

15:44:07

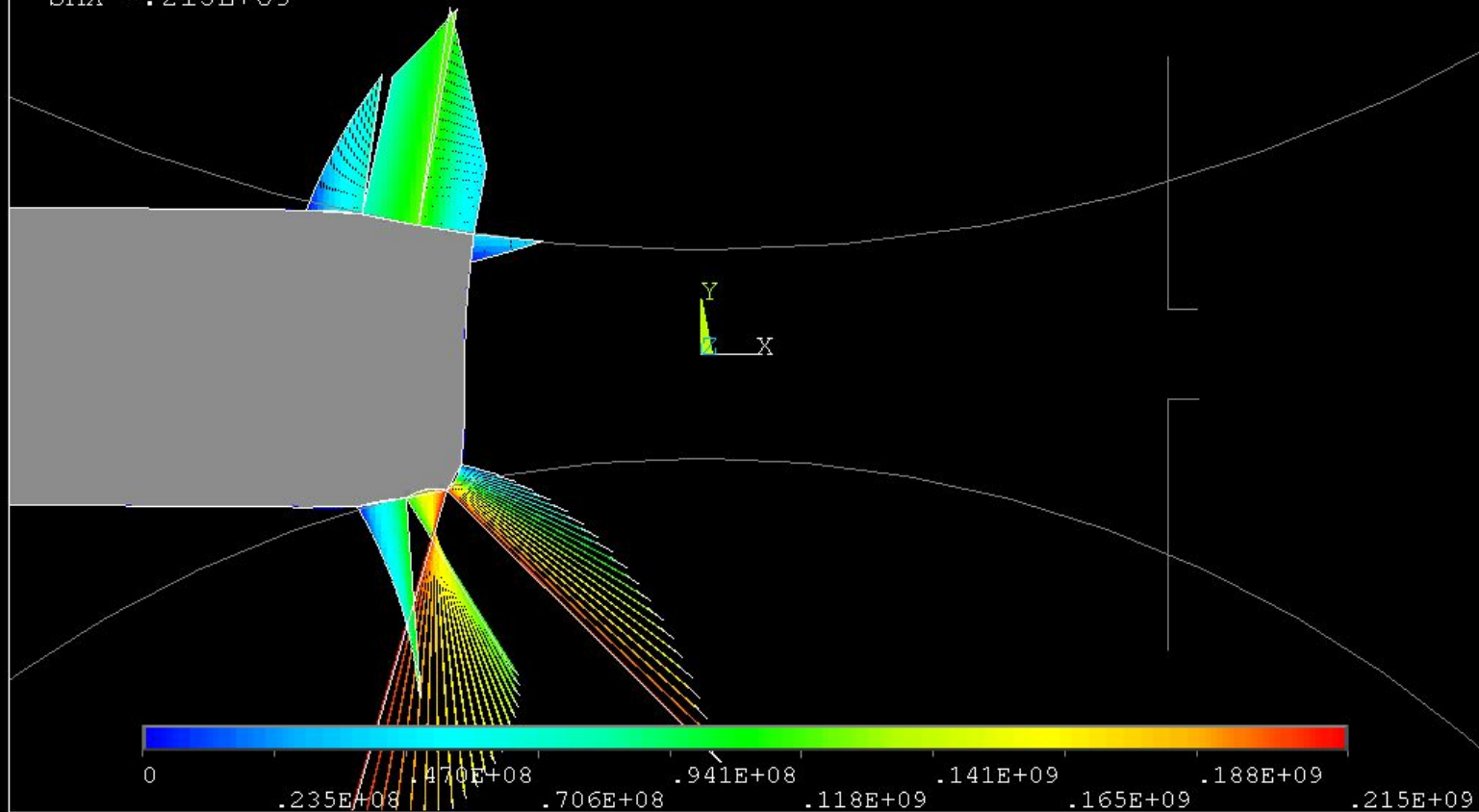
SUB =61

TIME=.100778

CONTPRES (AVG)

DMX =.010881

SMX =.215E+09



Общий вид установки СПП на базе стана ДУО-260



Инструментальный узел установки СПП на базе стана ДУО-260



Установка СПП на базе стана ДУО-260





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 5

ПОСТАНОВКА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 12

Общая постановка задач оптимизации

Общая постановка задач оптимизации

- При проектировании любых технических объектов, технологических процессов и систем всегда решаются задачи выбора и принятия решений.
- Задачей принятия решения называют кортеж (совокупность)

$$\Omega = \langle X, O, \rangle$$

где X – множество вариантов решения задачи;

O – принцип оптимальности, дающий представление о качестве вариантов, в простейшем случае – это правило их предпочтения друг перед другом.

■ Задачи принятия решений классифицируются по наличию информации об X и O и бывают трех видов:

- X и O – неизвестны. Это общая задача принятия решений. Данные для получения $x_{\text{опт}}$ определяют в данной задаче в процессе ее решения.
- X – неизвестно, O – известно (эта задача поиска вариантов).
- X и O – известны (это задача оптимизации).

Общая постановка задач оптимизации

- В общем случае задача принятия решения решается в два этапа:
 - **1 этап:** Задача формализуется, т.е. строится ее математическая модель, в которой конкретные физические, технические, технологические, экономические условия и требования к объекту воплощаются в виде задачи оптимизации с определенной целевой функцией и допустимым множеством вариантов.
 - **2 этап:** Решение задачи оптимизации с использованием известных методов.

Общая постановка задач оптимизации

- Целевая функция – это аналитическая зависимость между критерием (критериями) оптимальности и подлежащими оптимизации параметрами с указанием направления экстремума.
- Выбор критериев – сложная задача, т.к. цели при проектировании любого объекта, как правило, противоречивы (обеспечение минимальной стоимости и максимальной надежности, максимальной производительности и минимальной энергоемкости и т.д.).
- Отличие понятий «критерий» и «целевая функция» состоит в следующем:
 - Целевая функция может включать в себя более одного критерия.
 - Для целевой функции всегда и обязательно указывается вид экстремума:
 - $f(x) \rightarrow \max$ или $f(x) \rightarrow \min$

Общая постановка задач оптимизации

- Различают два вида задач оптимизации:

