

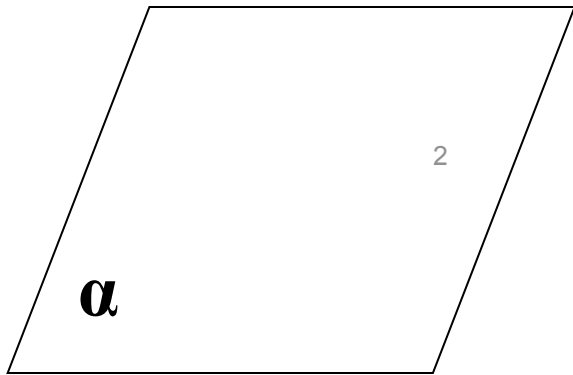
Тема уроку:

Перпендикулярність площин
у просторі.

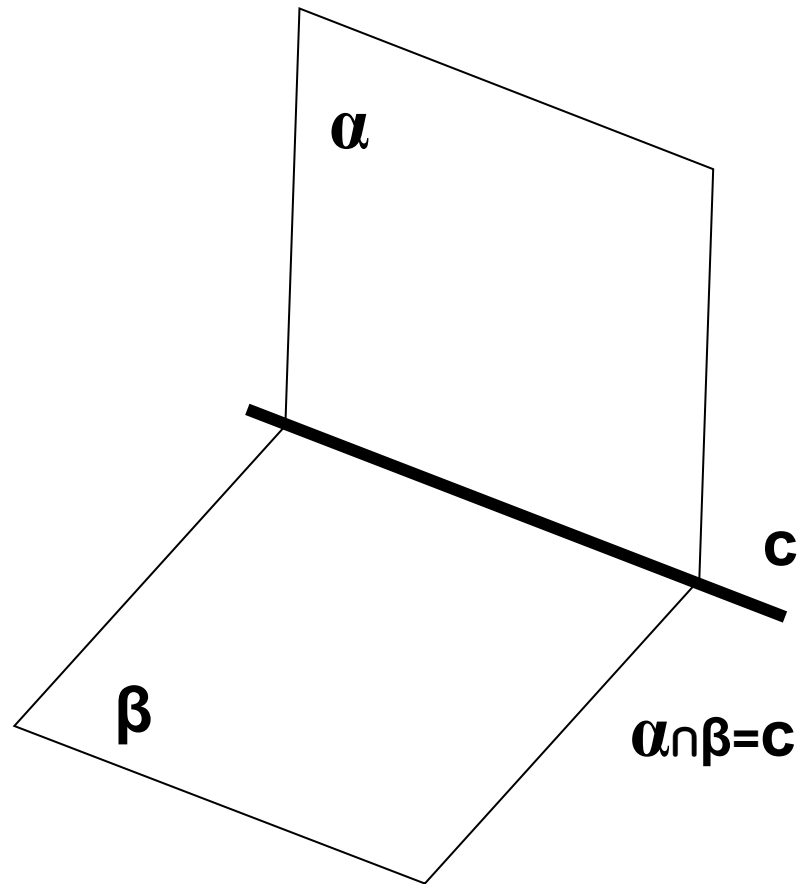
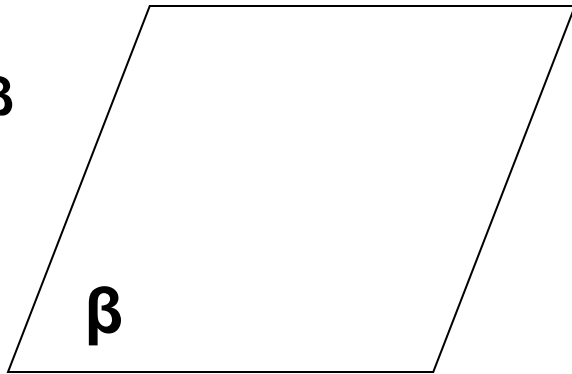
Ознака перпендикулярності площин

Пригадайте!

- Яким може бути взаємне розміщення двох площин в просторі?



