



**Криогенные и сверхпроводящие  
электроэнергетические устройства  
(000025237)  
(прикладная сверхпроводимость)**

Лекция 2

**Профессор Е.Ю.Клименко**

# Сверхпроводимость I рода

- История,
- Магнитные свойства,
- Ток.
- Термодинамика

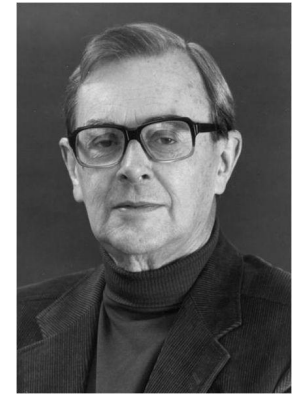
# Сверхпроводники I рода



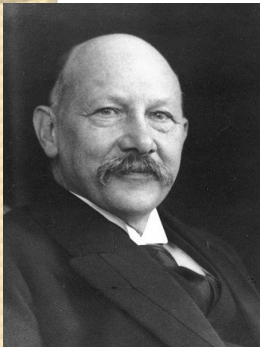
Гортер Корнелис Якоб



Оксенфельд Роберт



Пиппард Альфред Брайан



Камерлинг Оннес Хейке



Казимир Хендрикс



Мейснер, Вальтер Фриц



Лондоны Фриц и Хайнц



Шриффер Джон Роберт  
Бардин Джон, Купер Леон

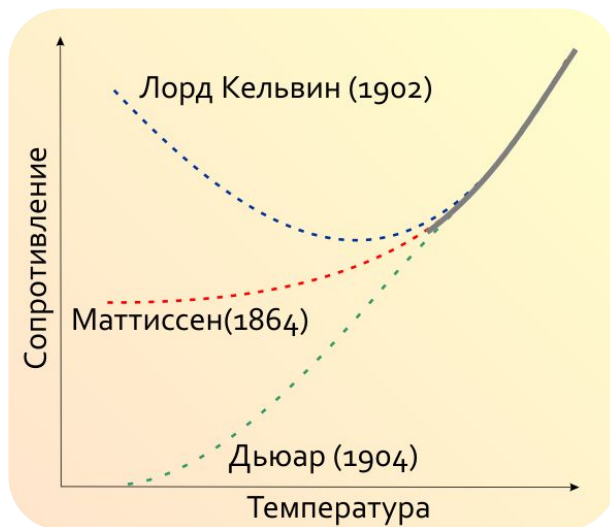
1911

1933 1935

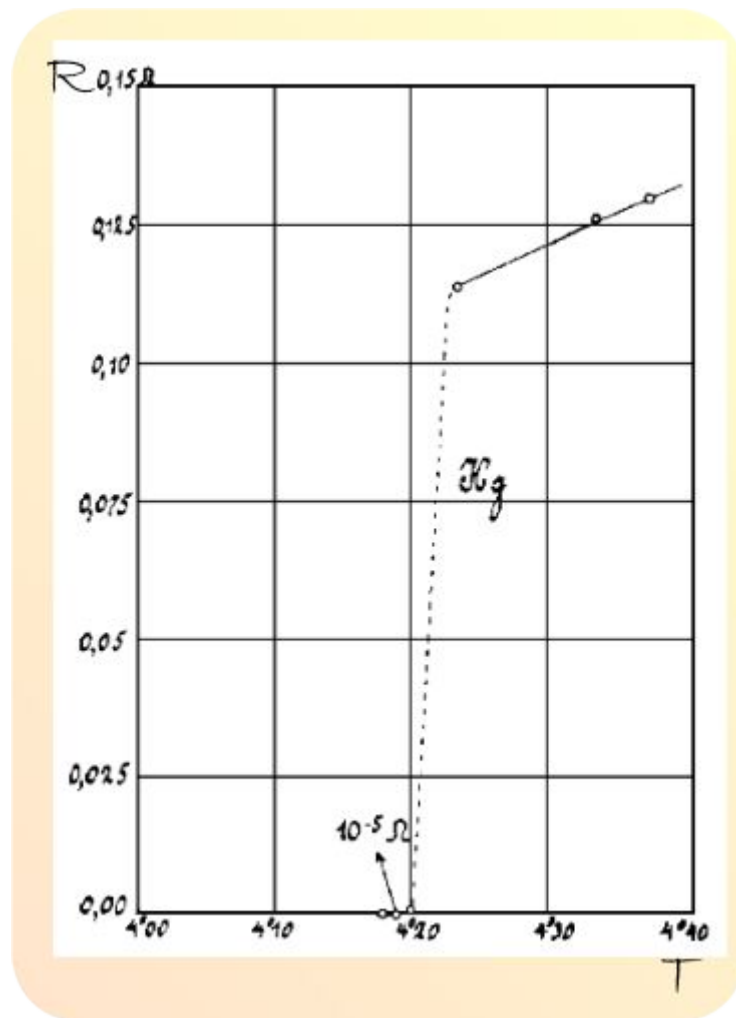
1953 1957

- 1911 – открытие сверхпроводимости Камерлинг Оннес (1853-1926)
- 1933 – Двухжидкостная модель (Гортер (1907-1980), Казимир (1909-2000))
- 1933- Эффект Мейснера (1882-1974)-Оксенфельда (1901-1993 )
- 1935- Уравнение Лондонов Фриц (1903-1953), Хайнц (1907-1970)
- 1953 – Нелокальная теория А.Пиппард ( 1920-2008)
- 1957 – БКШ теория Бардин (1908-1991), Купер (1930), Шриффер (1931)

