Системы массового обслуживания

- понятие и структура СМО
- классификация СМО
- основные характеристики работы СМО
- имитационное моделирование в исследовании СМО

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

это прикладная область теории случайных процессов, занимающаяся исследованием вероятностных моделей реальных систем обслуживания

Основоположник ТМО:
Агнер Эрланг (1878 – 1929)
занимался решением задач телефонии

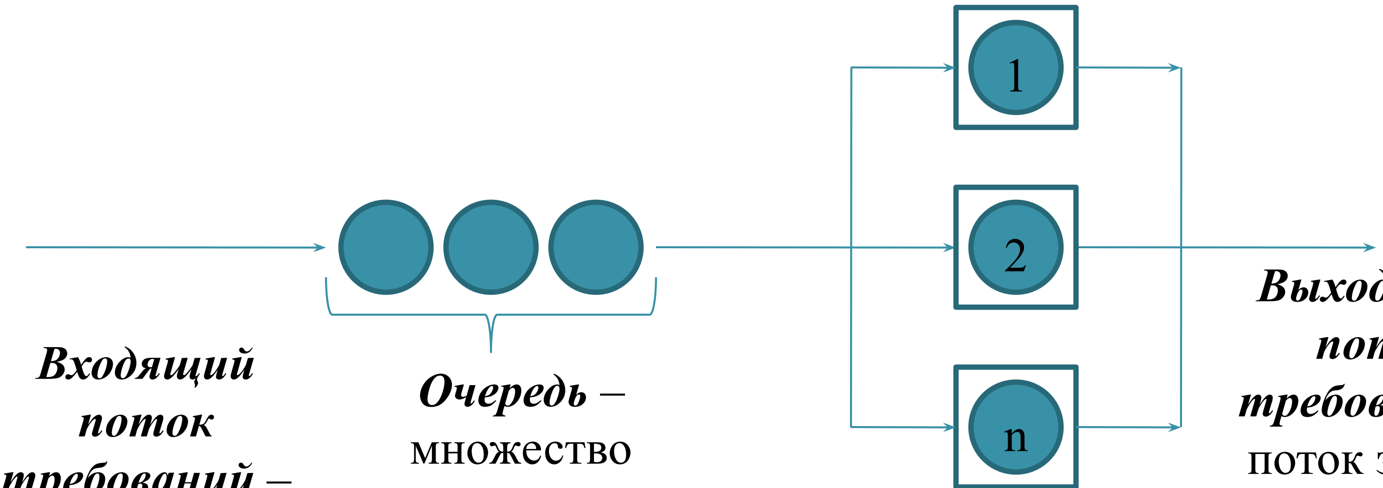
Термин ТМО ввёл:
А. Я. Хинчин (1894 – 1959)

СМО – это система, в которой, с одной стороны, возникают массовые запросы (требования) на выполнение каких-либо услуг, а с другой происходит удовлетворение этих запросов.

Элементы СМО:

- источник требований (заявка на обслуживание)
- входящий поток требований
- очередь
- обслуживающие устройства (каналы обслуживания)
- выходящий поток требований

СТРУКТУРА СМО



Входящий поток требований – последовательность заявок, поступающих на пункт обслуживания

Очередь – множество заявок, ожидающих обслуживания

Каналы обслуживания – совокупность устройств, выполняющих операции по обслуживанию заявок

Выходящий поток требований – поток заявок, покидающих обслуживающую систему

ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК ТРЕБОВАНИЙ

это поток, в котором вероятность поступления требований в систему подчиняется закону Пу

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШЕГО ПОТОКА:

- ординарность (практическая невозможность одновременного поступления двух и более требований)
- стационарность (математическое ожидание числа требований, поступающих в систему в единицу времени не меняется во времени)
- отсутствие последействия (число требований, поступивших в систему до момента *t*, не определяет того, сколько требований поступит в следующий момент времени)

КЛАССИФИКАЦИЯ СМО

- В зависимости от условий ожидания начала обслуживания:
  - СМО с потерями (отказами)
  - СМО с ожиданием

- По числу каналов обслуживания:
  - одноканальные
  - многоканальные

- По месту нахождения источника требований:
  - разомкнутые
  - замкнутые

МЕТОДЫ
ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

- Аналитические

позволяют получить характеристики системы как некоторые функции параметров её функционирования

