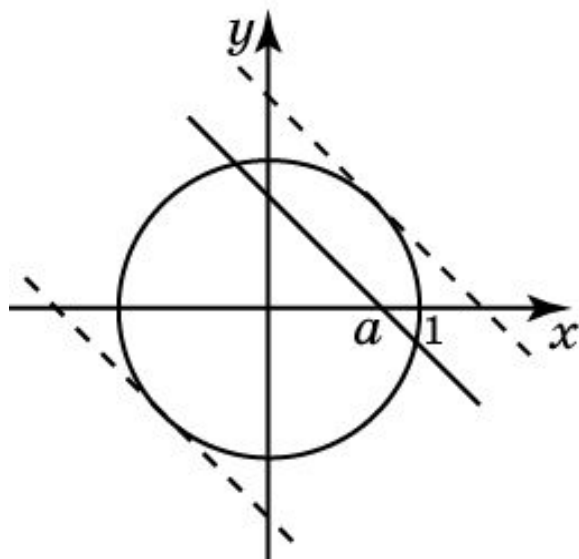


Упражнение 1

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



Решение. Первое уравнение задает прямую, второе – окружность. Два решения системы получаются, если для параметра a выполняются неравенства $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$.

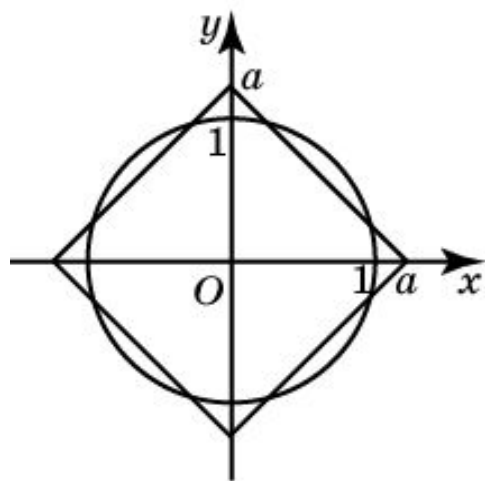
Ответ. $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$.

Упражнение 2

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений.



Решение. Первое уравнение задает квадрат, второе – окружность. Наибольшее число решений системы получается, если $1 < a < \sqrt{2}$.

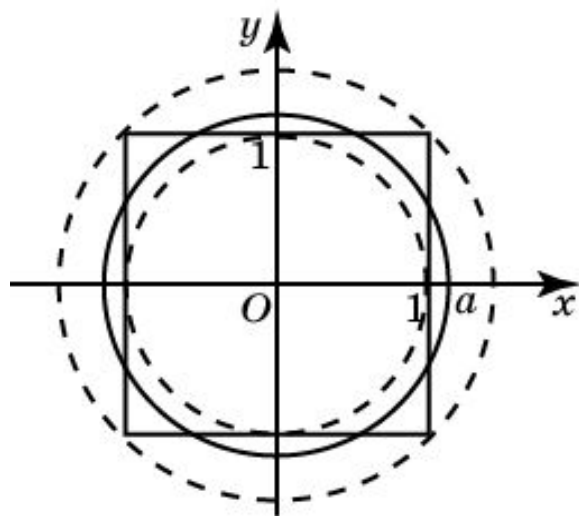
Ответ. $1 < a < \sqrt{2}$.

Упражнение 3

Найдите все положительные значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений.



Решение. Первое уравнение задает квадрат, второе – окружность. Наибольшее число решений получается, если для параметра a выполняются неравенства $1 < a < \sqrt{2}$.

