

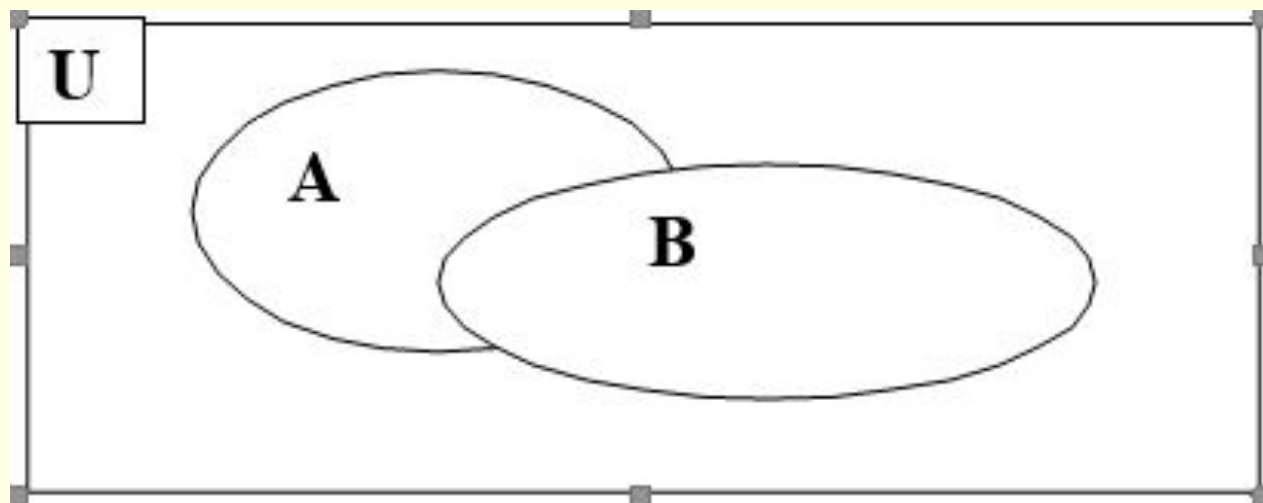
Дискретна математика

Декартів добуток множин.

Зміст

- 1. Потужність скінченої множини.**
- 2. Упорядковані множини.**
- 3. Декартів добуток множин.**

Для інтерпритації множин і операцій над ними використовуються геометричні фігури – кола Эйлера (діаграми Венна).

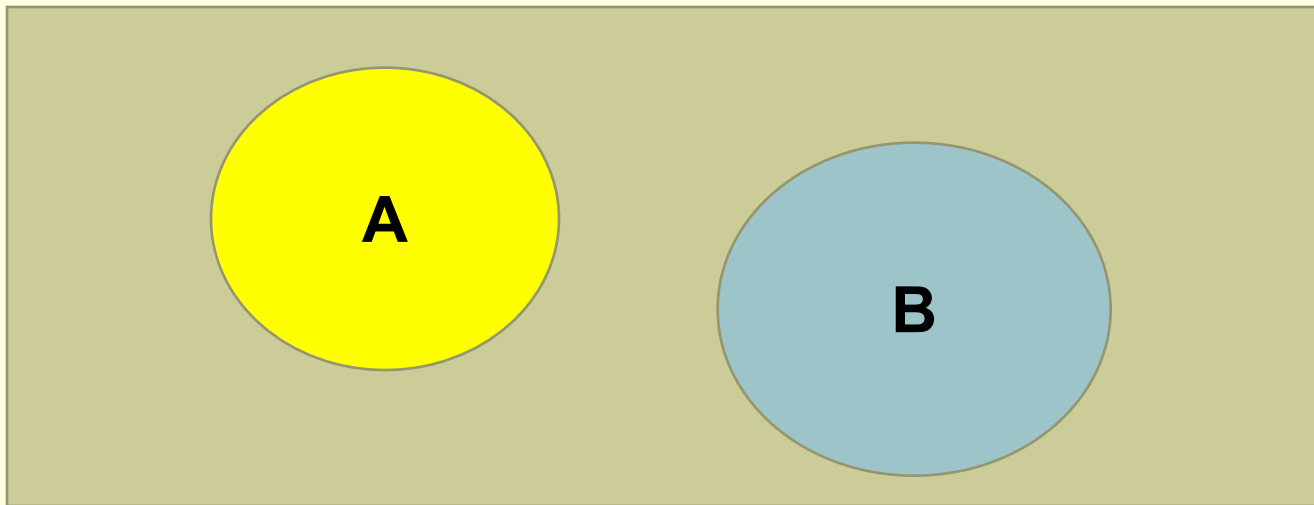


Потужність множин

Потужність скінченної множини A визначається як кількість елементів, що належать множині A .