$\alpha \parallel \beta$



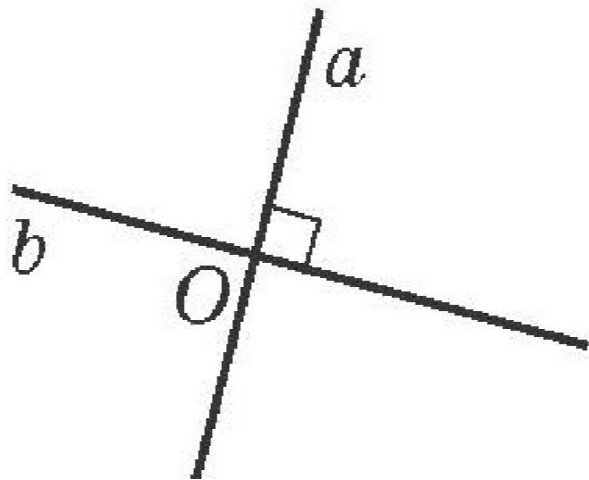
Сформулюйте!

- Означення та ознаку перпендикулярних прямих. 3
- Означення та ознаку перпендикулярності прямої і площини.

Означення

перпендикулярних прямих

Якщо кут між прямими дорівнює 90° , то прямі називаються перпендикулярними.



$$\angle(a;b) = 90^\circ \Rightarrow a \perp b$$

Ознака перпендикулярності прямих в просторі

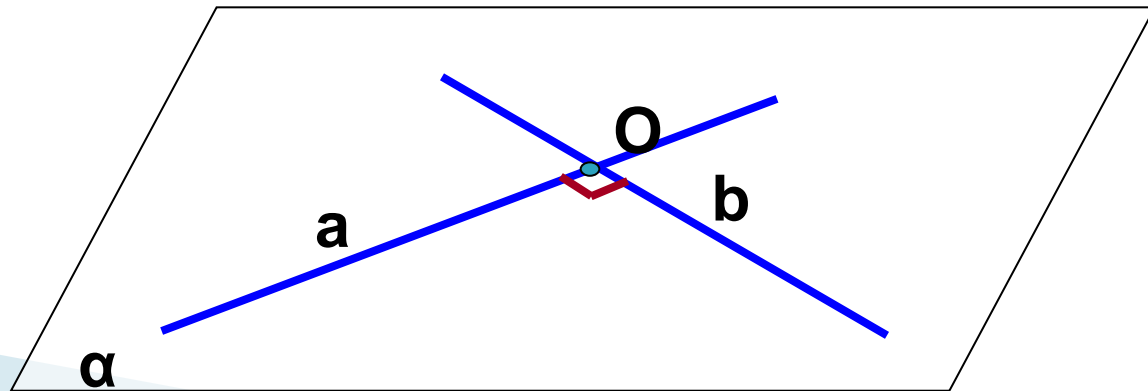
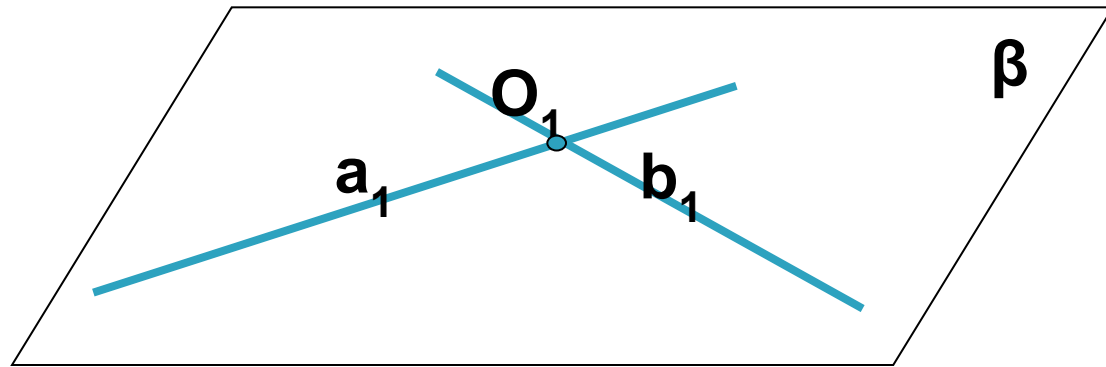
Якщо дві прямі, які перетинаються, відповідно паралельні двом перпендикулярним прямим, то вони теж перпендикулярні.

