

Курс физики для студентов 1 курса БГТУ  
Заочный факультет

для специальностей ЛИД, ТДП, ТДП<sub>с</sub>, МОЛК, МОЛК<sub>с</sub>

Кафедра физики БГТУ

доцент Крылов Андрей Борисович

---

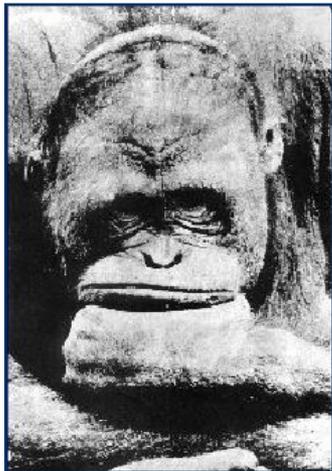
# Часть I.

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

### *Лекция 1.*

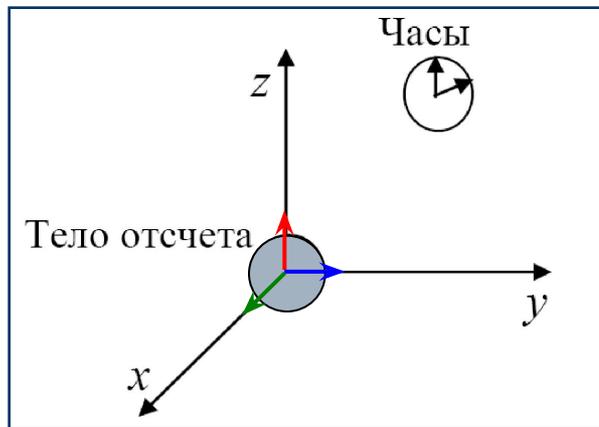
## Кинематика материальной точки и твердого тела

2015



# Основные определения механики

- **Механика** – раздел физики, который изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.
- **Механическое движение** – это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.
- **Классическая механика** (механика Галилея – Ньютона) изучает движения тел со скоростями, много меньшими скорости света в вакууме:  $v \ll c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- **Релятивистская механика** изучает движение макроскопических материальных объектов со скоростями, близкими к скорости света.
- **Квантовая механика** изучает поведение микрочастиц с учетом их волновых свойств.



Система отсчета

**Основная задача механики** - определение положения тела в любой момент времени по известным начальному положению тела и его начальной скорости.

**Тело отсчета** – это тело, которое служит для определения положения интересующего нас тела.

Практически для описания движения с телом отсчета связывают **систему координат**, например, декартову.

**Координаты тела** позволяют установить положение тела **в пространстве**.

Движение тела происходит еще и **во времени**, поэтому для описания движения необходимо отсчитывать также и время.

*Это делается с помощью часов.*

Тело отсчета и связанная с ним система координат, снабженная часами, образуют так называемую **систему отсчета**, относительно которой изучают движения тел.

# Понятие материальной точки и абсолютно твердого тела

---

- Чтобы изучить, надо упростить реальные движения тел, **отбросив несущественные детали.**
- Так вместо реальных тел появляются **модели** (**абстрактные, идеализированные понятия**), применимость которых зависит:
  - от конкретного характера интересующей задачи и
  - от той степени точности, с которой нам нужен результат. Среди таких моделей - понятия **материальной точки** и **абсолютно твердого тела**.
- **Материальная точка** – это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно **пренебречь**. Одно и то же тело в одних случаях можно рассматривать как материальную точку, в других же – как протяженное тело.
  - Например, радиус Земли значительно меньше расстояния от Земли до Солнца, и **ее орбитальное движение** можно хорошо описать как **движение материальной точки**.
  - Но **при рассмотрении суточного движения** Земли вокруг собственной оси заменить ее материальной точкой нельзя (есть вращательное движение!!!).
- **Механика материальной точки является основой всей механики.** Любое тело можно представить как совокупность взаимодействующих материальных точек с массами, равными массам его частей.
- Изучение движения этих частей сводится к изучению движения материальных точек.
- **Абсолютно твердое тело**, или просто **твердое тело**, – это система материальных точек, **расстояния** между которыми **не меняются** в процессе движения.
- Реальное тело можно считать абсолютно твердым, если в условиях рассматриваемой задачи его деформации пренебрежимо малы.