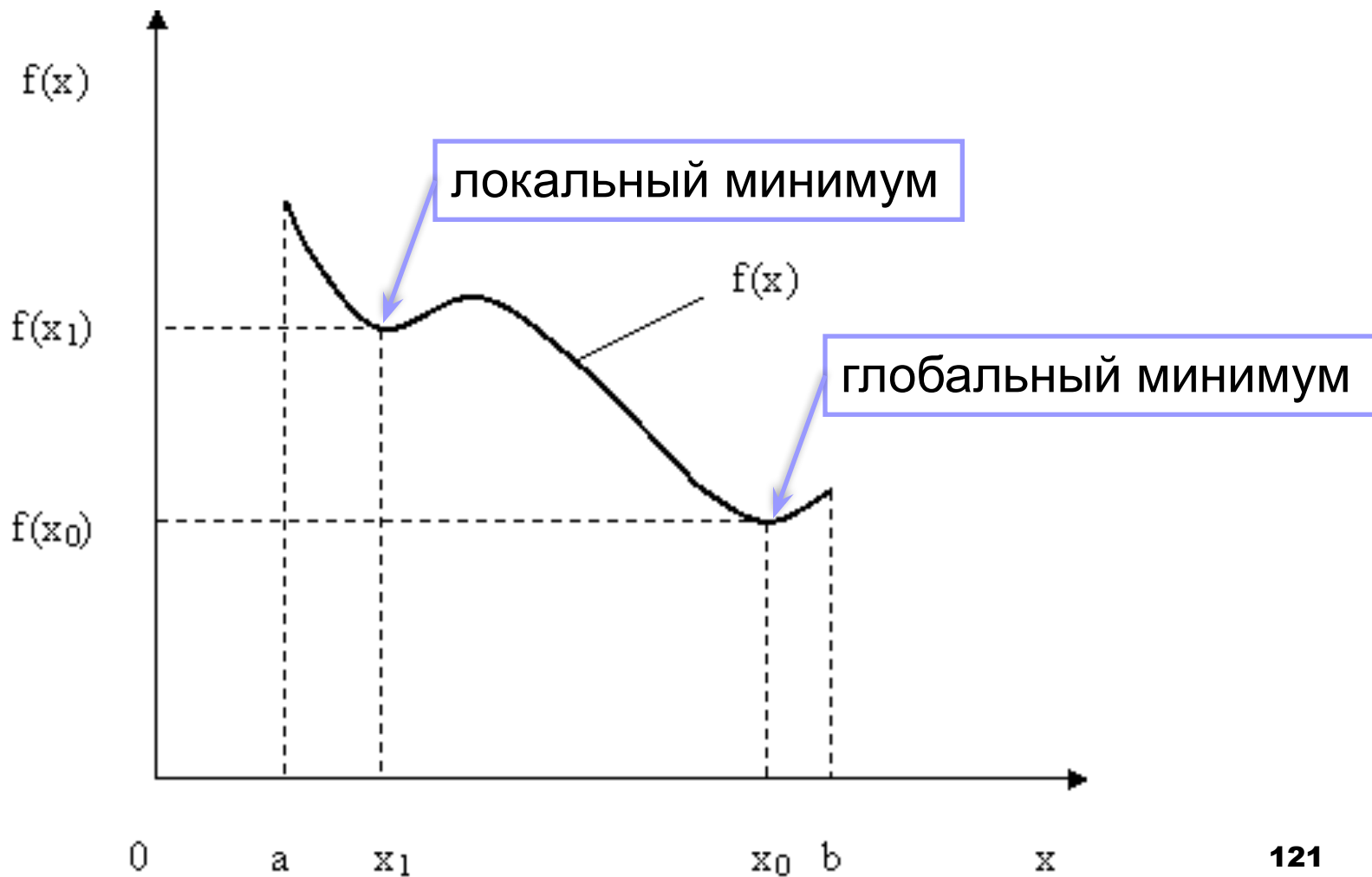
- Задачу минимизации.
- Задачу максимизации.

- Чтобы решить задачу минимизации функции f на множестве X , необходимо найти такой вектор $x_0 \in X$ (а также соответствующее значение целевой функции $f(x_0)$), чтобы неравенство: $f(x_0) \leq f(x)$ выполнялось для всех $x \in X$. При этом x_0 называют оптимальным решением (точнее здесь – минимальным решением), а $f(x_0)$ - оптимумом (минимумом).

- Чтобы решить задачу максимизации функции f на множестве X , необходимо найти такой вектор $x_0 \in X$ (а также соответствующее значение целевой функции $f(x_0)$), чтобы неравенство: $f(x_0) \geq f(x)$ выполнялось для всех $x \in X$. При этом x_0 называют оптимальным решением (максимальным решением), а $f(x_0)$ - оптимумом (максимумом).

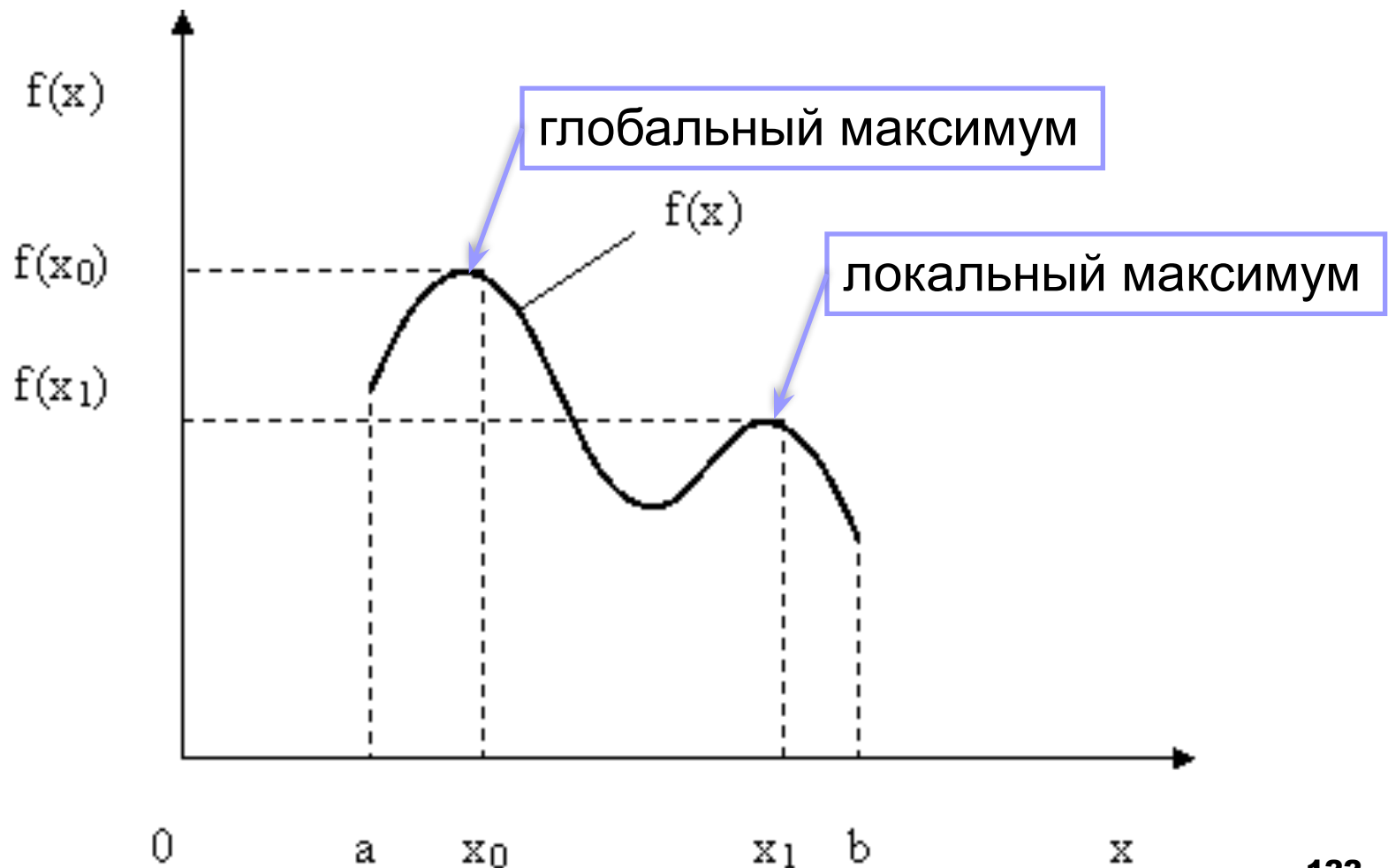
«Локальный минимум» и «глобальный минимум» целевой функции