# Открытие сверхпроводимости | 9 | 1

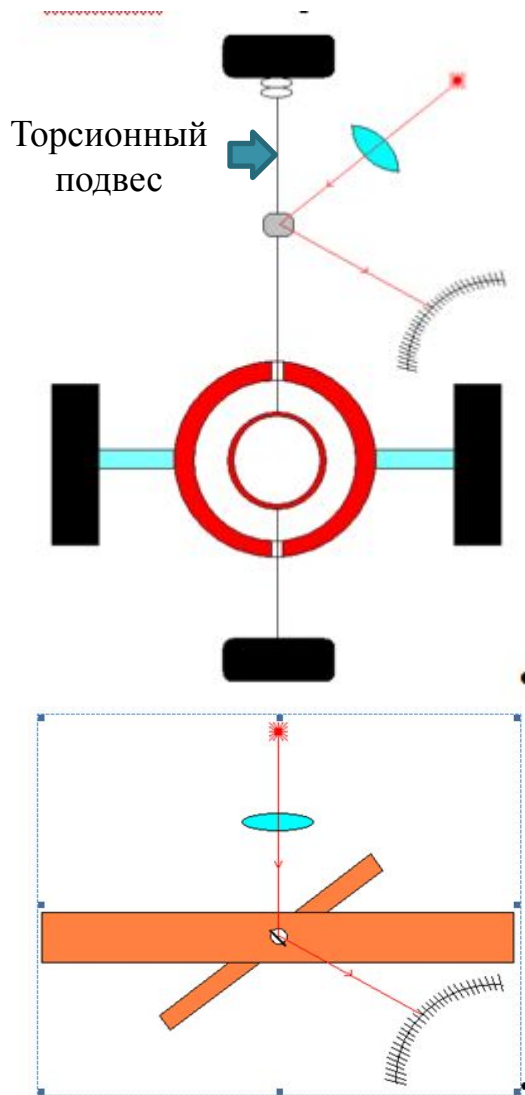


Существовало три гипотезы о зависимости сопротивления металлов от температуры при приближении к абсолютному нулю. Получив в 1908 жидкий гелий, Камерлинг-Оннес взялся за проверку этих гипотез и открыл сверхпроводимость.



Температурный ход сопротивления ртути

# Сколько велика проводимость сверхпроводника ?



В теплые коаксиально установленные кольца вводят постоянные магниты, которые удаляют после охлаждения колец, индуцируя в них токи одного направления. Закручивая нить, выводят кольца из одной плоскости. За углом скручивания наблюдают с помощью закрепленного на нити зеркала. Пока в кольцах есть ток, они стремятся вернуться в одну плоскость.

Затухание тока  $I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  можно бы обнаружить по перемещению зайчика, но не обнаружено

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \rho = \frac{sL}{l t} \ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)$$

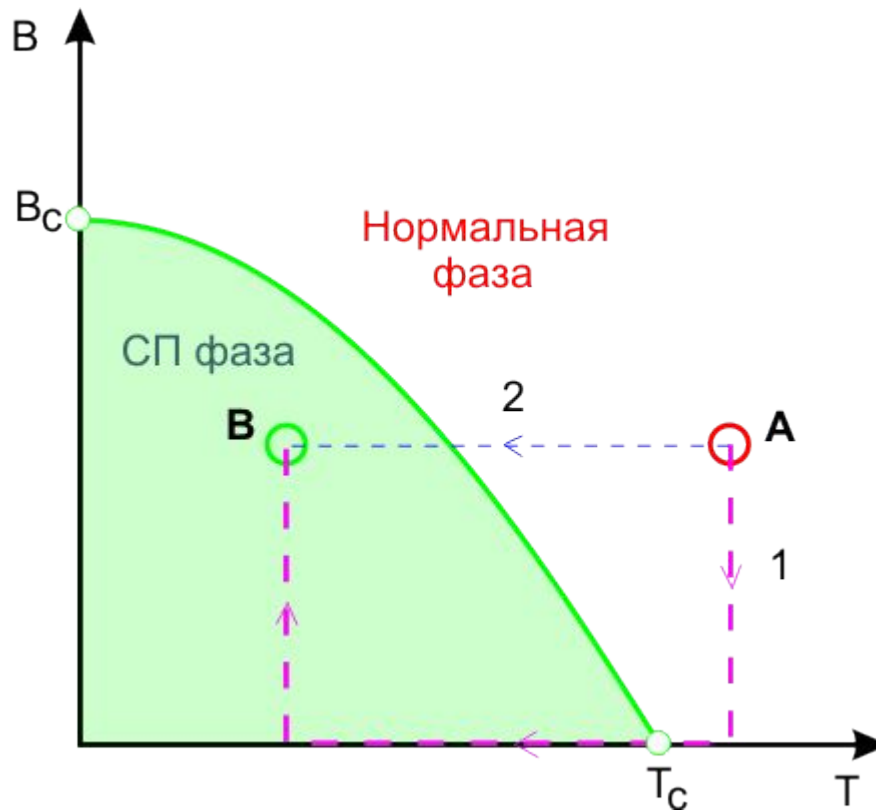
Уменьшая  $L$  и  $s$  и увеличивая время наблюдения, можно получать все более точные оценки  $\Gamma$  сверху:

Камерлинг\_Оннес и Тюин (1924)  $R < 10^{-15} R_{\text{комн}}$

Куинн и Иттнер (1962)  $r < 4 \cdot 10^{-23} \text{ Ом см}$

Сейчас неприлично полагать, что сопротивление сверхпроводника не равно тождественно нулю.

# СП фазовый переход



Чтобы можно было говорить о фазовом переходе, нужно чтобы состояние материала не зависело от пути, которым он переведен в это состояние.