5

$$a_1 \parallel a, b_1 \parallel b, a \perp b,$$

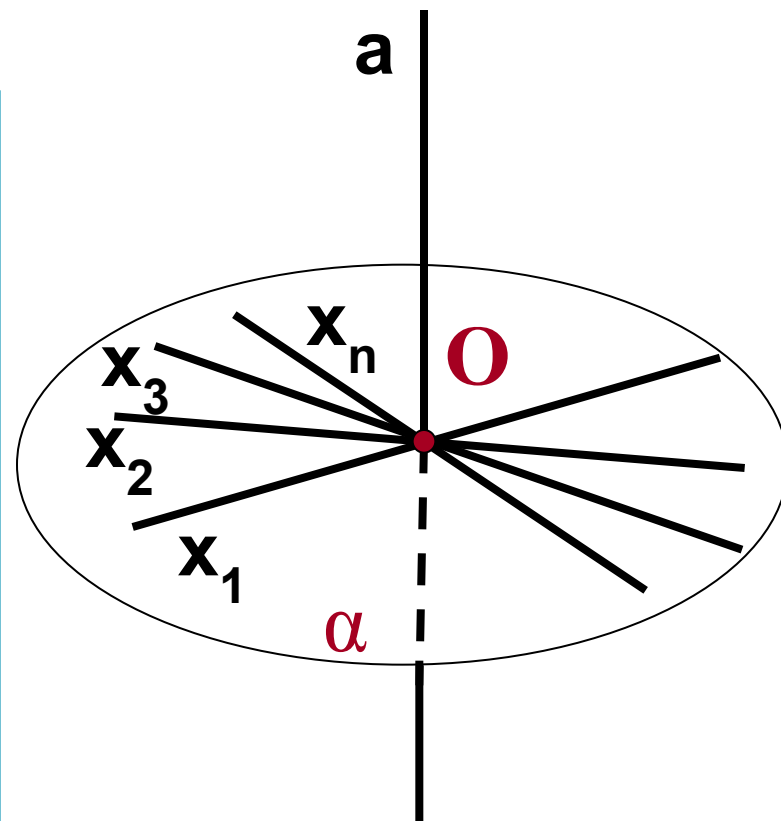
ТО

$$a_1 \perp b_1$$



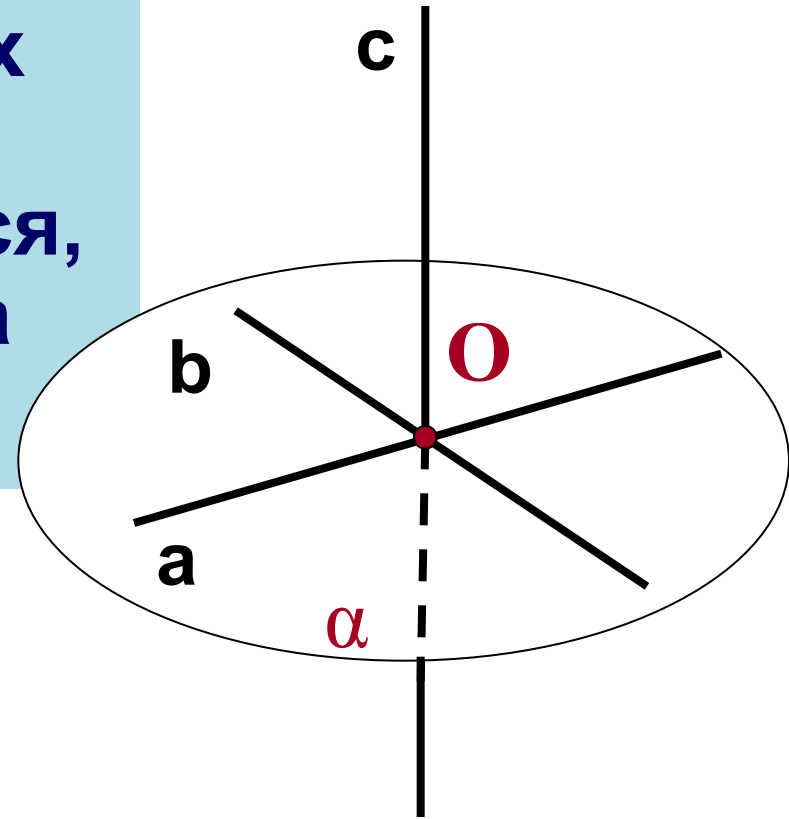
Означення перпендикулярних прямої та площини

Пряма, яка перетинає площину, називається перпендикулярною до цієї площини, якщо вона перпендикулярна до довільної прямої, що лежить на цій площині і проходить через їхню точку перетину.



