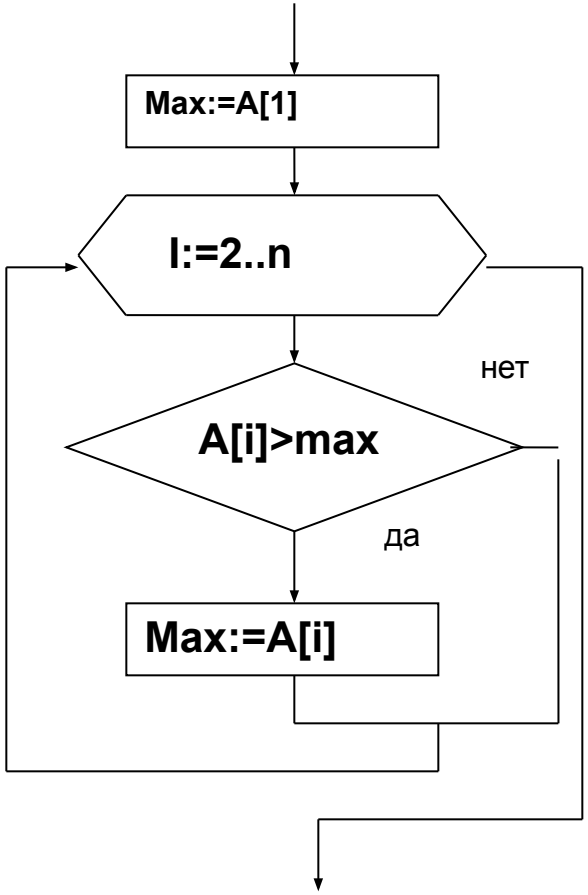
Оценка сложности алгоритмов

На примере обработки массивов

Тютина Т,В.
учитель информатики и ИКТ
МБОУ СОШ № 95

Алгоритм нахождения наибольшего элемента в массиве



Количество операций сравнения на 1 меньше, чем количество элементов в массиве, т. е. N-1

Сложность алгоритма обозначается T(N)

T(N)=N-1

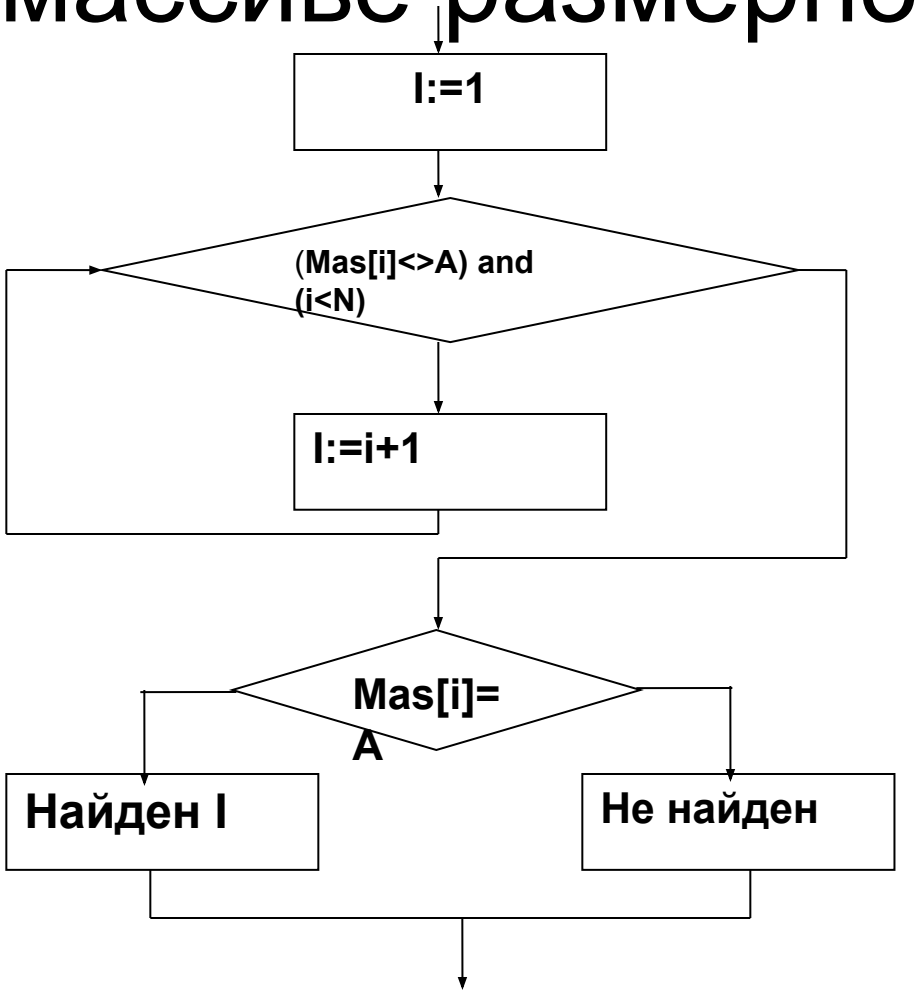
Алгоритм поиска элемента в массиве размерности N