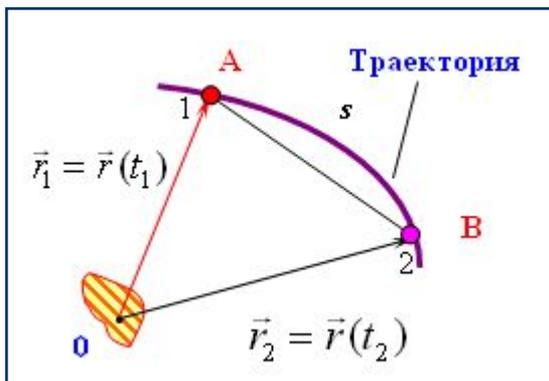
# Кинематика

- **Кинематика** – это раздел механики, изучающий способы описания движений тел **без выяснения причин**, обуславливающих эти движения.
- **Основная задача кинематики** - расчет кинематических характеристик движущихся тел, к которым относятся скорость, ускорение, траектория и др.

## Кинематика материальной точки

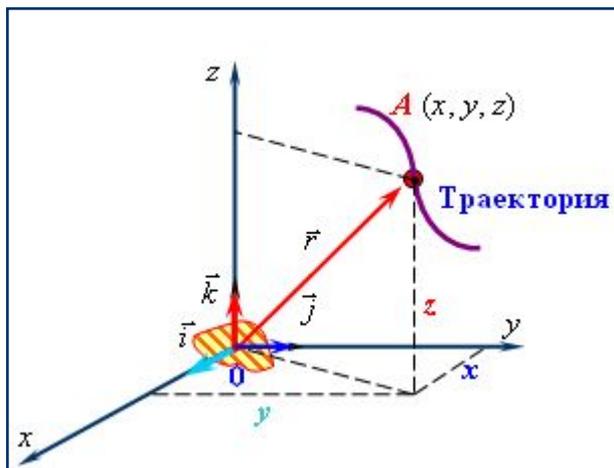
Существует три способа описания движения материальной точки **A**:

1) векторный



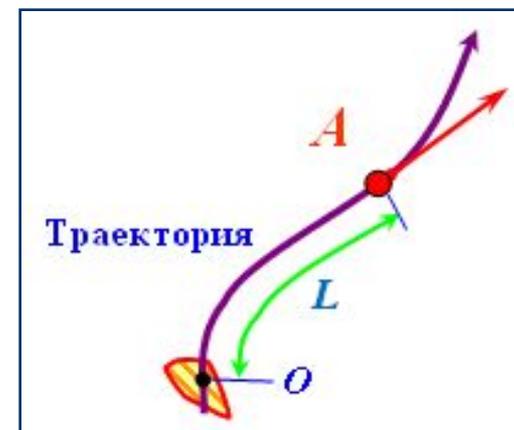
Радиус-вектором

2) координатный



Проекциями на оси координат

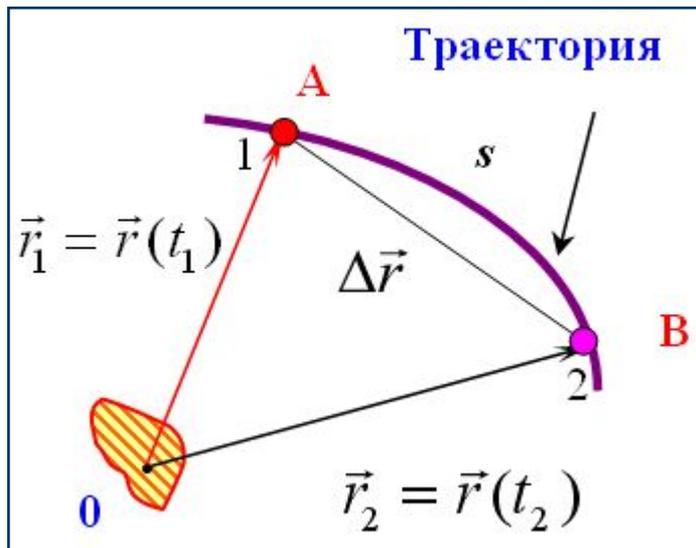
3) естественный



Дуговой координатой  $L$

Движение точки **A** задаётся:

# 1. Векторный способ описания движения. Уравнения движения. Скорость и ускорение.



В этом способе положение точки **A** задают **радиусом-вектором** проведенным из некоторой неподвижной точки **O** выбранной системы отсчета в точку **A**.

При движении точки **A** ее радиус-вектор меняется в общем случае как по модулю, так и по направлению, т. е. радиус-вектор точки **A** зависит от времени **t**:  $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ . Зависимость называется **кинематическим законом движения материальной точки**.