$$a \leq x \leq b, f(x) \rightarrow \min$$



«Локальный максимум» и «глобальный максимум» целевой функции

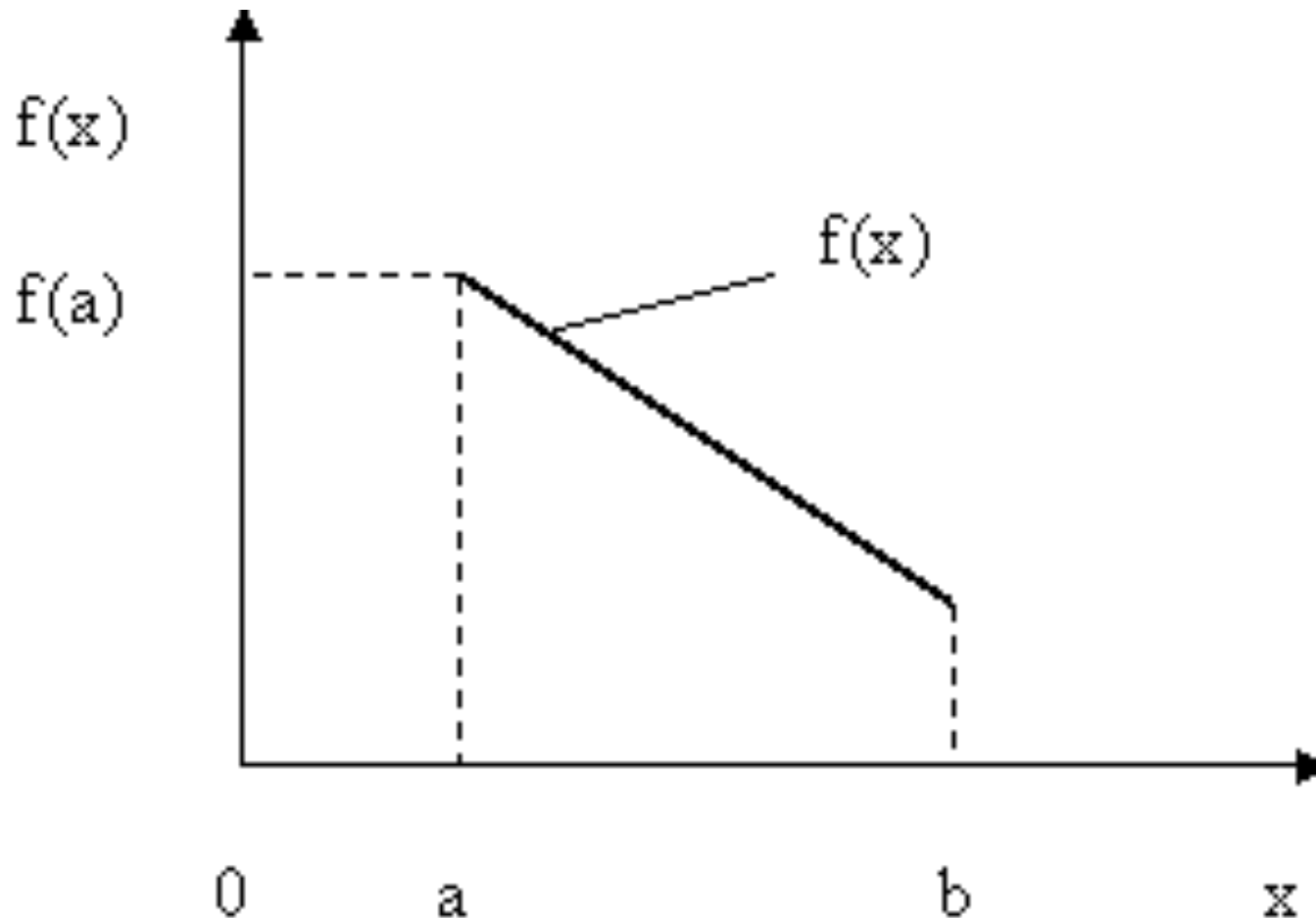
$$a \leq x \leq b, f(x) \rightarrow \max$$



Разрешимость задач оптимизации

Множество допустимых решений не замкнуто

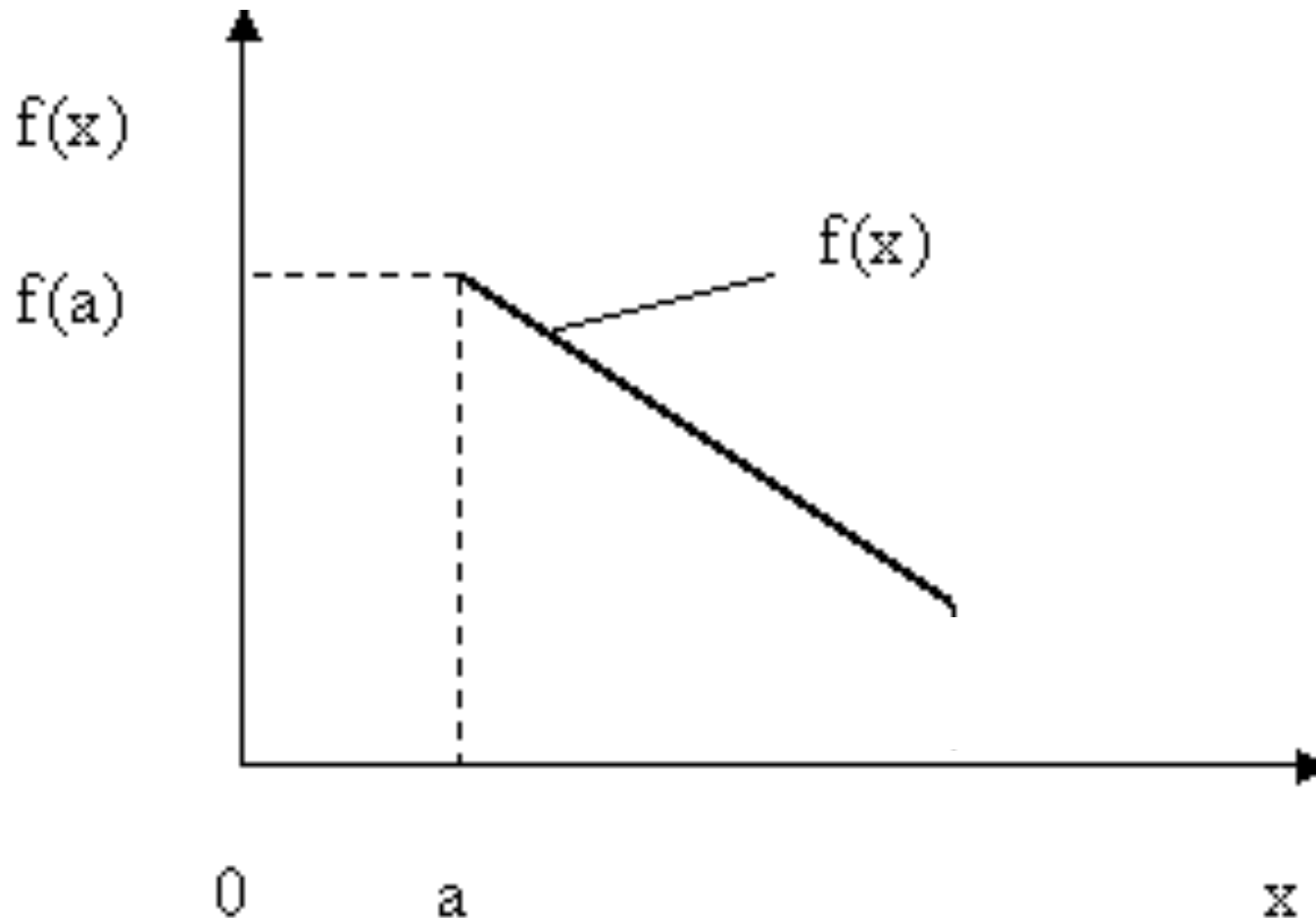
$$X = [a, b) \quad X(f(x) \rightarrow \min)$$