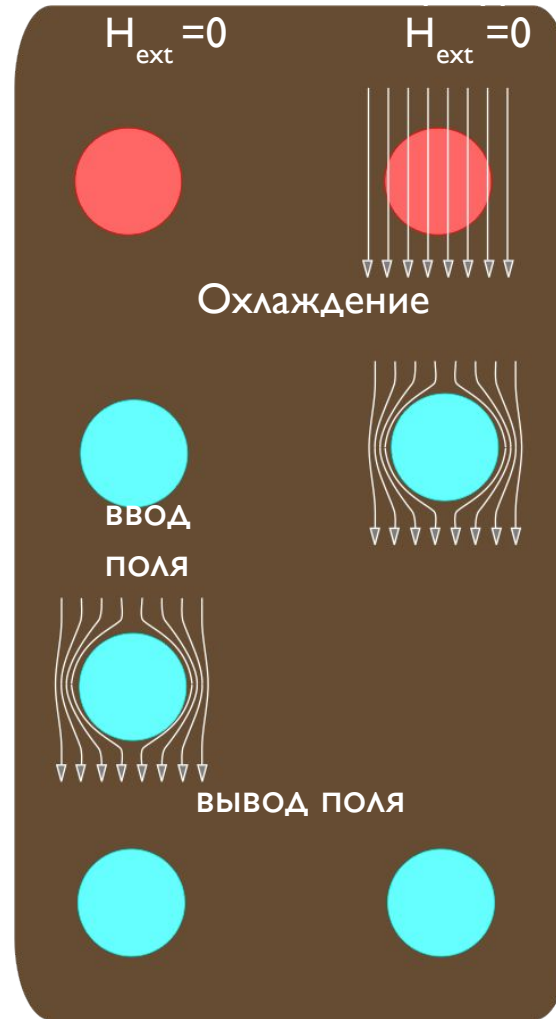
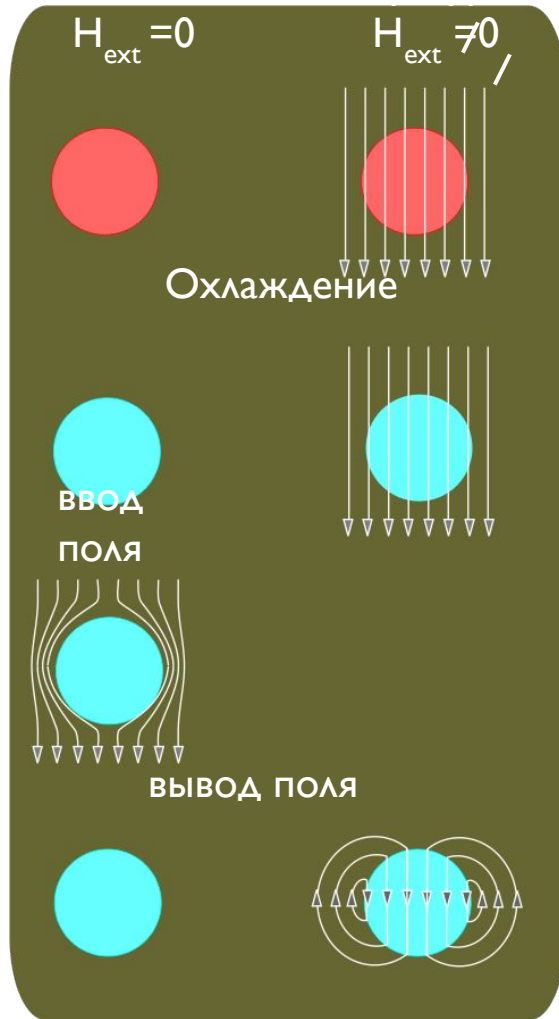
Рассмотрим два пути из состояния А в состояние В:

1. Охлаждение в нулевом поле с последующим подъемом поля.
2. Охлаждение в магнитном поле

# Эффект Мейснера в сверхпроводнике I рода

Гиперпроводник

Сверхпроводник



Переход гиперпроводника не является термодинамическим переходом

Переход сверхпроводника - термодинамический

В гиперпроводнике магнитное поле замораживается, из сверхпроводника - выталкивается

# Электродинамика

## Гиперпроводника

Вспомним, как переменное магнитное поле проникает в металл.

Из уравнений Максвелла первого получаем

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

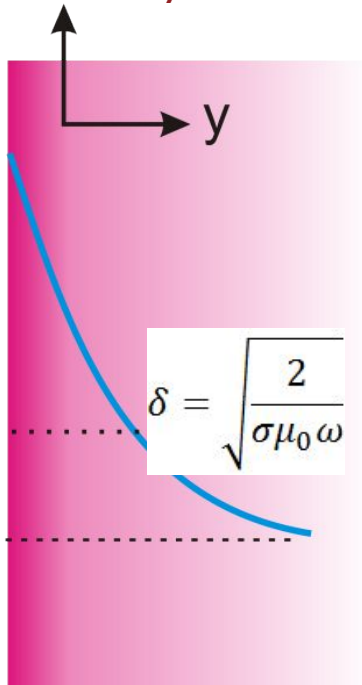
, взяв ротор из

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \operatorname{rot} \mathbf{j} = \sigma \mu_0 \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\sigma \mu_0 \frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$\Delta \mathbf{B} = \sigma \mu_0 \frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{B}) = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - (\nabla \nabla) \mathbf{B} = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{B}) - \Delta \mathbf{B}$$