**Траектория L** – линия, вдоль которой движется тело.

**Путь s** – расстояние, пройденное точкой, отсчитанное вдоль траектории, т.е. это **длина траектории**.

**Перемещение** – направленный отрезок (вектор) между начальным и конечным положением тела:  
$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

**Средний вектор скорости** на некотором участке траектории - величина, равная отношению перемещения  $\Delta \mathbf{r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который это перемещение произошло:  
$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Этот вектор совпадает по направлению с вектором перемещения  $\Delta \mathbf{r}$

# Мгновенная скорость и мгновенное ускорение

- **Мгновенная скорость** (или просто **скорость**)  $\mathbf{v}$  - это предел:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \text{ где при } \Delta t \rightarrow 0 \quad |d\vec{r}| = ds$$

Тогда:  $v = |d\vec{r}|/dt = ds/dt$    $s = \int_0^t v dt$

- **Средняя (путевая) скорость** - это отношение:  $v_{\text{cp}} = \frac{s}{\Delta t}$

**Средняя скорость** является скалярной величиной. **Скорости** измеряются в **метрах в секунду** [м/с].

- **Среднее** ускорение за промежуток времени  $\Delta t$  - это отношение :

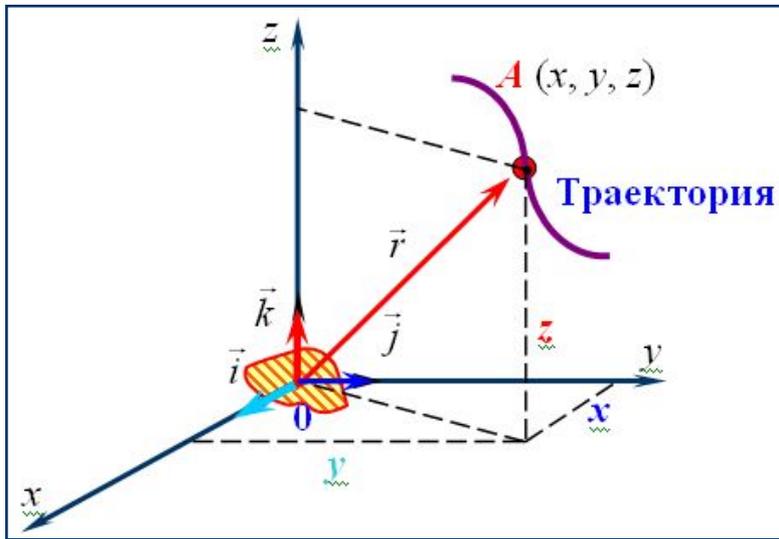
$$\vec{a}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- **Мгновенное ускорение** (или просто **ускорение**)  $\mathbf{a}$  - это предел:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

**Ускорение показывает**, как быстро изменяется скорость во времени, и измеряется в **метрах в секунду в квадрате** [м/с<sup>2</sup>].

## 2. Координатный способ описания движения. Уравнения движения. Скорость и ускорение.



В этом способе с выбранным телом отсчета (в точке **O**) **жестко** связывают определенную систему координат, которая позволяет каждой точке пространства сопоставить три числа - координаты точки **A** этого пространства.

Наиболее распространенной является **прямоугольная (декартова) система координат**.

Тогда радиус-вектор и его модуль равны:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Тогда скорость и ее модуль равны:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Тогда ускорение и его модуль равны:

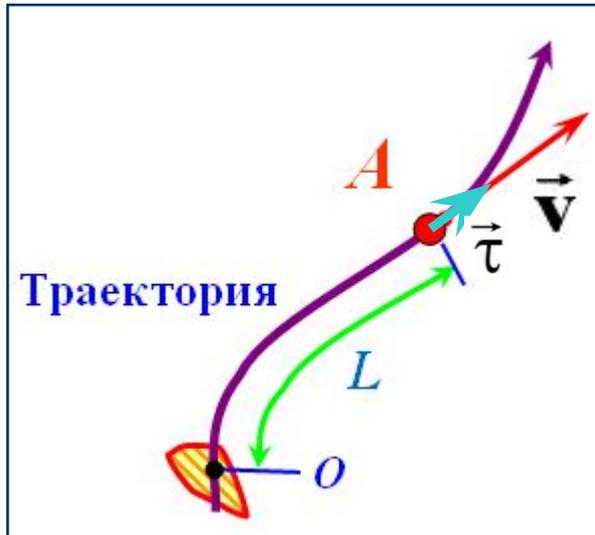
$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

А проекции равны:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

### 3. Естественный способ описания движения. Уравнения движения. Скорость.



Этот способ применяется тогда, когда **траектория** точки **известна заранее**. Положение точки **A** на траектории задается **дуговой координатой L** – расстоянием, отсчитанным вдоль траектории от выбранного начала отсчета **O**. При этом произвольно выбирают положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты **L** (вверх – плюс и вниз – минус).