Разрешимость задач оптимизации

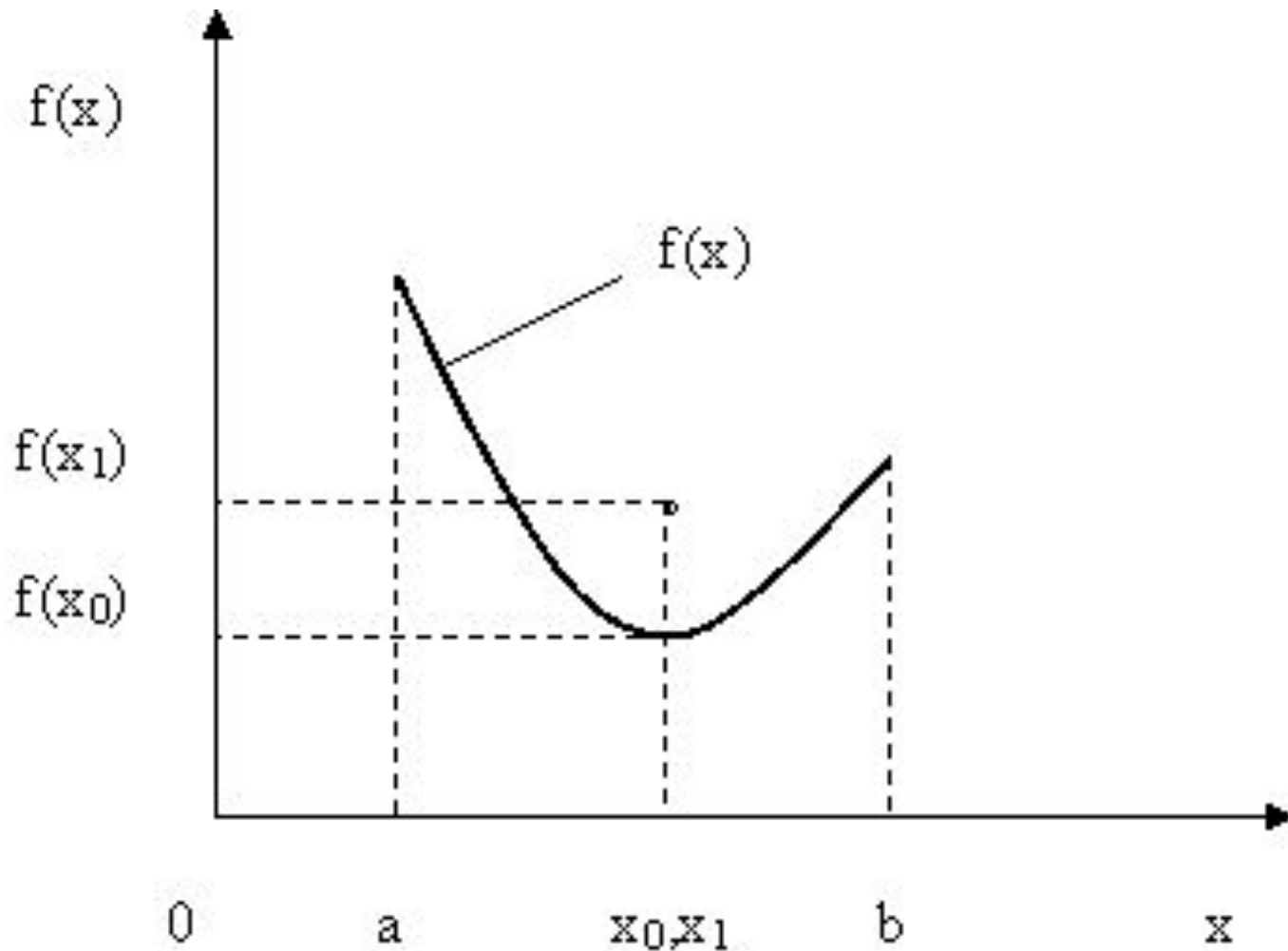
Множество допустимых решений неограниченно

$$X = [a, \infty) \quad X(f(x) \rightarrow \min)$$



Разрешимость задач оптимизации

Функция $f(x)$ не является непрерывной





Задача оптимизации разрешима, если выполняются следующие три условия:

- Множество допустимых решений X замкнуто, т.е. если предельные точки принадлежат этому множеству.
- Множество X ограничено.
- Целевая функция непрерывна.

Универсального метода, с помощью которого можно было бы решить любую задачу оптимизации, не существует. Поэтому для решения конкретной задачи применяют один или несколько своих численных методов.

Классификация численных методов решения задач нелинейного программирования:

1. Численные методы поиска экстремума функции одной переменной.
 - 1.1. Классический метод.
 - 1.2. Метод равномерного перебора.
 - 1.3. Метод золотого сечения.
 - 1.4. Метод Фибоначчи и т.д.
2. Численные методы поиска экстремума функции n – переменных.
 - 2.1. Численные методы в задачах без ограничений.
 - 2.1.1. Метод покоординатного спуска.
 - 2.1.2. Метод Хука – Дживса.
 - 2.1.3. Градиентный метод.
 - 2.1.4. Метод Ньютона.
 - 2.1.5. Метод сопряженных направлений и т.д.
 - 2.2. Численные методы в задачах с ограничениями.
 - 2.2.1. Метод покоординатного спуска.
 - 2.2.2. Метод условного градиента.
 - 2.2.3. Метод барьерных функций.
 - 2.2.4. Метод штрафных функций.
 - 2.2.5. Метод линеаризации и т.д.



Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 5

ПОСТАНОВКА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 13

Численные методы решения задач одномерной оптимизации

Классический метод минимизации (максимизации) функции одной переменной

- Постановка задачи. Найти значение переменной x , доставляющее минимум или максимум целевой функции $y=f(x)$, при условиях $g_j(x)=(\leq, \geq)b_j$. ($j=1, m$)
- Пусть $a \leq x \leq b$, функция $f(x)$ непрерывна на этом отрезке и имеет на нем непрерывную производную.
- Вычисляют значение производной $f'(x)$ и определяют критические точки, т.е. такие внутренние точки отрезка $[a, b]$, в которых производная обращается в нуль или не существует.
- В окрестности каждой такой критической точки исследуют знак производной и отбирают те из них, при переходе через которые производная меняет знак с минуса на плюс (это точки локального минимума) или с плюса на минус (это точки локального максимума).