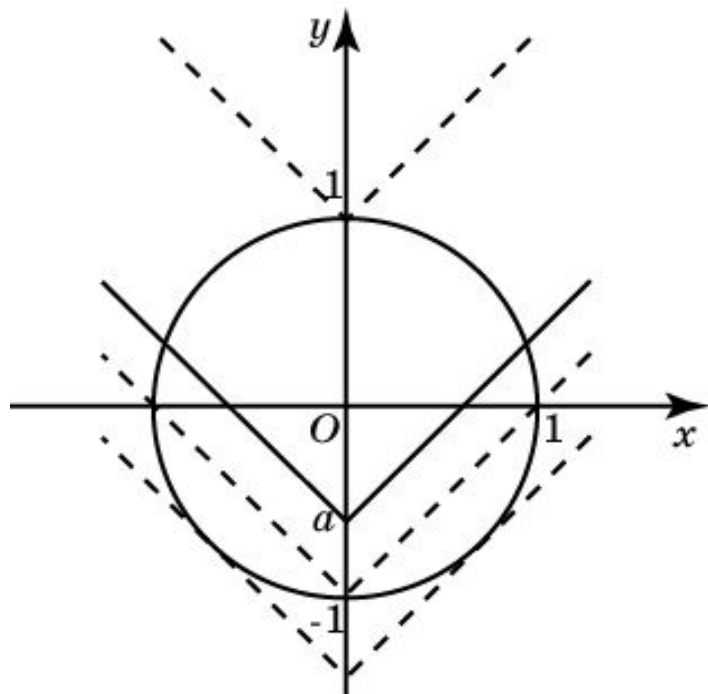
Ответ. $1 < a < \sqrt{2}$.

Упражнение 4

Найдите все положительные значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x| + a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



Решение. Второе уравнение задает окружность. Два решения получается, если

$$-1 < a < 1 \text{ или } a = -\sqrt{2}.$$

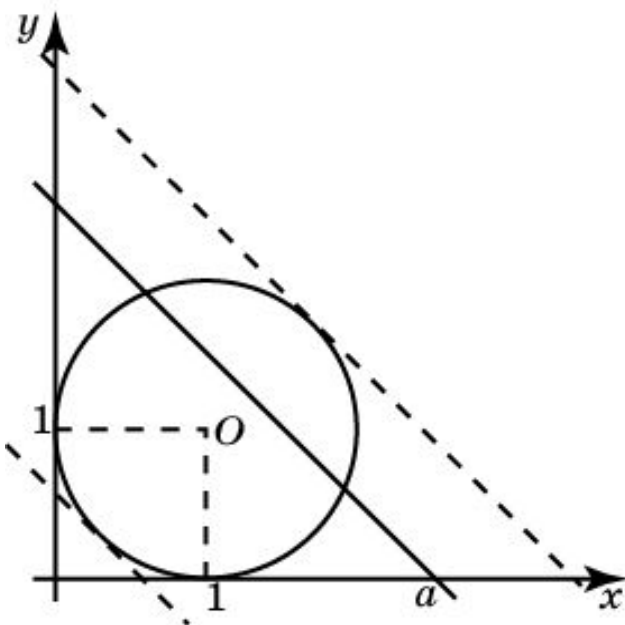
Ответ. $-1 < a < 1; a = -\sqrt{2}.$

Упражнение 5

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.



Решение. Первое уравнение задает прямую, второе – окружность.

Единственное решение системы получается, если $a = 2 - \sqrt{2}$ или $a = 2 + \sqrt{2}$.

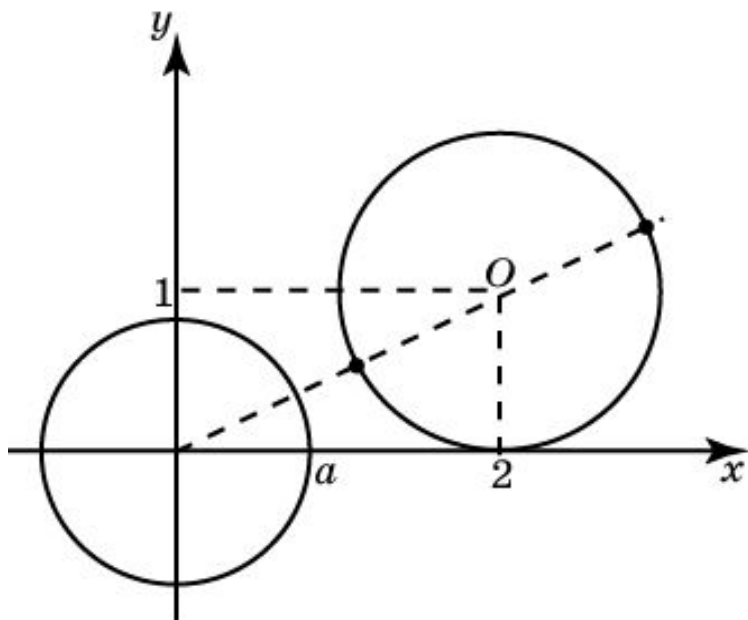
Ответ. $a = 2 \pm \sqrt{2}$.