- Имитационные

основаны на моделировании процессов массового обслуживания на ЭВМ

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОТЫ СМО

- ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ (q)

  средняя доля пришедших заявок, обслуживаемых системой

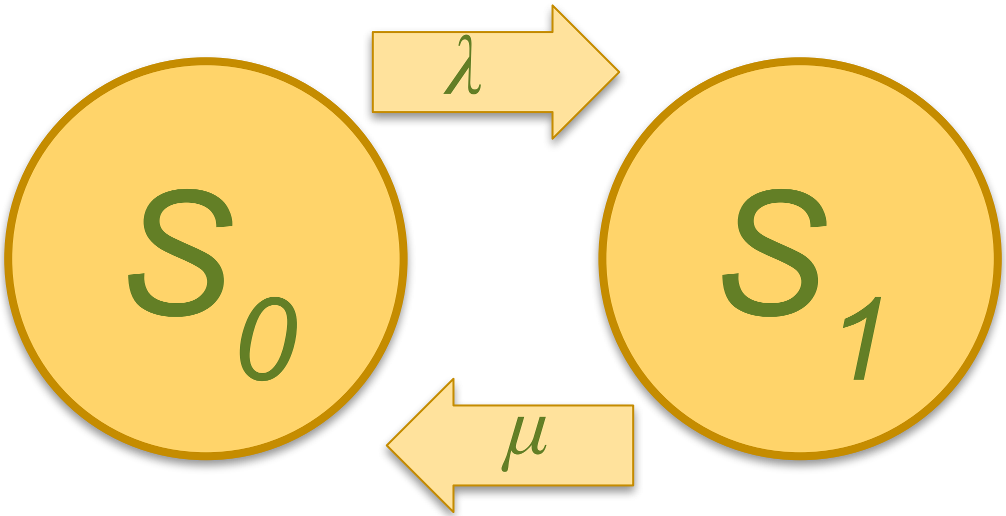
- АБСОЛЮТНАЯ ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ (A)

  среднее число заявок, обслуживаемых системой

- ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКАЗА ($P_{отк}$)

  вероятность того, что заявка покинет систему необслуженной

ОДНОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗАМИ



λ – интенсивность поступления заявок в систему

μ – интенсивность обслуживания

S_0 – канал свободен (ожидание)

S_1 – канал занят (идёт обслуживание заявки)

ПРИМЕР

Пусть одноканальная СМО с отказами представляет собой один пост ежедневного обслуживания для мойки автомобилей. Заявка – автомобиль, прибывший в момент, когда пост занят, – получает отказ в обслуживании. Интенсивность потока автомобилей λ=1,0 (автомобиль в час). Средняя продолжительность обслуживания – 1,8 часа. Поток автомобилей и поток обслуживаний являются простейшими.

Требуется определить в установившемся режиме предельные значения:

- относительной пропускной способности q;
- абсолютной пропускной способности A;
- вероятности отказа $P_{отк}$.

Сравнить фактическую пропускную способность СМО с номинальной, которая была бы, если бы каждый автомобиль обслуживался точно 1,8 часа и автомобили следовали один за другим без перерыва.

РЕШЕНИЕ

- Определим интенсивность потока обслуживания: $\mu = \frac{1}{\bar{t}_{\text{обсл}}} = \frac{1}{1,8} = 0,555$

- Вычислим от $q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{0,555}{1 + 0,555} = 0,356$ ю способность:

- Абсолютную пропускную способность определим по формуле:

$$A = \lambda \cdot q = 1 \cdot 0,356 = 0,356$$

- Вероятность отказа:

$$P_{отк} = 1 - q = 1 - 0,356 = 0,644$$

- Определим номинальну $A_{\text{ном}} = \frac{1}{\bar{t}_{\text{обсл}}} = \frac{1}{1,8} = 0,555$ способность системы:

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИССЛЕДОВАНИИ СМО

- *Имитационное моделирование*
  методология исследования меняющегося во времени динамического поведения систем в условиях неопределённости.

- *Имитационная модель*
  специальный программный комплекс, который позволяет имитировать деятельность какого-либо сложного объекта.

- *Метод Монте-Карло*
  способ исследования вероятностных систем в условиях, когда не известны в полной мере внутренние взаимодействия в этих системах.