Mas:array[1..N] of integer;

A- некоторое искомое значение

Идея алгоритма: нужно двигаться по массиву и сравнивать каждую ячейку с заданным значением. Как только будет обнаружено равенство либо достигнут конец массива, то необходимо остановиться и выдать сообщение.

Алгоритм поиска элемента в массиве размерности N



T(N)=N

Алгоритм поиска в упорядоченном массиве размерности N

Идея алгоритма: остановиться на первом элементе, большем того, который ищем, т.е. в условии заменить

Mas [i] <A

Сложность алгоритма T(N)=N

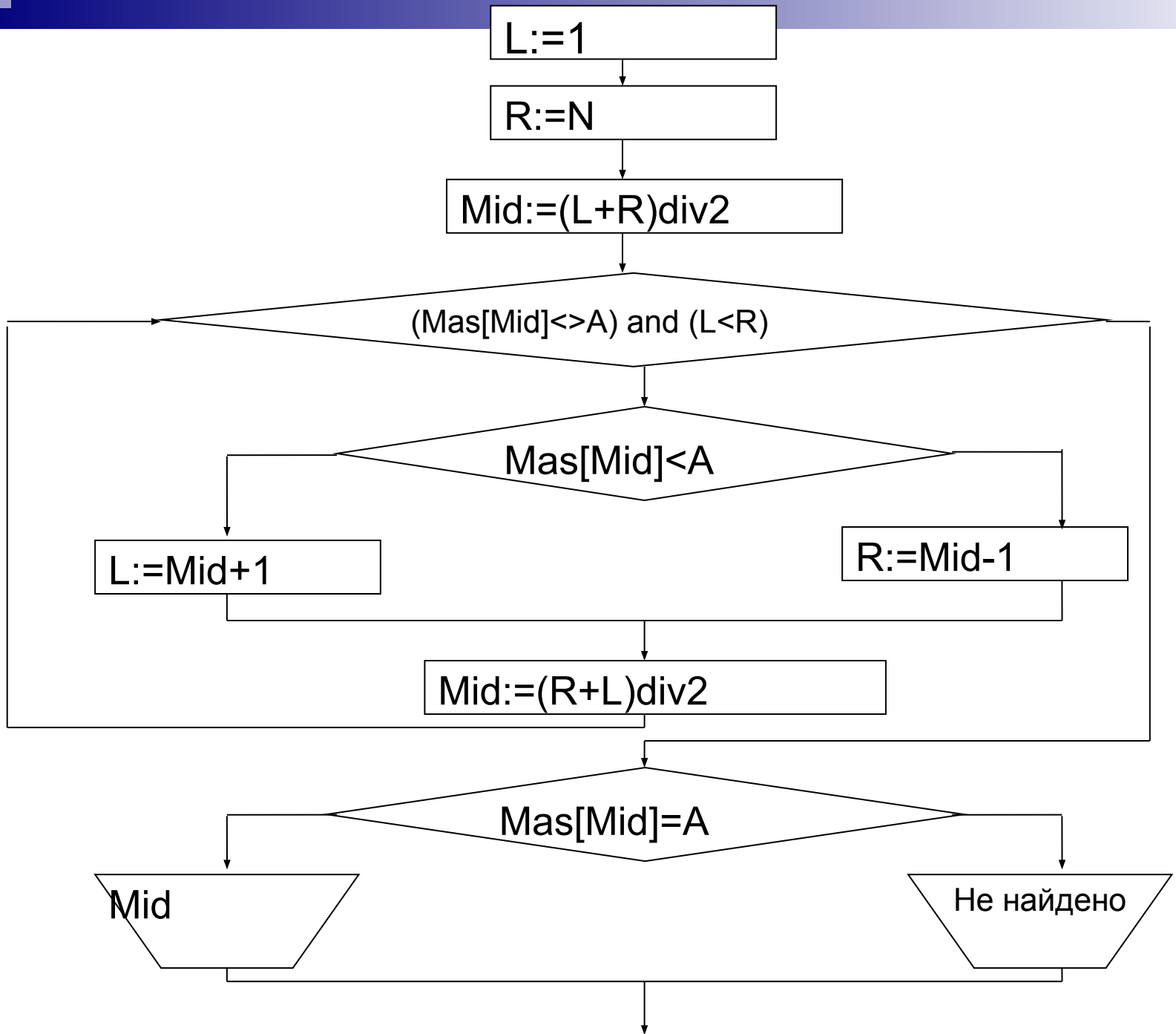
Алгоритм поиска в упорядоченном массиве размерности N