по z-ось



Уравнение для  $B_z$

$$\frac{d^2 B_z}{dy^2} = \sigma \mu_0 \frac{dB_z}{dt}$$

$$\frac{d^2 B_z(y)}{dy^2} = i \sigma \mu_0 \omega B_z(y)$$

Решение:  $B_z(y, t) = A_1 e^{-ky - i\omega t} + A_2 e^{ky + i\omega t}$

$$k = \sqrt{i \sigma \mu_0 \omega} = (1 + i) \sqrt{\frac{\sigma \mu_0 \omega}{2}} \quad \text{т.к.} \quad \sqrt{i} = \left\{ \frac{1 + i}{\sqrt{2}}, \frac{-1 - i}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$B_z(y, t) = B_{z0} e^{-\alpha y} e^{i(\omega t - \alpha y)} \quad A_2 = 0$$

Амплитуда поля убывает экспоненциально. Имеется сдвиг по фазе по мере углубления в металл.

Если в гиперпроводнике  $\sigma \rightarrow \infty$ , то ток должен течь по поверхности при толщине слоя равной нулю!

До 1933 г. было известно единственное свойство сверхпроводника – бесконечная проводимость.



# Электродинамика гиперпроводника

R. Becker, G. Heller и F. Sauter в 1933 г. рассмотрели случай гиперпроводника детальной: Если нет сопротивления, то электроны ускоряются электрическим

полем:  $m^* \frac{dv_s}{dt} = e^* E$  причем  $J_s = n_s e^* v_s$ , тогда  $\mu_0 \lambda_L^2 \frac{\partial J_s}{\partial t} = E$

где  $\lambda_L^2 = \frac{m^*}{\mu_0 n_s e^{*2}}$  Взяв ротор от обеих частей последнего уравнения

и, воспользовавшись уравнением Максвелла  $\text{rot} E = -\frac{dB}{dt}$ , получим:  $\lambda_L^2 \Delta \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

Проинтегрировав его по времени получим  $\Delta (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) = (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) / \lambda_L^2$

т.е. изменение поля проникает на глубину  $\lambda_L$ . А  $\mathbf{B}_0$  – поле, существовавшее в материале до изменения внешнего поля.

После открытия Мейснером явления выталкивания магнитного поля из сверхпроводника Лондоном не оставалось ничего иного, как положить  $\mathbf{B}_0 = 0$

# Уравнения Лондонов

Классическая электродинамика любого металла описывается уравнениями Максвелла  $rot \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$   $rot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  в сочетании с материальным уравнением материала.

Для нормальных металлов материальное уравнение – закон Ома.

Для сверхпроводников I рода – уравнения Лондонов:

$$\frac{d(\mu_0 \lambda_L^2 \vec{j})}{dt} = \vec{E}$$

описывает ускорение носителей электрическим

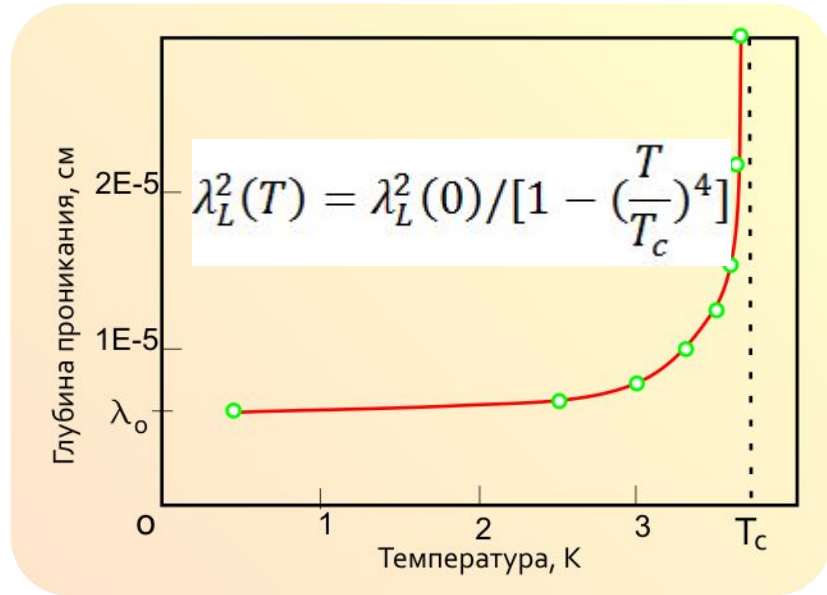
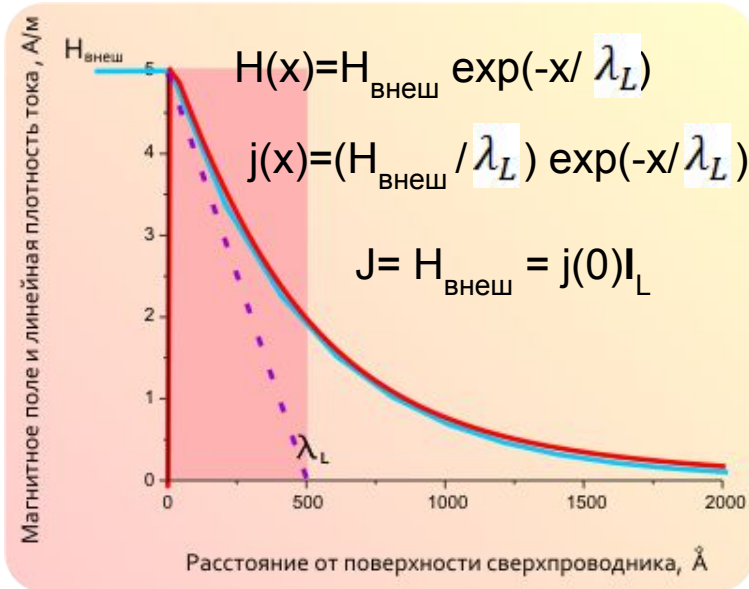
$$rot(\mu_0 \lambda_L^2 \vec{j}) = -\vec{B}$$

описывает выталкивание поля из объема сверхпроводника.

