АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ

ПОВТОРЕНИЕ

- Что называют корнем степени *n* из числа *b*?
- Сколько существует корней нечетной степени из любого действительного числа?
- Каким будет являться корень нечетной степени из положительного числа? Из отрицательного числа? Из нуля?
- Сколько существует корней четной степени из любого действительного числа?
- Чем отличаются данные корни?
- Каким будет являться корень четной степени из нуля? Из отрицательного числа?

Пусть n – натуральное число
и $n \geq 2$

Неотрицательный корень степени n из неотрицательного числа b $(b \geq 0)$ называют **арифметическим корнем степени n из числа b**

Пример: $\sqrt[2]{16} = \pm 4$

4 – является арифметическим корнем,
-4 – не является арифметическим корнем

$$\sqrt[n]{b} = a$$
$$b \geq 0$$
$$a \geq 0$$
$$a^n = b$$

ТЕОРЕМА 1. Для натурального числа n $(n \geq 2)$ и неотрицательного числа a справедливы равенства:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа n $(n \geq 2)$ и неотрицательных чисел a и b из равенства $a^n = b^n$ следует равенство $a = b$

ТЕОРЕМА 3. Для натурального числа n $(n \geq 2)$ и неотрицательны чисел a, b и c $(c \neq 0)$ справедливы равенства:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если n – нечетное число, то теоремы 1, 2 и 3 справедливы для любы действительных чисел a, b и c $(c \neq 0)$.

Для любого натурального числа m и любого действительного числа a справедливо равенство:

$$\sqrt[2m+1]{-a} = -\sqrt[2m+1]{a}$$

ПРИМЕРЫ

1. $(\sqrt[4]{2})^4 = 2$

$(\sqrt[21]{1})^{21} = 1$

$(\sqrt[9]{100})^9 = 100$

$(\sqrt[7]{0})^7 = 0$

2. $\sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{16 \cdot 3} =$
$\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{3} = 2\sqrt[4]{3}$

$\sqrt[3]{\frac{5}{8}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{2}$

3. $\sqrt[7]{-1} = -\sqrt[7]{1} =$

$= -1$

$\sqrt[5]{-100000} = \sqrt[5]{10^5} =$

$= -10$

СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 1. Для натуральных чисел m, n $(m \geq 2,\ n \geq 2)$ и неотрицательного числа a справедливы равенства:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[mn]{a^m} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если m и n – нечетные числа, то теорема 1 справедлива для любых действительных чисел a, в том числе и отрицательных.

СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа *m* и любого действительного числа *a* справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{a^n} = |\, a \,|$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Для любого натурального числа *m* и любого действительного числа *a* справедливо равенство

$$\sqrt[2m+1]{a^{2m+1}} = a$$

СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 3. Пусть a – положительное число, p – целое число и n – натуральное число $(n \geq 2)$. Тогда справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p$$