**Движение точки определено полностью**, если известны ее траектория, начало отсчета **O**, **положительное направление** отсчета дуговой координаты  $L=l$  и закон движения точки, т. е. зависимость  $l=l(t)$ .

Найдем скорость и ускорение материальной точки:

Для задания вектора скорости вводим единичный вектор  $\tau$  (длина = 1), связанный с движущейся точкой **A** и направленный в сторону увеличения дуговой координаты  $l$ , т.е. это переменный вектор, направление которого зависит от местоположения точки на траектории, т. е. от дуговой координаты  $l$ . Тогда **скорость**:

$$\vec{v} = v_{\tau} \vec{\tau} \quad , \text{ причём:}$$

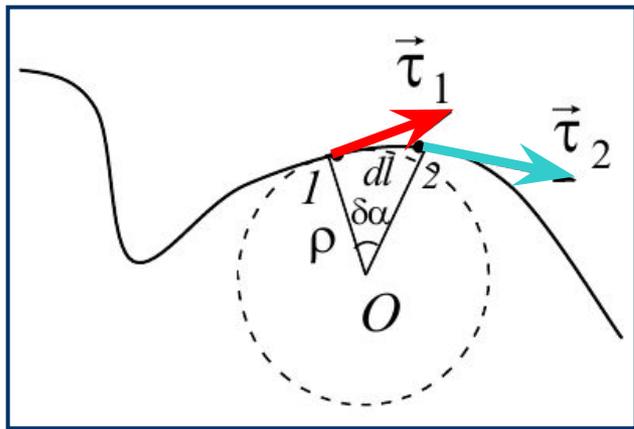
$$v_{\tau} = \frac{dl}{dt} \quad - \text{ проекция на траекторию:}$$

Тогда **ускорение**: 
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_{\tau}}{dt} \vec{\tau} + v_{\tau} \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

---


$$v = |\vec{v}| = |v_{\tau}|$$

# Естественный способ описания движения. Виды ускорений.



**Общее ускорение**  
делится на:

**тангенциальное**  
**(касательное)**  
**ускорение  $a_\tau$**  :

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$

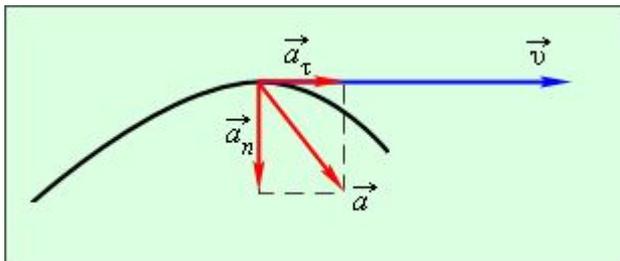
**нормальное**  
**(центростремительное)**

**ускорение  $a_n$**  :

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$

**Тангенциальное ускорение**  
**характеризует изменение скорости по**  
**величине.**

**Нормальное ускорение**  
**характеризует изменение скорости**  
**по направлению.**

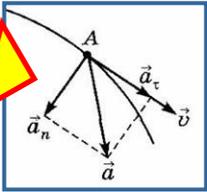


Тогда **общее ускорение и его модуль**:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

## 2. Классификация движений материальной точки.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_{\tau}}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$



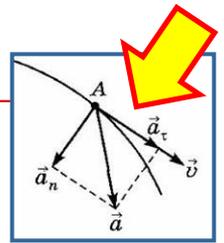
- Механические движения **классифицируют в зависимости от конкретных условий движения.**
  - Классификацию частных случаев движения материальной точки **выполним с помощью естественного способа** задания движения.
- **В зависимости от радиуса кривизны  $\rho$**  траектории возможны **три ситуации**:
  - **криволинейное движение** – радиус кривизны не является постоянной величиной, а изменяется от точки к точке траектории:  
$$\rho \neq \text{const}$$
  - **движение по окружности** – радиус кривизны является постоянной величиной, равной радиусу окружности:  
$$\rho = R = \text{const}$$
  - **прямолинейное движение** – радиус кривизны равен бесконечности, поэтому нормальное ускорение:  
$$a_n = 0 \quad \rho = \infty$$

В каждом из этих трех случаев точка **может двигаться**:

- 1) равномерно,
- 2) равнопеременно и
- 3) неравномерно.