Действительно  $rot rot \vec{B} = rot(\mu_0 \vec{j}) = -\frac{\vec{B}}{\lambda_L^2} = -\nabla^2 \vec{B}$  нений Максвелла,

Получим:

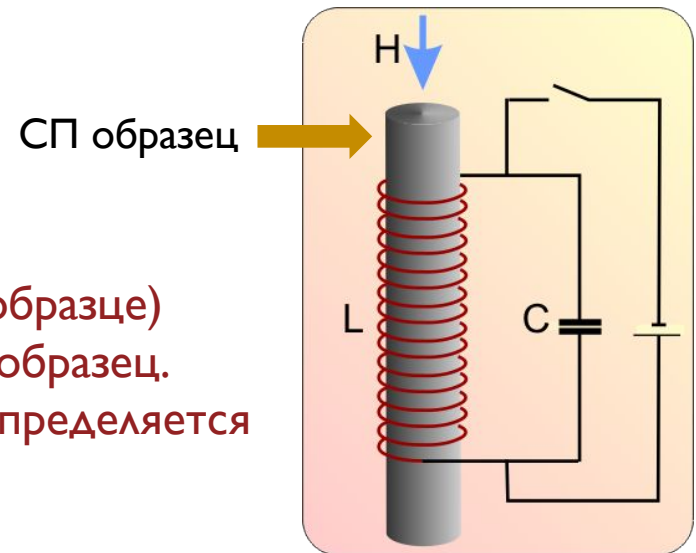
# Зависимость глубины проникания от температуры



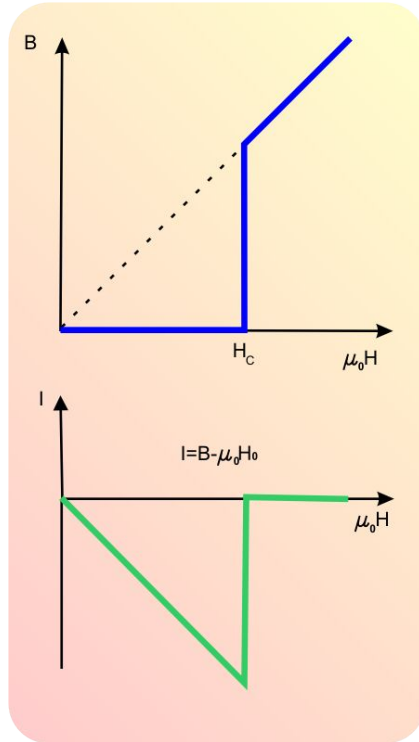
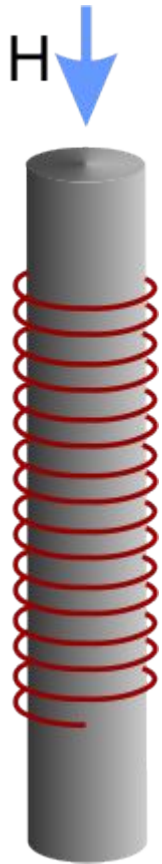
Характер проникания поля и тока в полубесконечный сверхпроводник с плоской границей

## Измерение глубины проникания

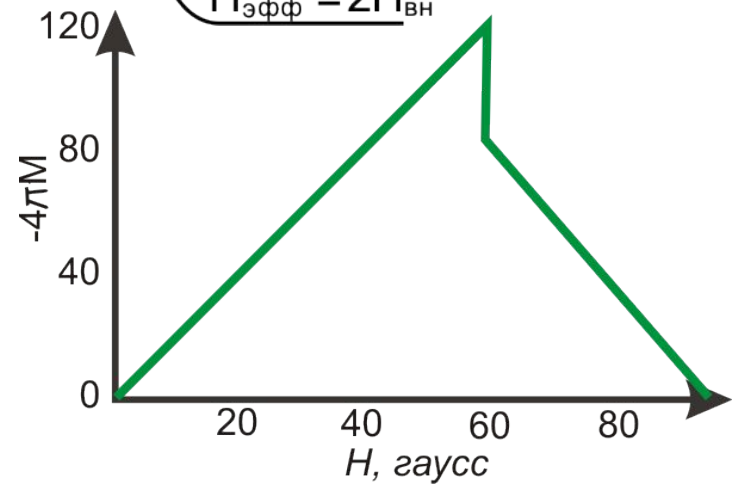
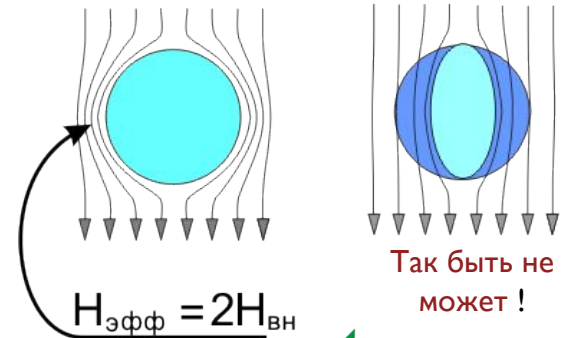
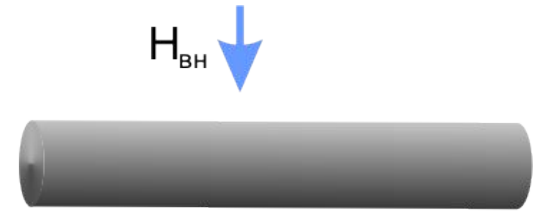
Индуктивность соленоида (поток  $\Phi$  в образце) зависит от глубины проникания поля в образец. Индуктивность с высокой точностью определяется по частоте колебаний в LC-контуре.