Классический метод минимизации (максимизации) функции одной переменной

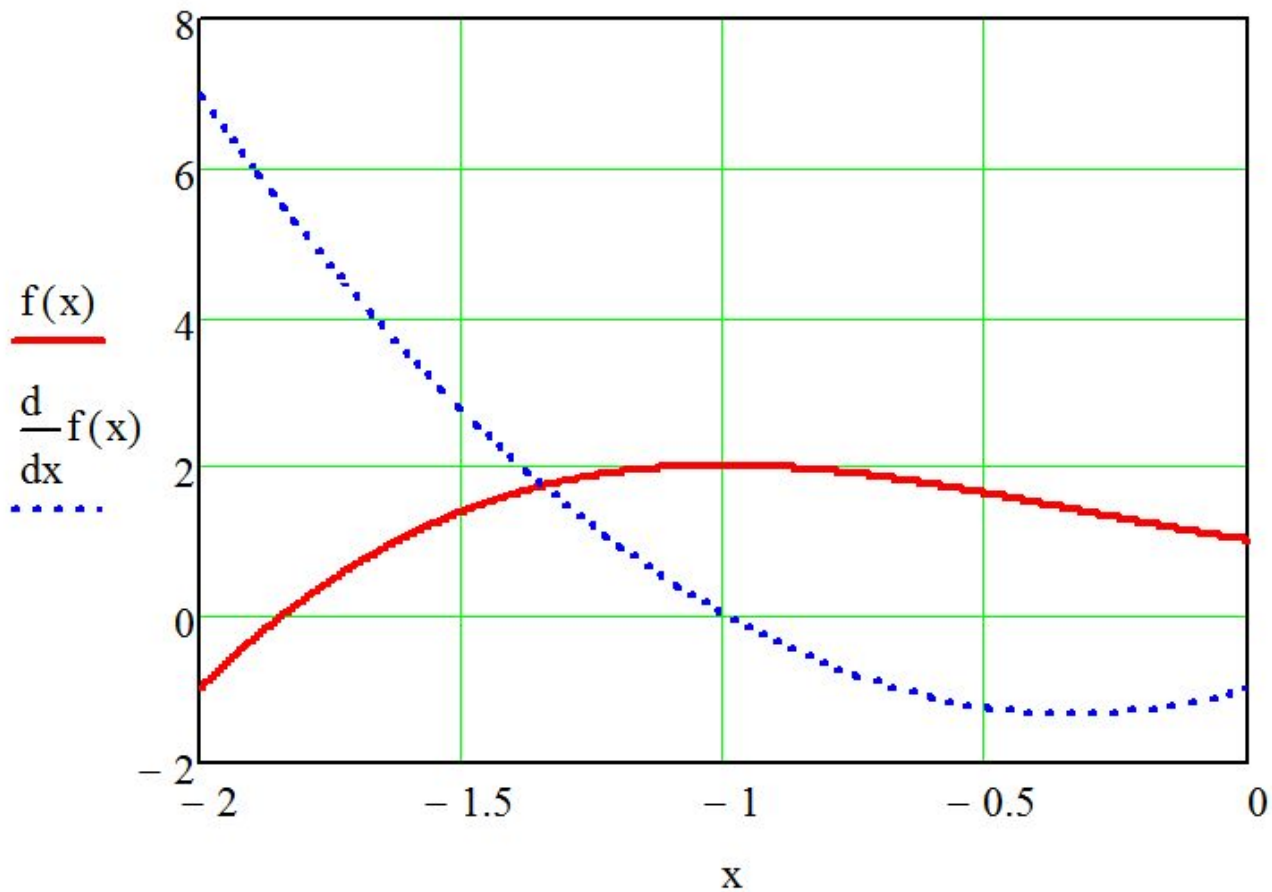
- Затем вычисляют значения целевой функции в этих точках и на границах отрезка $[a,b]$.
- Эти значения сравнивают между собой и определяют точку, в которой достигается минимум (максимум) целевой функции.
- Эта точка является точкой глобального минимума (максимума) функции на отрезке $[a,b]$.

При решении реальных задач оптимизации данный метод применяется редко, т.к. зачастую производную целевой функции определить сложно или невозможно.

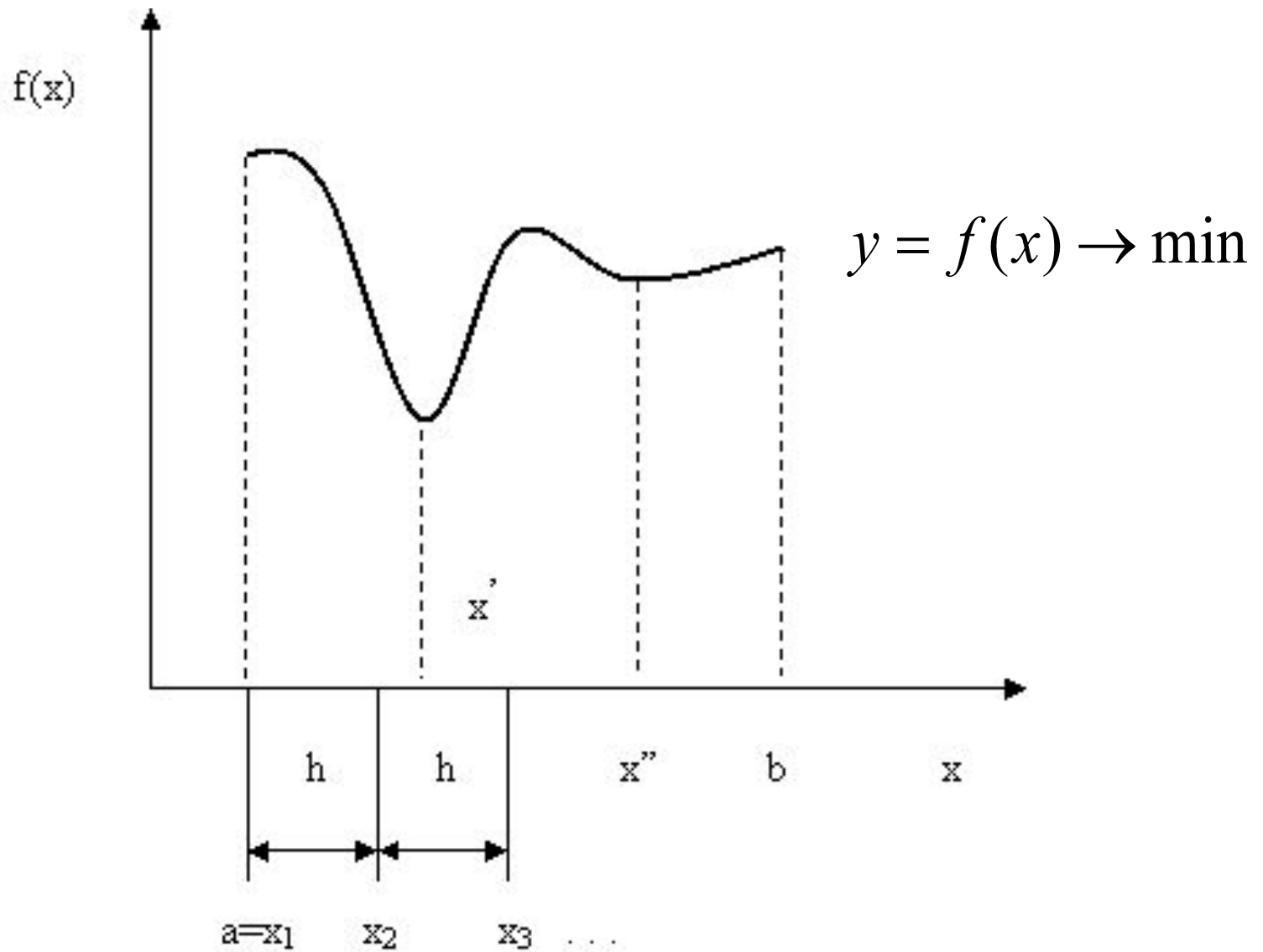
Классический метод минимизации (максимизации) функции одной переменной