# Виды движений материальной точки.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$



- **Равномерное движение** – движение, при котором модуль скорости не изменяется:

$$v = \text{const}$$

- Тогда тангенциальное ускорение:  $a_\tau = 0$

- **дуговая координата** точки  $l$  и **путь**  $s$ :  $l = v_\tau t$ ;  $s = vt$

- **Равнопеременное движение** - движение при котором тангенциальное ускорение не изменяется:

$$a_\tau = \text{const}$$

- Тогда тангенциальное ускорение:

- **скорость:**

$$v_\tau = v_{0\tau} + a_\tau t$$

$$a_\tau = dv_\tau / dt$$

- **дуговая координата** точки  $l$ :

$$l = v_{0\tau} t + \frac{a_\tau t^2}{2}$$

- Если скорость тела уменьшается, то движение называют **равнозамедленным** (тангенциальное ускорение имеет противоположное направление вектору скорости),
- Если увеличивается – **равноускоренным** (тангенциальное ускорение совпадает по направлению с вектором скорости).

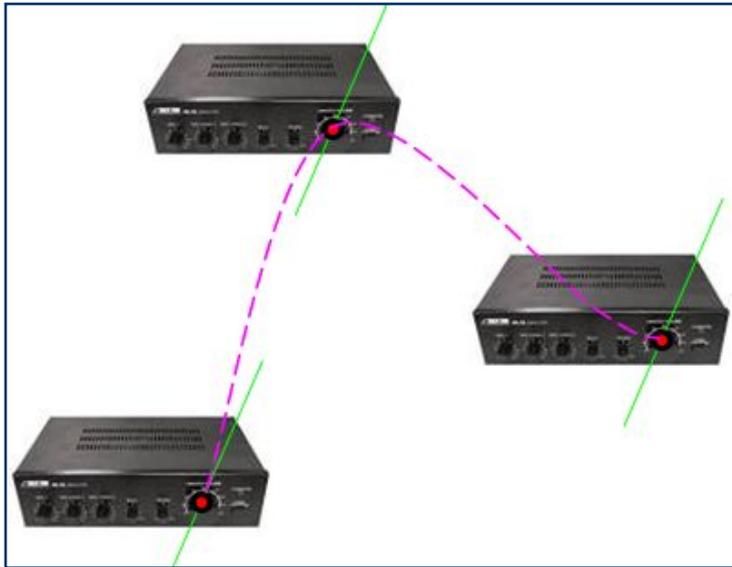
- **Неравномерное движение** – движение, при котором тангенциальное ускорение зависит от времени:

$$v_\tau = v_{0\tau} + \int_0^t a_\tau dt; \quad l = \int_0^t v_\tau dt$$

# 3. Кинематика твердого тела

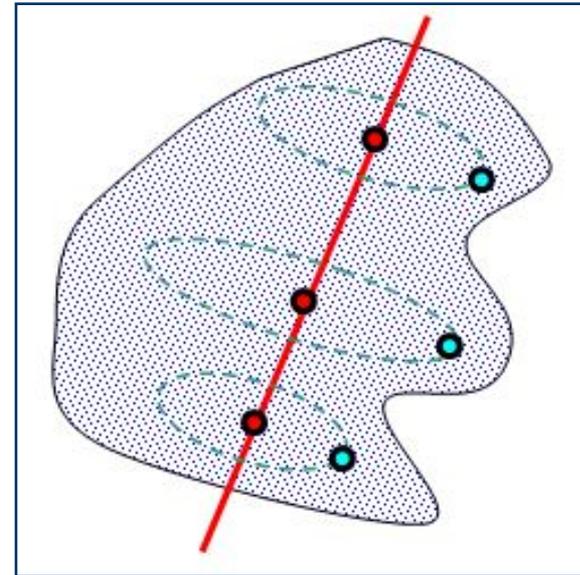
Любое движение твердого тела можно разложить на два основных вида движения:

## 1) поступательное



**Поступательное движение** – это движение, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельна самой себе.

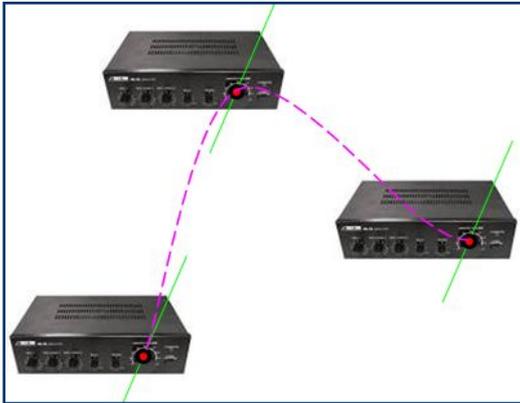
## 2) вращательное



**Вращательное движение** – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения**.

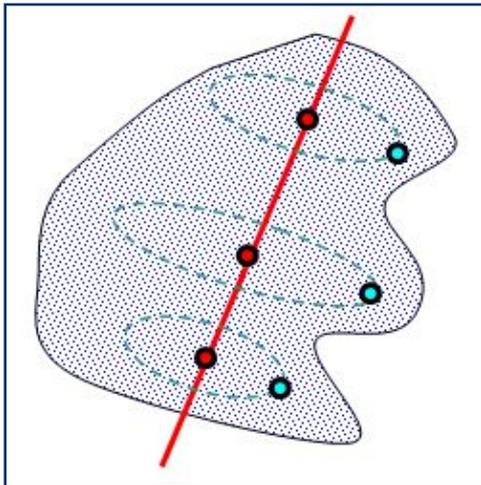
# Поступательное и вращательное движение твердого тела

□ **Поступательное движение** – это движение, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельна самой себе.



- Все точки тела при поступательном движении **описывают одинаковые траектории**, сдвинутые относительно друг друга, а также имеют одинаковые скорости и ускорения.
- Поэтому при изучении поступательного движения твердого тела **достаточно изучить** движение какой-либо одной его точки, т. е. задача сводится к изучению кинематики точки.
- В качестве такой точки чаще всего выбирают **центр масс тела**.

□ **Вращательное движение** – это движение, при котором все точки тела **движутся по окружностям**, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**.



- Ось вращения может находиться вне тела.
- Вращательное движение является **плоским движением**, при котором траектории всех точек лежат в параллельных плоскостях.

□ **Для описания вращения твердого тела** вводят величины, относящиеся ко всему телу в целом, а не к отдельным его точкам: 1) **угол поворота  $\varphi$** ; 2) **угловая скорость  $\omega$** ; 3) **угловое ускорение  $\varepsilon$** .

□ Зависимость угла поворота от времени  $\varphi = \varphi(t)$  задает **закон вращательного движения**.

# Угловая скорость и угловое ускорение

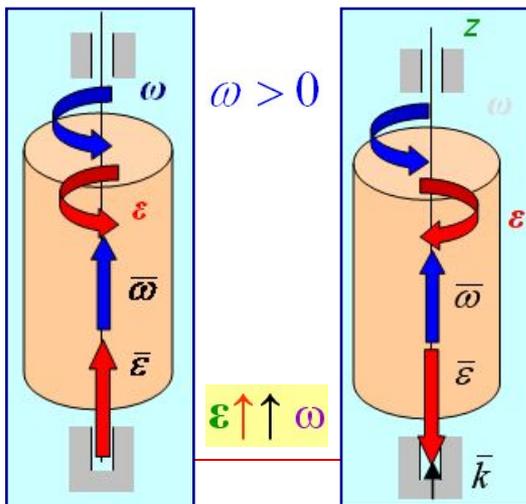
□ **Средняя угловая скорость** - это величина, численно равная отношению угла поворота  $\Delta\varphi$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который этот поворот произошел:

□ **Мгновенная угловая скорость** (**угловая скорость**) есть предел:  $\omega_{\text{ср}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad [\text{радиан в секунду} = \text{рад/с}]$$

□ **Угловой скорости приписывают направление**

**Вектор углового ускорения  $\vec{\epsilon}$**  направлен вдоль оси вращения  $\vec{\epsilon} \uparrow \uparrow \omega$ , если угловая скорость **возрастает** (слева), и  $\vec{\epsilon} \downarrow \uparrow \omega$ , если угловая скорость **уменьшается** (справа).



**Вектор углового ускорения** характеризует изменение угловой скорости со временем. **Он численно равен** изменению угловой скорости в единицу времени и определяется как первая производная от угловой скорости по времени:

$$\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

[радиан в секунду в квадрате = рад/с<sup>2</sup>]

## 4. Частные случаи вращения. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

---

1. **Равномерное вращение** – это вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega = \text{const}$ .

Тогда угловое ускорение при таком движении равно нулю  $\varepsilon = 0$ .

$$\varphi = \omega t$$

□ **Период обращения** ( $T$ ) – это время, за которое тело делает один оборот. За время, равное периоду обращения  $t = T$ , тело поворачивается на угол  $2\pi$

■ Тогда при равномерном вращении:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  [секунды = с]

□ **Частота вращения** – число оборотов в единицу времени

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} [\text{Герц} = \text{Гц} = \text{с}^{-1}]$$

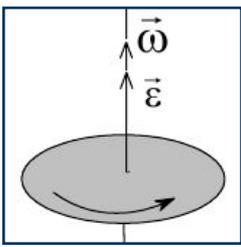
2. **Равнопеременное вращение** – это вращение с постоянным по модулю угловым ускорением  $\varepsilon = \text{const}$ :  $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t$

■ В проекции на ось вращения:  $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$  аналогично  $v_\tau = v_{0\tau} + a_\tau t$

■ где знаки **плюс** и **минус** соответствуют **равноускоренному** и **равнозамедленному вращениям**.