# Намагниченность сверхпроводника I рода



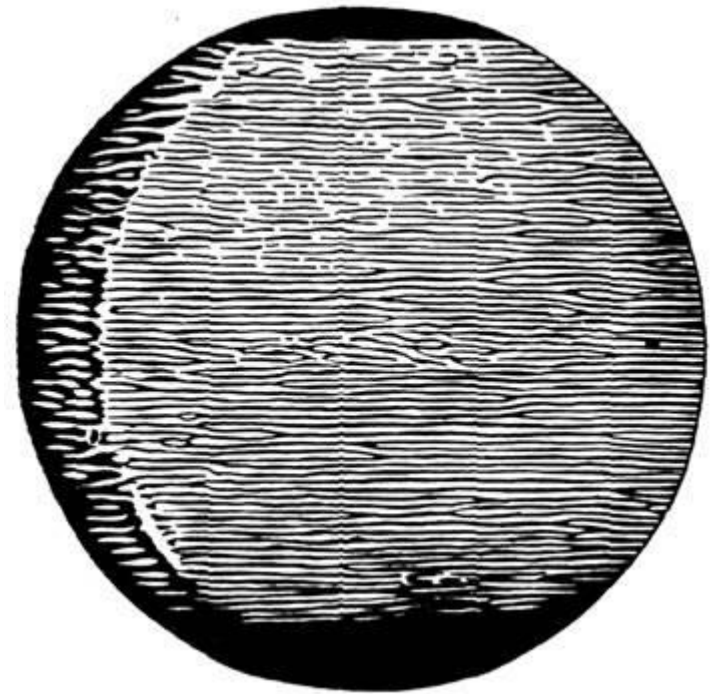
Индукция и магнитный момент  
 сверхпроводника I рода  
 $I = B - \mu_0 H$



Обратимый переход в промежуточное состояние

# Промежуточное состояние

При  $H_{вн} < H_c$  возможны ситуации, когда свободная энергия полностью экранированного сверхпроводника больше свободной энергии нормального состояния, а свободная энергия нормального металла с проникшим полем больше свободной энергии сверхпроводника. В этом случае возникает промежуточное состояние: сверхпроводник разбивается на нормальные и сверхпроводящие области. Тонкость разбиения ограничивается тем, что энергия границы в сверхпроводниках  $\Gamma$  рода положительна.



Фотография промежуточного состояния в сверхпроводящей пластине в перпендикулярном поле, полученная методом ферромагнитных порошков. Тёмные полосы - выход на поверхность  $n$ -доменов, светлые -  $S$ -доменов.

# Критический ток проволоки из сверхпроводника I рода

**Правило Силсби:** Максимальный ток в проволоке из СП создает на её поверхности критическое поле.

Поле на поверхности проволоки при симметричном распределении тока  $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R}$  отсюда  $I_c = 2\pi R H_c$ .

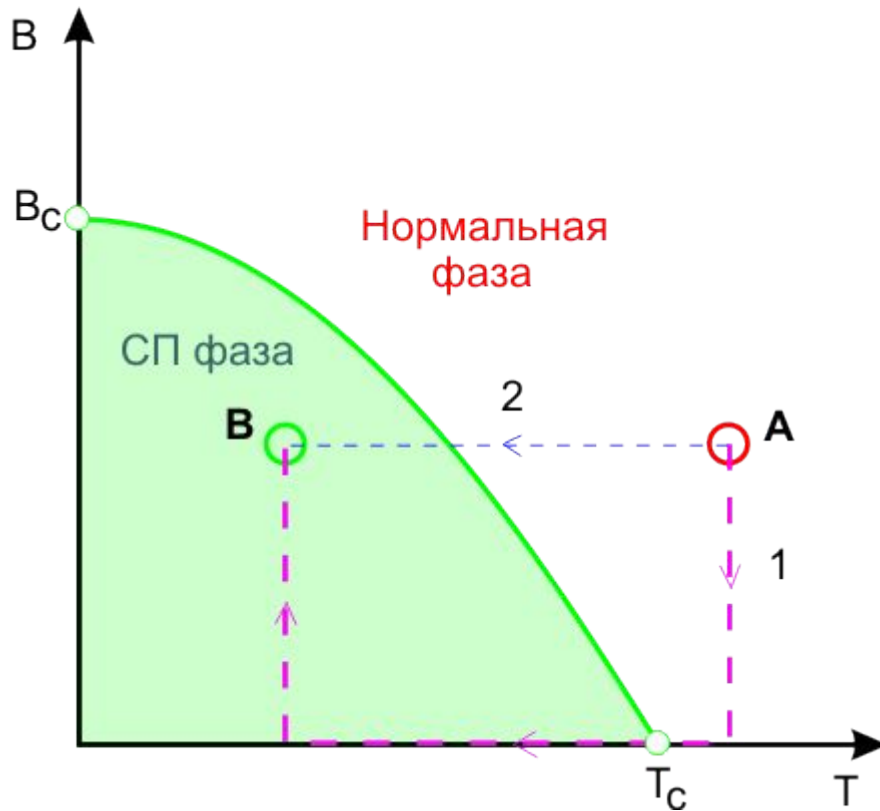
Вычислим плотность критического тока. Он течет на глубине проникания  $\lambda_L$ .

$$j_c = \frac{I_c}{2\pi R \lambda_L} = \frac{B_c}{\mu_0 \lambda_L}$$

У олова  $B_c = 0.0305$  Тл,  $\lambda_L = 5.1 \cdot 10^{-8}$  м получаем  $j_c = 4.76 \cdot 10^{11}$  А/м<sup>2</sup>. Эта величина соответствует критической скорости носителей и называется «**током распаривания**»

Если рассчитать плотность тока на полное сечение проволоки  $j_c^* = \frac{2B_c}{\mu_0 R}$  то для проволоки диаметром 1 мм получим  $9.7 \cdot 10^7$  А/м<sup>2</sup>.