Упражнение 6

Найдите все положительные значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.



Решение. Первое и второе уравнения задают окружности. Единственное решение системы получается, если $a = \sqrt{5} - 1$ или $a = \sqrt{5} + 1$.

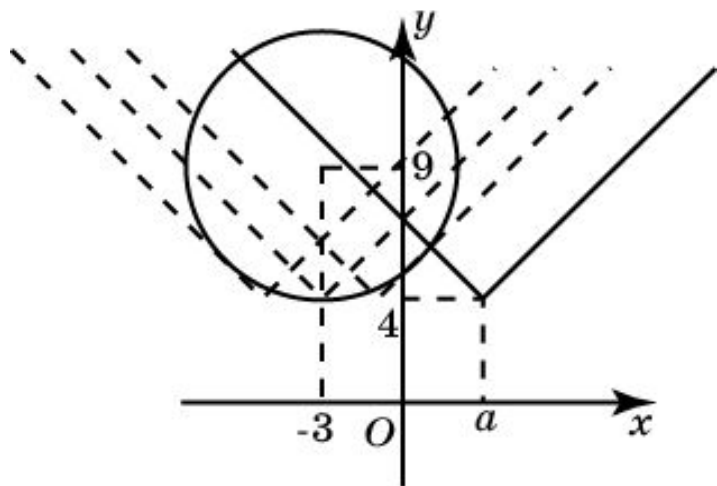
Ответ. $a = \sqrt{5} \pm 1$.

Упражнение 7

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-9)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.



Решение. Первое уравнение задает окружность. Три решения системы получается, если: $a = -3$; $a = 5\sqrt{2} - 8$; $a = 2 - 5\sqrt{2}$.

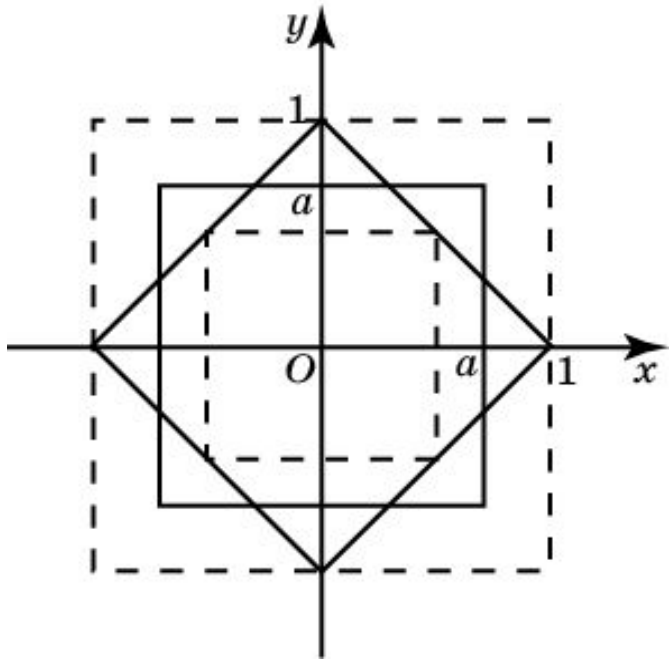
Ответ: -3 ; $5\sqrt{2} - 8$; $2 - 5\sqrt{2}$.

Упражнение 8

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x+y|+|x-y|=2a, \\ |x|+|y|=1 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений.