$f(x) \rightarrow \max$

$$f(x) := x^3 + x^2 - x + 1$$



Метод равномерного перебора



Метод равномерного перебора

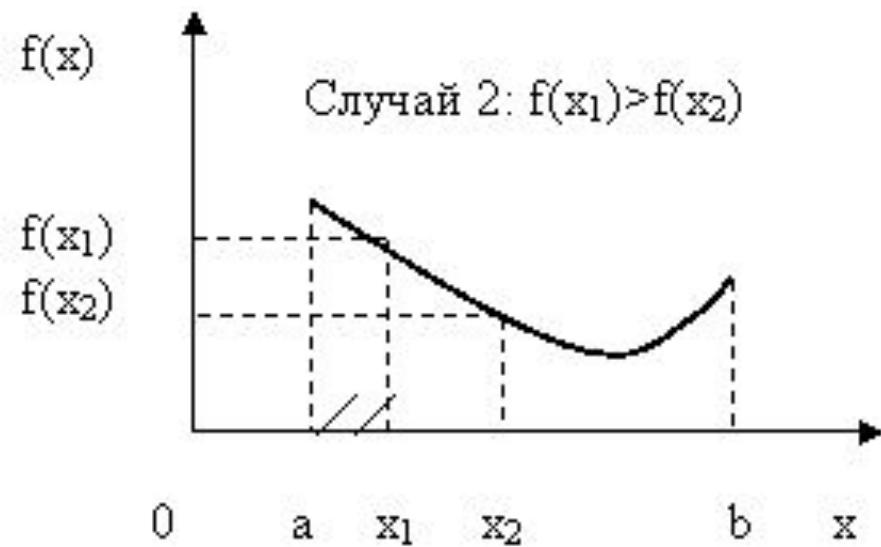
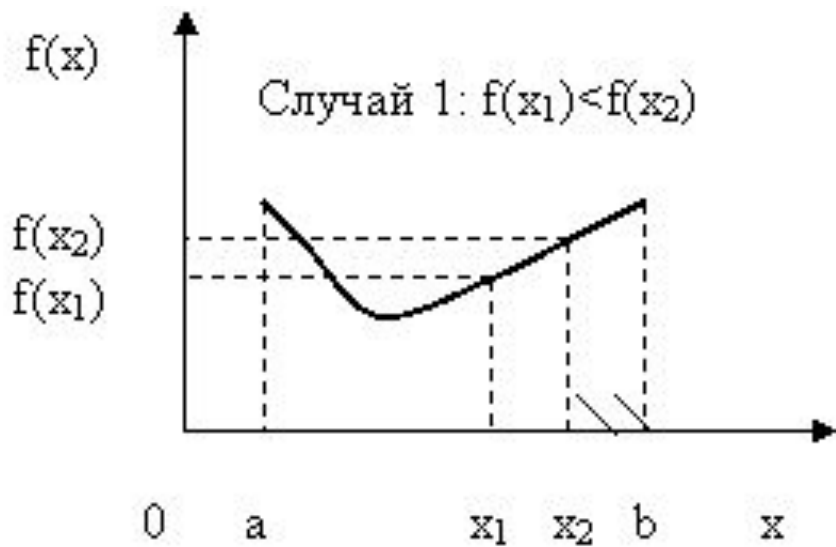
В соответствии с данным методом алгоритм поиска $x_{\text{опт}}$ заключается в следующем:

- Фиксируют величину шага $h > 0$.
- Вычисляют значения целевой функции $f(x_1)$ и $f(x_2)$ в точках $x_1 = a$ и $x_2 = x_1 + h$.
- Полученные значения сравнивают. Запоминают меньшее из этих двух значений. Далее выбирается точка $x_3 = x_2 + h$ и в ней вычисляется значения целевой функции $f(x_3)$.
- Сравнивается оставшееся на предыдущем шаге значение и значение $f(x_3)$. Наименьшее из них опять запоминают.
- Так поступают до тех пор, пока очередное значение x не превысит b . Последнее оставшееся значение является приближенным значением глобального минимума.

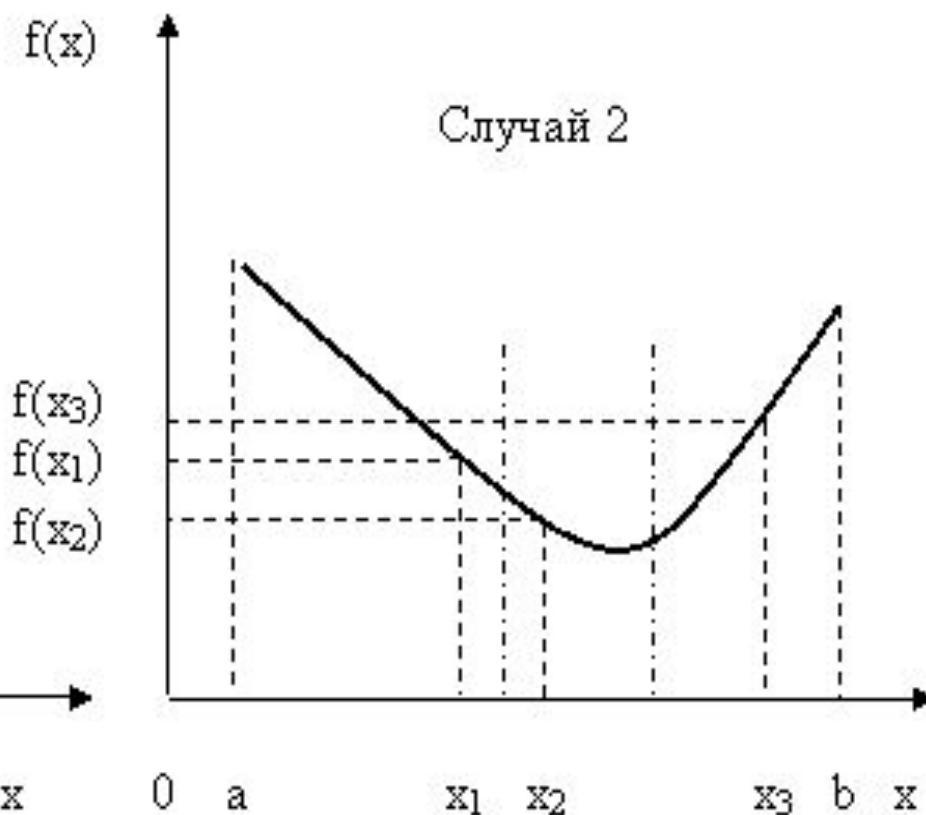
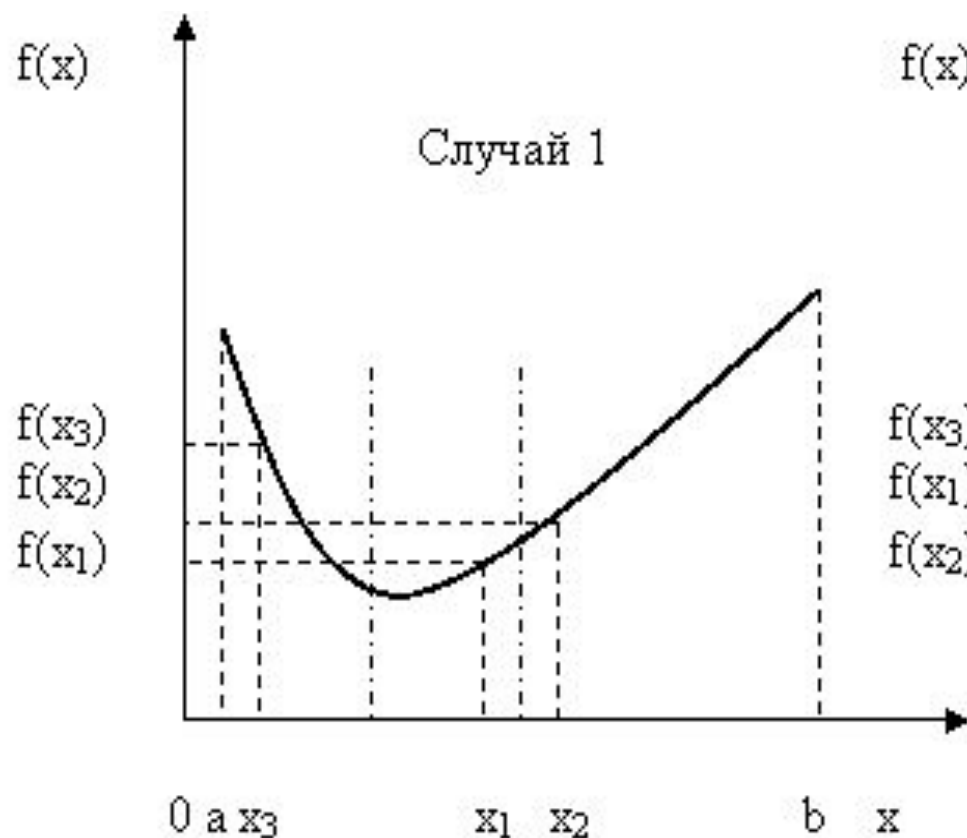
Метод равномерного перебора