Идея алгоритма: 1. Возьмём элемент, стоящий в середине массива. Если он равен A, то алгоритм закончен. Если элемент > A, то искомый элемент находится в левой половине массива, а правую половину можно больше не рассматривать.

2. Аналогично, если элемент <A, то искомый элемент в правой половине.

3. С оставшейся частью массива выполняем аналогичные действия.

4. Эти действия повторяем пока нужный элемент не будет найден или в массиве не останется элементов.


L:=1
R:=N
Mid:=(L+R)div2
(Mas[Mid]<>A) and (L<R)
Mas[Mid]<A
L:=Mid+1
R:=Mid-1
Mid:=(R+L)div2
Mas[Mid]=A
Mid
Не найдено

Количество шагов n (сложность алгоритма) и размер массива N связаны формулой:

$$2^n=N$$

$$T(N)=\log_2 N$$

Задача: упорядочить массив (другим массивом пользоваться нельзя)

Способ решения: «пузырьковая сортировка»

Идея решения: массив можно упорядочить, меняя местами некоторые элементы, стоящие в «неправильном порядке».

Ограничимся сравнением и обменом только соседних элементов в массиве и начнём сравнение с конца.

Ход сортировки

1.) исходный массив

3 7 9 4 1 5 2 8	не меняем местами 2 и 8
3 7 9 4 1 5 2 8	меняем местами 5 и 2
3 7 9 4 1 2 5 8	не меняем 1 и 2
3 7 9 4 1 2 5 8	меняем местами 4 и 1
3 7 9 1 4 2 5 8	меняем местами 9 и 1
3 7 1 9 4 2 5 8	меняем местами 7 и 1
3 1 7 9 4 2 5 8	меняем местами 3 и 1
1 3 7 9 4 2 5 8	

Сделав один проход по массиву, мы поставили на место наименьший элемент

Ход сортировки

2.) Повторяем проход с конца массива, но теперь не доходя до первого элемента.

1 3 7 9 4 2 5 8	не меняем местами 5 и 8
1 3 7 9 4 2 5 8	не меняем местами 5 и 2
1 3 7 9 4 2 5 8	не меняем 4 и 2
1 3 7 9 2 4 5 8	меняем местами 2 и 9
1 3 7 2 9 4 5 8	меняем местами 2 и 7
1 3 2 7 9 4 5 8	меняем местами 2 и 3
1 2 3 7 9 4 5 8	

Сделав второй проход, поставили на место второй элемент.

Ход сортировки

3.) Сделав N-1 проход по массиву – упорядочим весь массив.

Программа

Один проход по массиву:

```
For j:=N downto 2 do
     if Mas[j-1]>Mas[j] then
         begin
             Tmp:=Mas[j];
              Mas[j]:=Mas[j-1];
              Mas[j-1]:=Tmp
        End;
```

Программа

Этот проход надо повторить N-1 раз.

```
For i:=2 to N do
    For j:=N downto i do
     if Mas[j-1]>Mas[j] then
         begin
             Tmp:=Mas[j];
              Mas[j]:=Mas[j-1];
              Mas[j-1]:=Tmp
        End;
```

Сложность алгоритма

Алгоритм делает порядка (N-1)+(N-2)+…+2+1=N(N-1)/2 шагов, что примерно равно N^2.

$$T(N)= N^2$$

При N=1000000 элементов потребуется примерно $1000000^2=10^{12}$ шагов (10^3с)