□ Если при  $t = 0$  угол поворота  $\varphi_0 = 0$ , то зависимость угла поворота от времени при этом виде вращения тела:

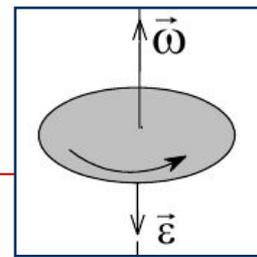
$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad \text{аналогично} \quad l = v_{0\tau} t + \frac{a_\tau t^2}{2}$$



$\varepsilon > 0$

## Частные случаи вращения. Переменное вращение

$\varepsilon < 0$



3. **Переменное вращение** – это вращение, при котором угловое ускорение зависит от времени  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ .

■ Тогда угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \int_0^t \vec{\varepsilon} dt$$

Аналогично при  
поступательном движении

■ Тогда угловое ускорение:

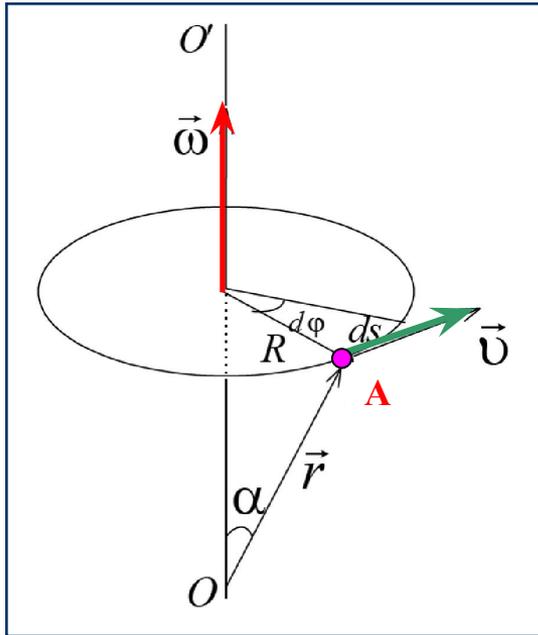
$$\varphi = \int_0^t \omega(t) dt$$

$$v_\tau = v_{0\tau} + \int_0^t a_\tau dt; \quad l = \int_0^t v_\tau dt$$

□ **Видно**, что между формулами, **описывающими движение точки** (или поступательное движение твердого тела), и формулами, **описывающими вращательное движение**, существует прямая аналогия:

- дуговой координате соответствует угол поворота,
- скорости и тангенциальному ускорению движения - угловые скорость и ускорение.
- Более того, **эти величины оказываются связаны между собой**.

# Связь между линейными и угловыми характеристиками движения



- Найдем скорость (линейную скорость)  $\mathbf{v}$  произвольной точки  $\mathbf{A}$  твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}$ .
- За время точка  $dt$  совершит перемещение  $dr$ , по модулю равное элементарному пути  $ds$ , пройденному точкой.
  - Используя радианную меру измерения углов,  $ds = R d\varphi$ , где  $R$  – расстояние точки от оси вращения (радиус окружности, по которой движется точка),  $d\varphi$  – угол, на который повернулось тело.
  - Тогда **модуль скорости** точки:

$$v = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} \Rightarrow v = \omega R$$