- Трудности при использовании данного метода.
- Если целевая функция имеет узкую впадину, подобную приведенной на рис., то можно ее проскочить, и вместо точки глобального минимума определить точку локального минимума. Т.е. вместо x' можно найти x'' . Эта проблема частично снимается, если выбрать очень маленький шаг, но при этом потребуется много времени (в том числе и машинного) для решения задачи.

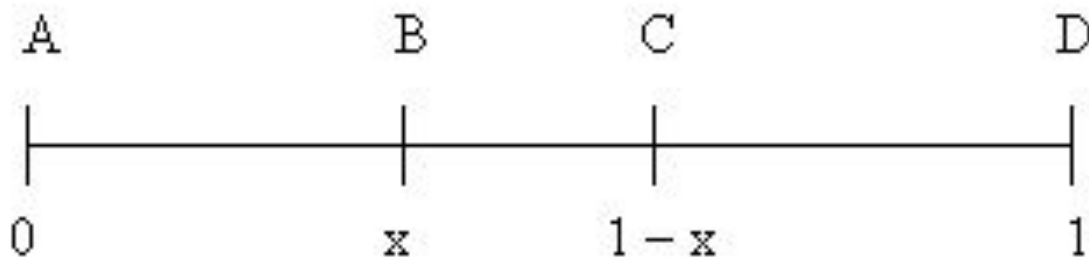
Обоснование исключения отрезков



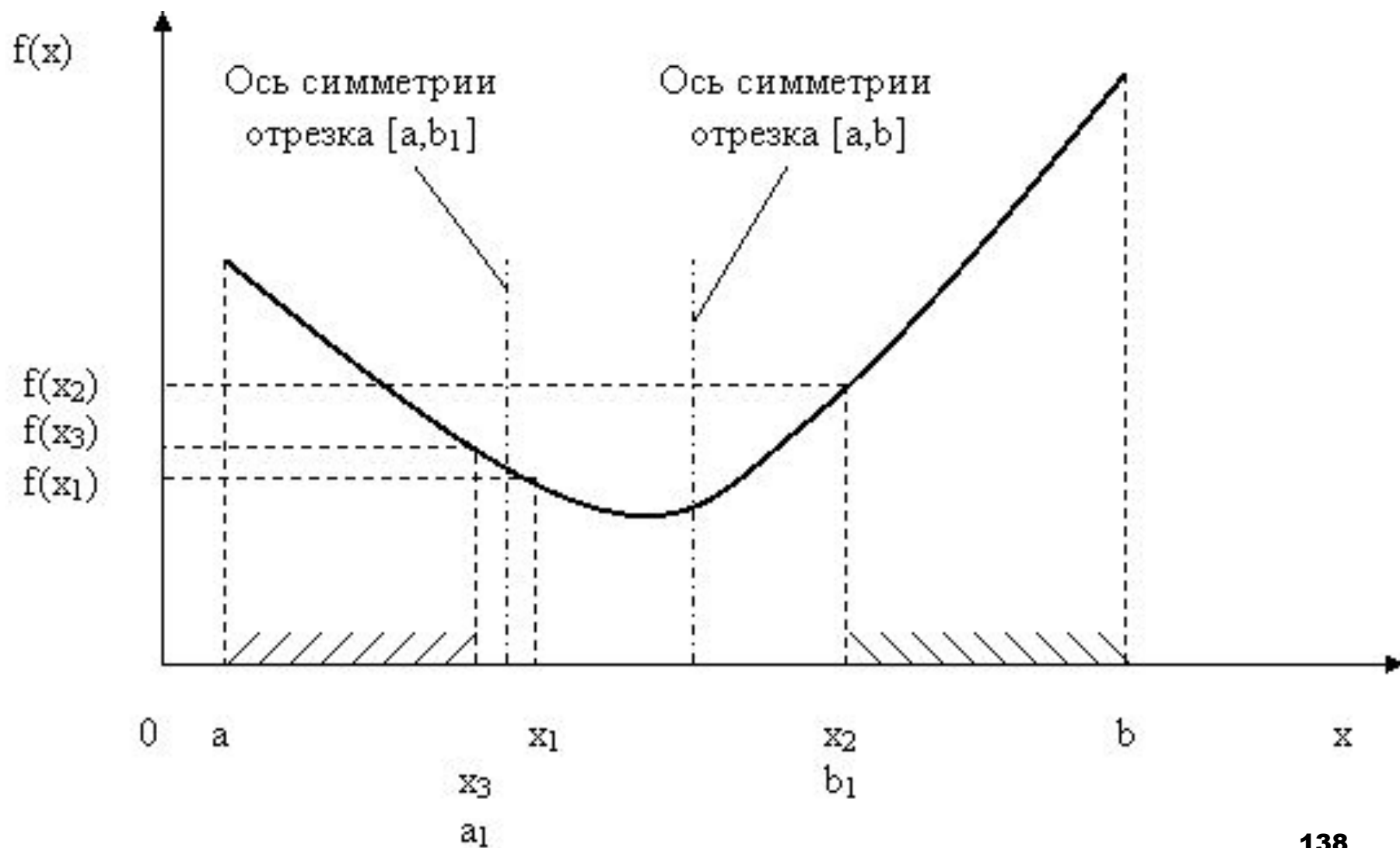
Обоснование расположения точек на отрезке



