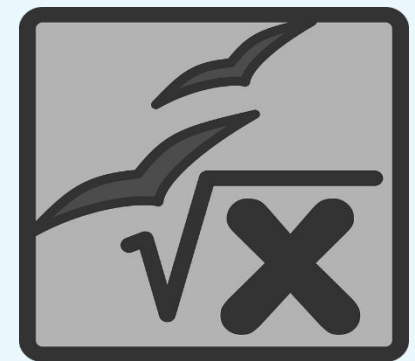


АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ



ПОВТОРЕНИЕ

- Что называют корнем степени n из числа b ?
- Сколько существует корней нечетной степени из любого действительного числа?
- Каким будет являться корень нечетной степени из положительного числа? Из отрицательного числа? Из нуля?
- Сколько существует корней четной степени из любого действительного числа?
- Чем отличаются данные корни?
- Каким будет являться корень четной степени из нуля? Из отрицательного числа?

Пусть n – натуральное число
и $n \geq 2$

Неотрицательный корень
степени n из неотрицательного
числа b ($b \geq 0$) называют
арифметическим корнем
степени n из числа b

Пример: $\sqrt[2]{16} = \pm 4$

4 – является арифметическим корнем,
-4 – не является арифметическим корнем

$$\sqrt[n]{b} = a$$

$$b \geq 0$$

$$a \geq 0$$

$$a^n = b$$

ТЕОРЕМА 1. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательного числа a справедливы равенства:

$$\begin{aligned}(\sqrt[n]{a})^n &= a \\ \sqrt[n]{a^n} &= a\end{aligned}$$

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательных чисел a и b из равенства $a^n = b^n$ следует равенство $a = b$

ТЕОРЕМА 3. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательных чисел a , b и c ($c \neq 0$) справедливы равенства:

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{a \cdot b} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \\ \sqrt[n]{\frac{a}{c}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}\end{aligned}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если n – нечетное число, то теоремы 1, 2 и 3 справедливы для любых действительных чисел a , b и c ($c \neq 0$).

Для любого натурального числа m и любого действительного числа a справедливо равенство:

$$\sqrt[2m+1]{-a} = -\sqrt[2m+1]{a}$$

ПРИМЕРЫ

$$1. (\sqrt[4]{2})^4 = 2$$

$$(\sqrt[21]{1})^{21} = 1$$

$$(\sqrt[9]{100})^9 = 100$$

$$(\sqrt[7]{0})^7 = 0$$

$$2. \sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{16 \cdot 3} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{3} = 2\sqrt[4]{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{5}{8}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{2}$$

$$3. \sqrt[7]{-1} = -\sqrt[7]{1} = -1$$

$$\sqrt[5]{-100000} = \sqrt[5]{10^5} = -10$$



СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 1. Для натуральных чисел m, n ($m \geq 2, n \geq 2$) и неотрицательного числа a справедливы равенства:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[mn]{a^m} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если m и n – нечетные числа, то теорема 1 справедлива для любых действительных чисел a , в том числе и отрицательных.



СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа m и любого действительного числа a справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Для любого натурального числа m и любого действительного числа a справедливо равенство

$$\sqrt[2m+1]{a^{2m+1}} = a$$



СВОЙСТВА КОРНЕЙ СТЕПЕНИ N

ТЕОРЕМА 3. Пусть a – положительное число, p – целое число и n – натуральное число ($n \geq 2$). Тогда справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p$$