У технических сверхпроводников эта величина на два порядка выше



Поскольку критический ток сверхпроводника I рода однозначно связан с критическим магнитным полем, нет нужды вводить третье измерение (ток) в фазовую диаграмму.

При описании технических сверхпроводников нам потребуется трехмерное пространство  $T$ - $B$ - $j$ . Увидим, что переход технического сверхпроводника с током в нормальное состояние не является термодинамическим (результат зависит от пути).

# Термодинамика сверхпроводников I

## рода

Для анализа тепловых свойств сверхпроводников пользуются потенциалом

Гиббса  $G = U + PV - TS$

. Две фазы находятся в равновесии, когда

равны их гиббсовские потенциалы.

Для простоты рассматривают длинный цилиндр в продольном поле, т.е. в отсутствие промежуточного состояния. Отсутствие поля в объеме

сверхпроводника означает, что оно совершило работу  $\int_0^{H_c} M(H_e) dH_e = \frac{\mu_0 H_c^2}{2}$

$$G_s(H_c) = G_s(0) + \frac{\mu_0 H_c^2}{2} V$$

Если в нормальном состоянии металл не магнетик, то

$$G_n(H_c) = G_n(0)$$

Получаем для определения критического поля  $G_n(0) - G_s(0) = \frac{\mu_0 H_c^2}{2} V$

Дифференцируя по температуре (поскольку  $S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p,H}$ ), получаем

$$S_n(0) - S_s(0) = \frac{\mu_0 H_c}{2} V \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

В нулевом поле энтропии равны, т.е. переход 2 рода без выделения тепла.

В магнитных полях переход I рода с поглощением тепла.



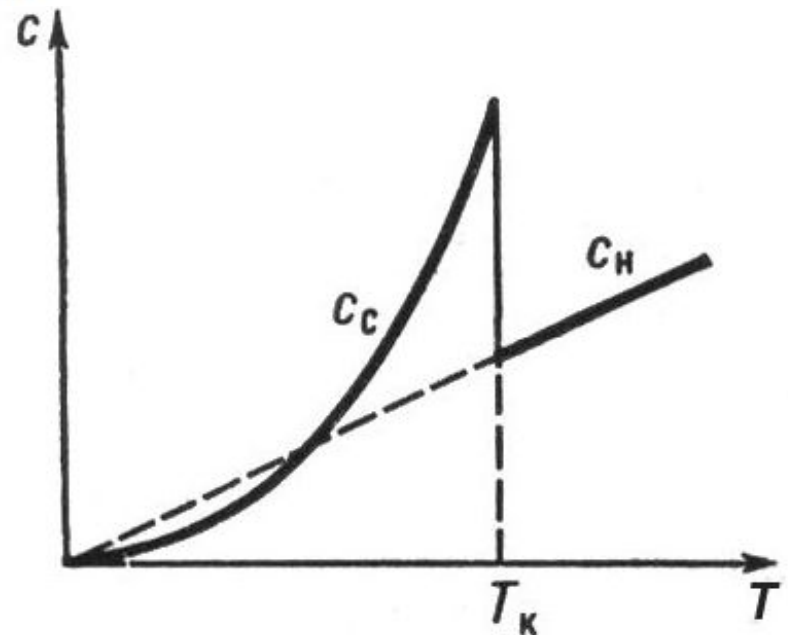
# Термодинамика сверхпроводников I рода

Полученные выражения, позволяют рассчитать различие в теплоемкостях При  $T=T_c$  и в нулевом поле

$$c_s - c_n = \frac{\mu_0}{2} VT \left( \frac{\partial H_c}{\partial T} \right)_{T=T_c}^2$$

Эксперимент показывает, что при критической температуре имеется скачок теплоемкости.

Описанный подход позволяет рассчитать механические эффекты при сверхпроводящем переходе, Установить связь между магнитными и Тепловыми свойствами сверхпроводника, Но это за пределами курса, так как нас будут интересовать технические сверхпроводники .