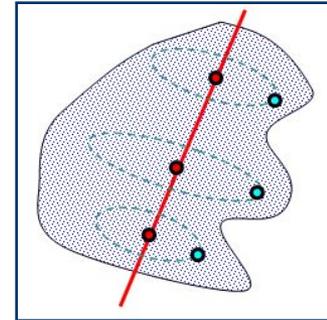
**Тангенциальное ускорение** точек

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a_{\tau} = R\varepsilon$$

**Нормальное ускорение**

точек:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_n = \omega^2 R$$

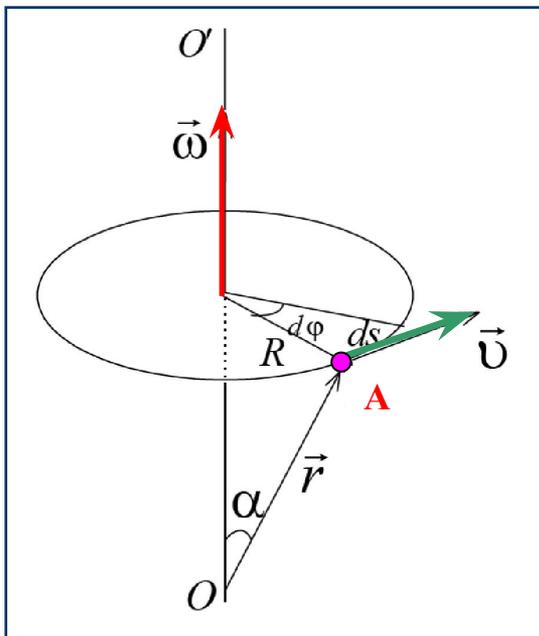


**Полное ускорение** точек:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} \Rightarrow a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

Таким образом, линейные скорости и ускорения точек твердого тела **зависят от расстояния до оси вращения.**

# Связь между линейными и угловыми характеристиками движения в векторном виде



- **Используем правило векторного умножения.**
  - Учитывая, что  $r$  – модуль радиуса-вектора точки, тогда радиус окружности:
  - модуль скорости точки:
  - **вектор** скорости:
- Полное ускорение:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Первое слагаемое в этом выражении является **тангенциальным ускорением**, а второе – **нормальным ускорением**.

**Тангенциальное ускорение** точки:

$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$$

**Нормальное ускорение** точки:

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

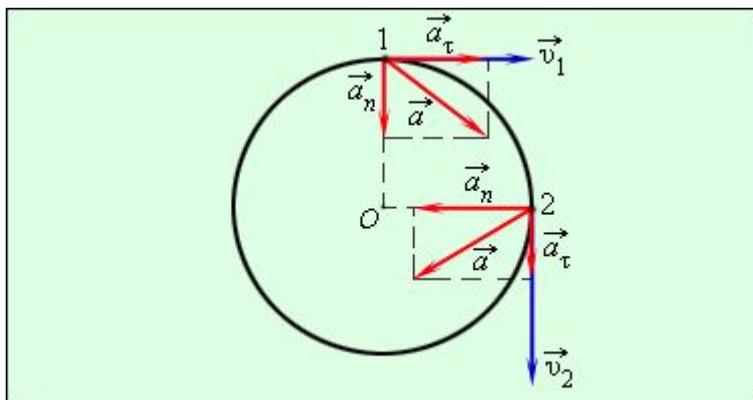
## Сравнение между линейными и угловыми характеристиками движения в виде таблицы

**В заключение приведем таблицу сравнительных характеристик поступательного и вращательного движений.**

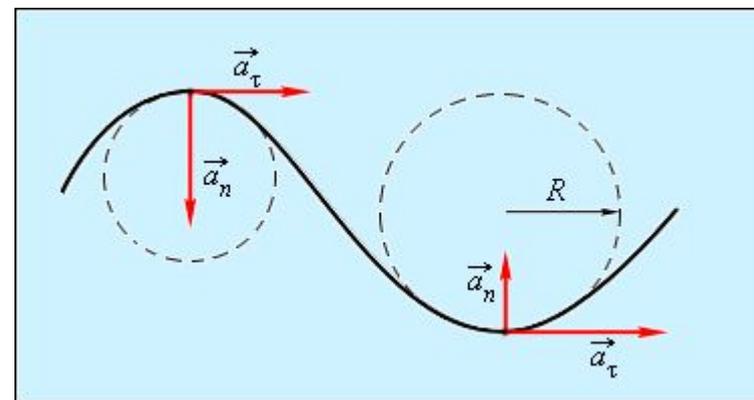
Поступательное движение	Вращательное движение	Связь линейных и угловых характеристик
1. Путь $S$	Угол $\varphi$	
2. Скорость $v = dS/dt$	Угловая скорость $\omega = d\varphi/dt$	$v = \omega R$
3. Ускорение $a = dv/dt = d^2S/dt^2$ $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ $a_\tau = dv_\tau/dt; a_n = v^2/R$	Угловое ускорение $\varepsilon = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$	$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$ $a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$
<b>Равнопеременное движение</b>		
4. Скорость $v = v_0 \pm at$	Угловая скорость $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$	
5. Путь $S = S_0 + v_0t \pm at^2/2$	Угол $\varphi = \varphi_0 + \omega_0t \pm \varepsilon t^2/2$	
6. $v^2 - v_0^2 = 2a(S - S_0)$	$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon(\varphi - \varphi_0)$	

# Спасибо за внимание!

$$\vec{a} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$



**Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине.**



**Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению.**