Обоснование «золотой середины» расположения точек на отрезке



Метод «золотого сечения»





Сибирский федеральный университет

Кафедра «Обработка металлов давлением»

Н.Н. Довженко, И.Н. Довженко

**Моделирование процессов и
объектов в обработке металлов
давлением**

Модуль 5

ПОСТАНОВКА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 14

Методы минимизации функций многих переменных

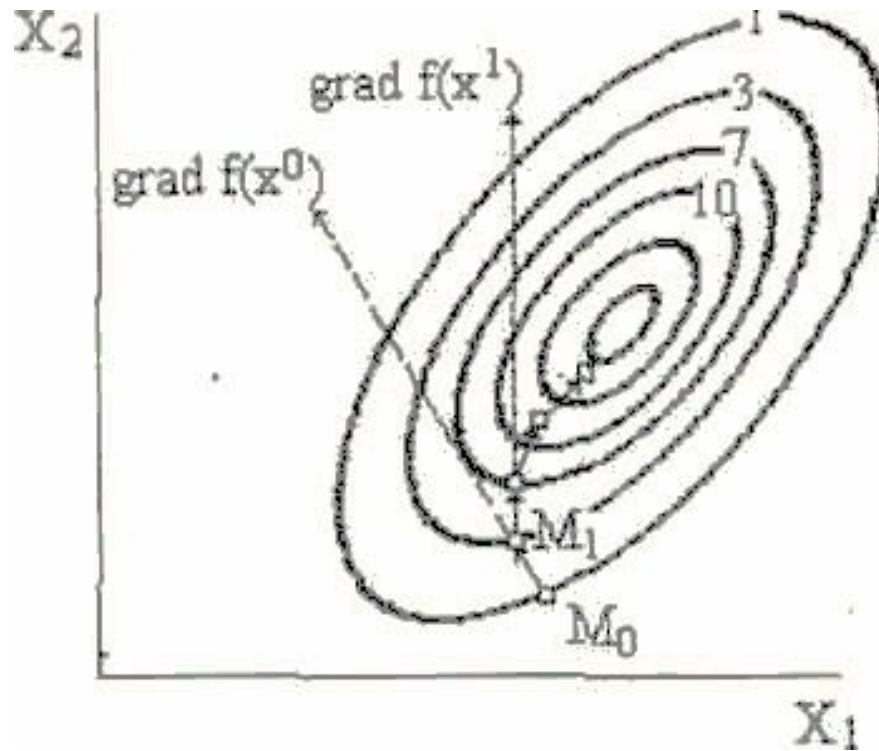
Методы спуска

Основная идея методов спуска состоит в том, чтобы построить алгоритм, позволяющий перейти из точки начального приближения $u_0 = \{u_0^1, \dots, u_0^n\}$ в следующую точку u_1 таким образом, чтобы значение целевой функции приблизилось к минимальному.

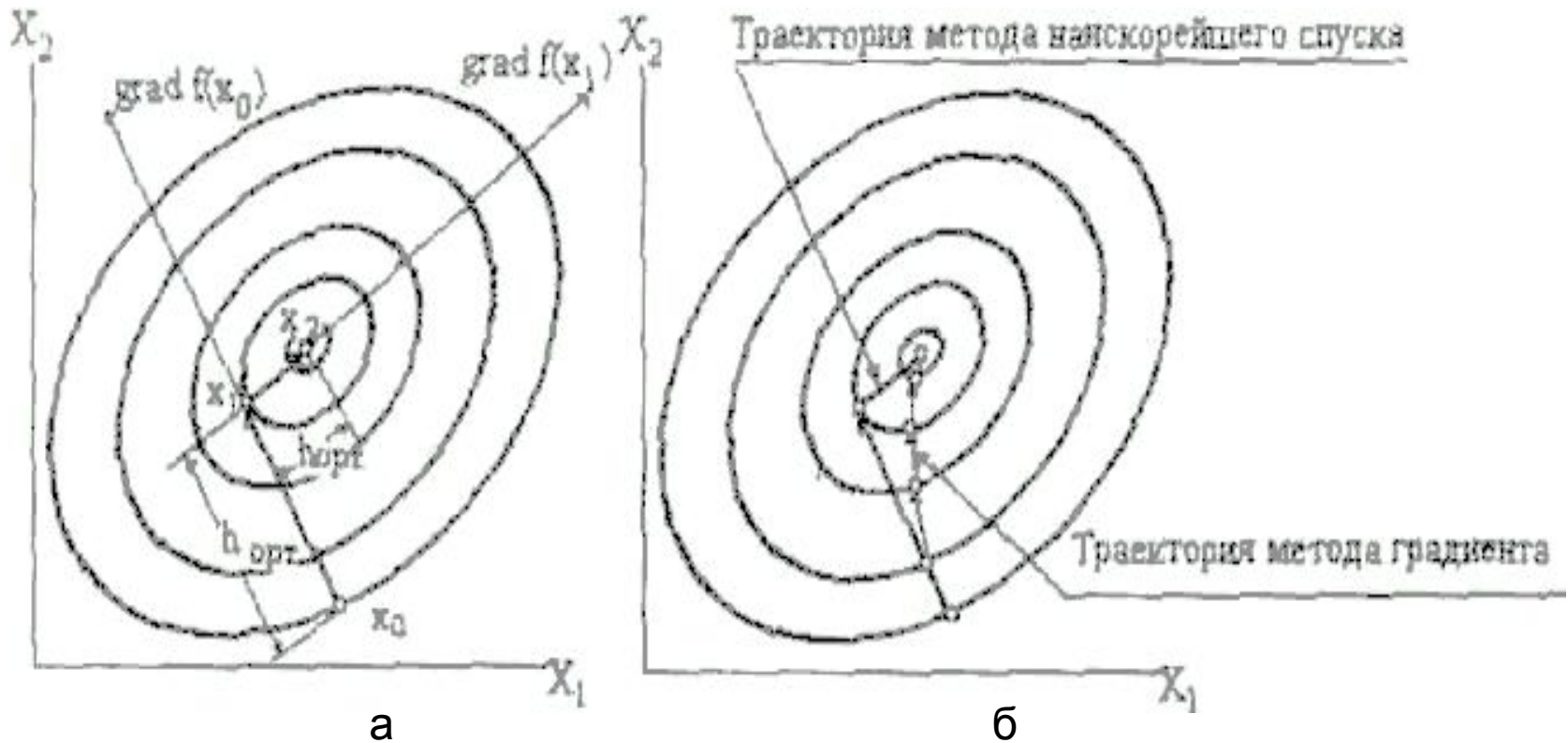
■ Методы спуска:

- **Метод покоординатного спуска**
- **Метод Коши (наискорейшего спуска или крутого восхождения)**
- **Метод сопряжённых градиентов**

Метод покоординатного спуска. Двумерная задача



Метод наискорейшего спуска



- а) Поиск максимума с выбором оптимального шага.
- б) Сравнение с методом градиента.



Пример. Задача поиска минимума функции:

$$f(X) = X_1^2 + 25X_2^2.$$

Этап	Шаг h^k	X_1	X_2	df/dX_1^2	df/dX_2^2	f
0		2	2	4.050	101.25	104.00
1	2.003	1.92	-0.003	3.84	-0.15	3.19
2	1.85	0.07	0.07	0.14	3.5	0.13
3	0.07	0.07	-0.000			0.0049