Решение. Уравнения задают квадраты. Наибольшее число решений системы получается, если $0,5 < a < 1$.

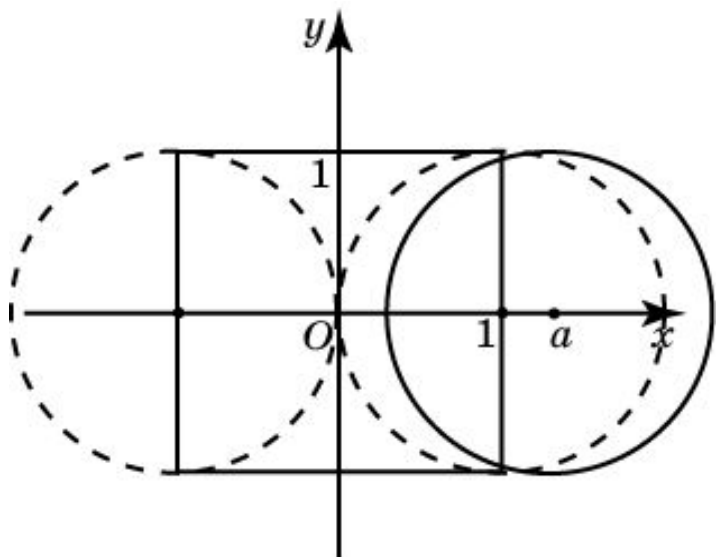
ОТВЕТ: $0,5 < a < 1$.

Упражнение 9

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x + y| + |x - y| = 2, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет два решения.



Решение. Первое уравнение задает квадрат, второе – окружность. Два решения системы получается, если

$$1 < a < 2 \text{ или } -2 < a < -1.$$

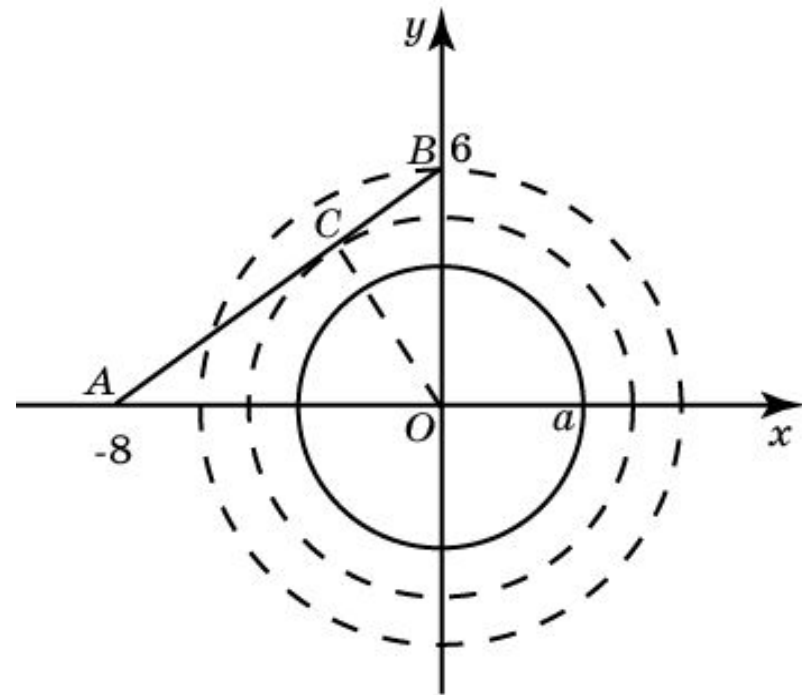
Ответ: $1 < a < 2$ или $-2 < a < -1$.

Упражнение 10

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 + 16x + 64} + \sqrt{x^2 + y^2 - 12y + 36} = 10, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



Решение. Первое уравнение задает отрезок AB , второе – окружность. Два решения системы получается, если:

$$4,8 < a \leq 6 \text{ или } -6 \leq a < -4,8.$$

Ответ: $4,8 < a \leq 6$; $-6 \leq a < -4,8$.