Можна позначати $n(A)$ або $|A|$.

- Нехай A, B – скінченні множини, що не перетинаються, тобто $A \cap B = \emptyset$
Тоді $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

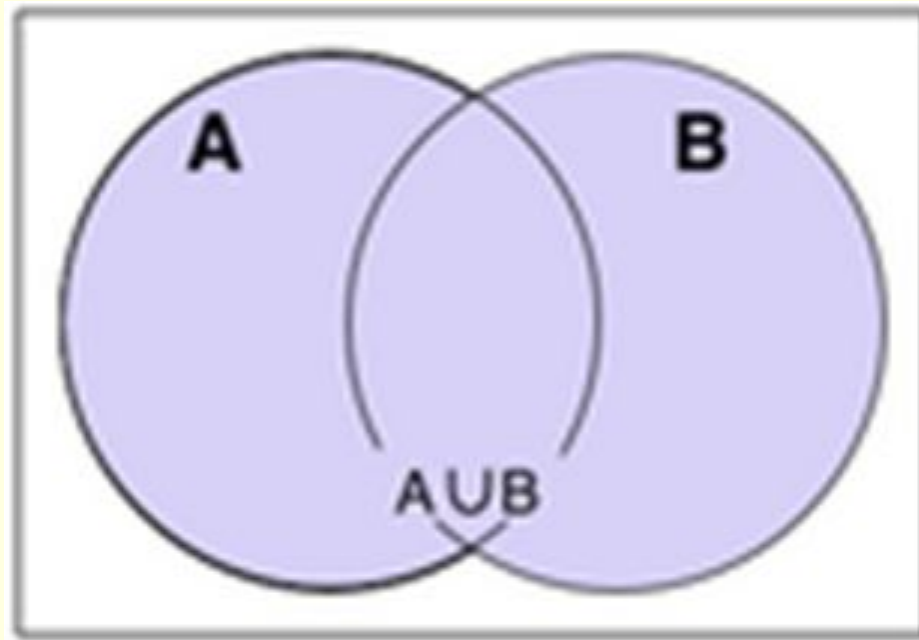


Це твердження вірне для довільної кількості множин, що не перетинаються.

Нехай A_i ($i=1,2,3,\dots,n$) – скінчені множини, що не перетинаються. Тоді

$$n(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum n(A_i),$$

- Нехай A, B – довільні скінченні множини, тоді $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.



Упорядковані множини

- Усяку множину можна упорядкувати, якщо кожному елементу її поставити у відповідність деяке натуральне число від 1 до n . Таке число буде номером елемента.
- Визначення: Упорядкованою множиною чи **кортежем** називається послідовність елементів множини, у якій кожен елемент займає визначене місце, елементи кортежу називаються його компонентами.

Довжиною кортежу називають кількість його координат.

Декартів добуток множин

Визначення: Декартовим добутком множин A і B називається множина $A \times B$, що складається з всіх упорядкованих пар, перший компонент яких належить множині A , а другий компонент належить множині B .

$$A \times B = \{ \langle a, b \rangle \in A \times B \mid a \in A, b \in B \}$$

Приклад: $A = \{a, c\}$; $B = \{1, 2\}$; $A \times B = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle \}$.

Очевидно, що якщо $|A| = n$, а $|B| = m$,
то $|A \times B| = n \cdot m$

-
- Два кортежі (вектори) однакової довжини вважаються рівними тоді і тільки тоді, коли рівні відповідні їх координати,

тобто $a_i = b_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Отже кортежі $\langle a, b, c \rangle$ і $\langle a, c, b \rangle$ різні, а множини $\{a, b, c\}$ і $\{a, c, b\}$ рівні між собою.

Декартовий добуток має такі властивості:

$$A \times B \neq B \times A$$

$$A \times (B \times C) \neq (A \times B) \times C \neq A \times B \times C$$

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$$

$$A \times A \times \dots \times A = A^n$$

$$A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$

Домашнє завдання

Приклад: Задано $A = \{0, 2, 3\}$; $B = \{a, b\}$;
Знайти декартовий добуток $A \times B = ?$

$B \times A = ?$

Домашнє завдання

*Приклад: Задано $A = \{-1, 0, 2\}$; $B = \{1, 2\}$;
Знайти декартовий добуток $A \times B = ?$
 $B \times A = ?$*