## Квантование магнитного потока

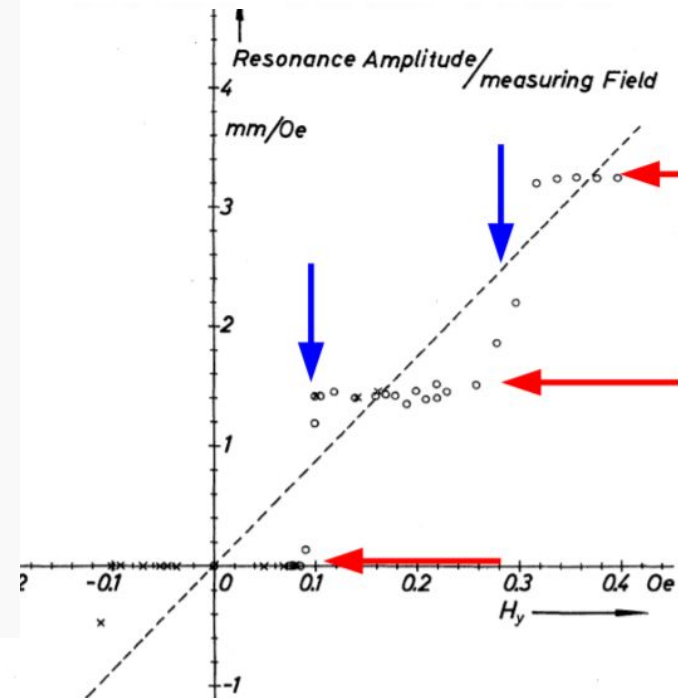
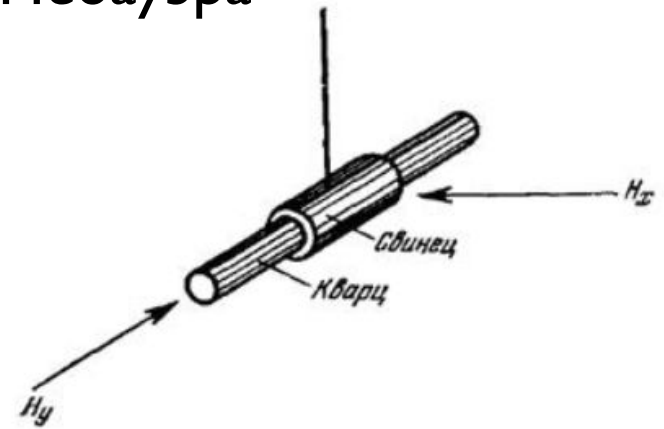
Сверхпроводимость – квантовое явление. В 1948 г. Г. Лондон предсказал, что магнитный поток дискретен:  $\Phi = nh/e = n\Phi_0$ .  
В действительности нужно иметь в виду, что ток переносится парами электронов

$$\Phi_0 = h/2e = 2,067833636(81)E(-15) \text{ Вб.}$$

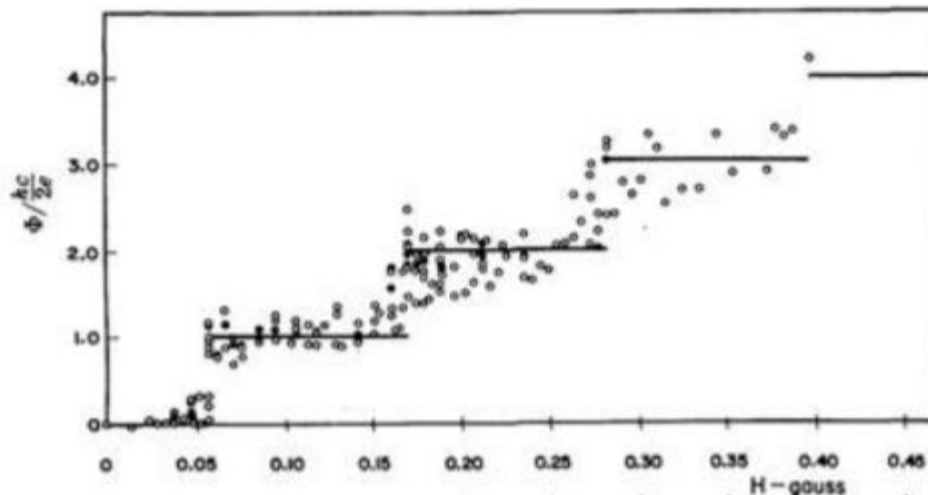
В июне 1961 года две группы экспериментаторов – Б.С. Дивер и У.М. Фэрбенк (Стенфордский ун-т, Калифорния, США), и Р. Долл и М. Нёбауэр (Баварская Академия наук, Германия) объявили об открытии квантования магнитного потока.

# Эксперимент Р.Долла и М.Нёбауэра

В этих экспериментах измерялся магнитный момент трубочки или, точнее говоря, сила, действующая на трубочку во внешнем магнитном поле, перпендикулярном ее оси. Трубочка, напыленная на кварцевую нить, подвешивалась на крутильном подвесе. В перпендикулярном направлении прикладывалось переменное магнитное поле  $H_x$ , величина которого была известна. Это поле создавало переменный момент силы, который приводил систему в колебание. Частота изменений поля автоматически подбиралась равной собственной частоте колебаний системы. Зная декремент затухания, который измерялся предварительно по затуханию свободных колебаний, и измеряя амплитуду колебаний, можно было определить величину момента силы и вычислить магнитный момент трубочки и величину потока через нее.



В экспериментах Дивера и Фейрбенка в качестве сверхпроводящих цилиндров использовались оловянные трубочки с внутренним диаметром порядка  $1,5 \cdot 10^{-3}$  см и длиной около 1 см. При этом магнитное поле внутри трубочки, если магнитный поток через нее был равен одному кванту  $\Phi_0$  равнялось примерно 0,1 гс. Это довольно значительное поле. (Магнитное поле Земли составляет 0,5 гс.) Возле концов трубочки помещались маленькие катушки, предназначенные для измерения создававшегося трубочкой магнитного поля. Каждая из катушек имела 10 000 витков. Во время измерения трубочка колебалась с амплитудой в 1 мм и частотой 1000 гц вдоль своей оси. При этом в измерительных катушках возбуждалась электродвижущая сила, которая и измерялась. Прибор предварительно калибровался так, что величина ЭДС прямо давала значение поля в трубочке. Оказалось, что в пределах точности эксперимента магнитный поток в трубочке действительно мог меняться только скачком





**Спасибо за внимание**