Ознака перпендикулярності прямої і площини

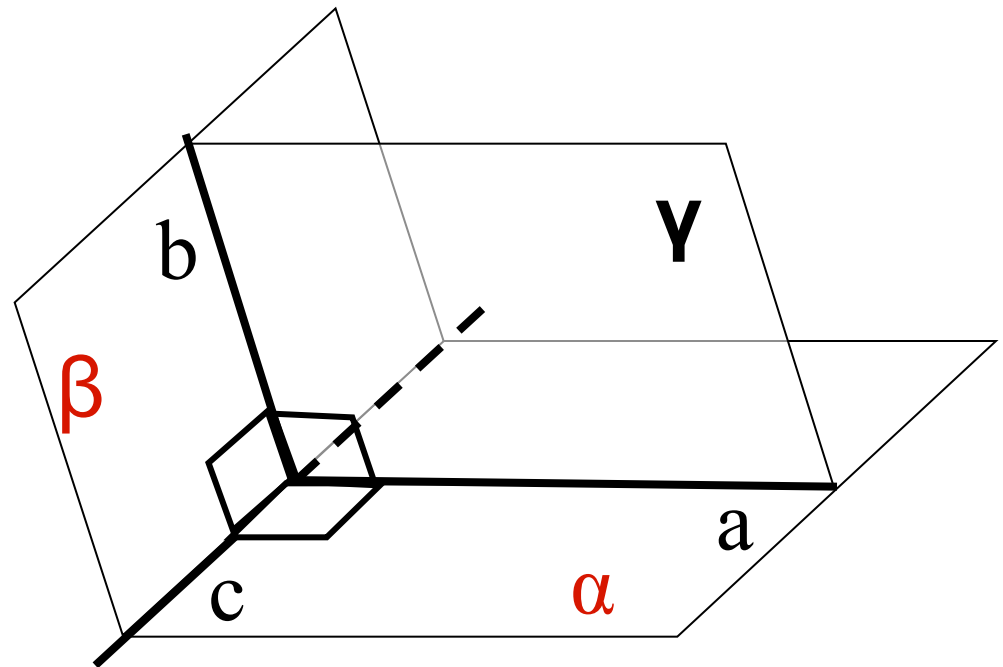
Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині та перетинаються, то вона перпендикулярна до даної площини.



Означення перпендикулярних площин

Дві площини, що перетинаються, називаються перпендикулярними, якщо третя площина, перпендикулярна до прямої перетину цих площин, перетинає їх по перпендикулярних прямих.

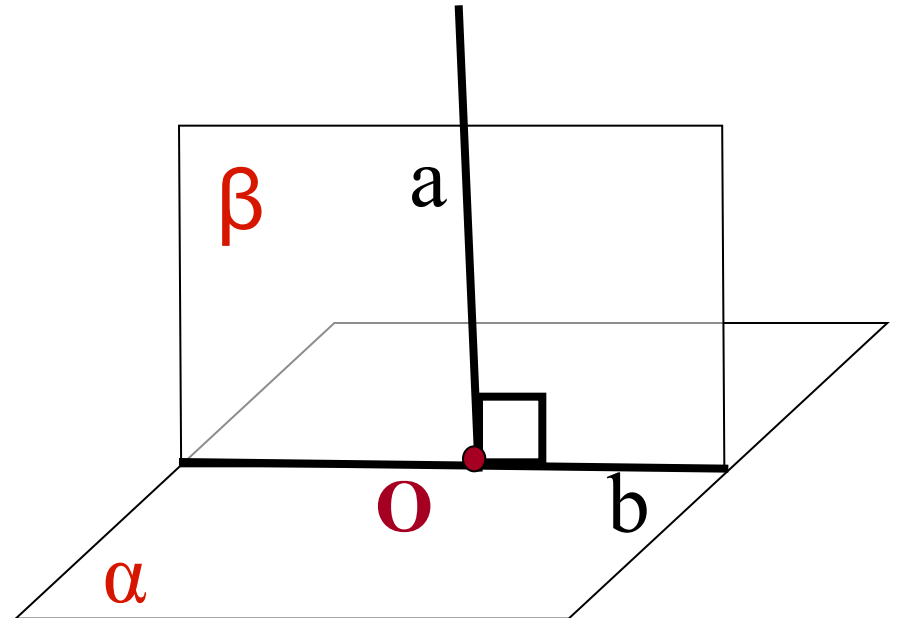
Якщо $\alpha \cap \beta = c$,
 $\gamma \cap \alpha = a$, $\gamma \cap \beta = b$,
 $c \perp \gamma$ і $a \perp b$, то
 $\alpha \perp \beta$



Ознака перпендикулярності ПЛОЩИН

- Якщо одна з двох площин проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то ці площини перпендикулярні.

Дано: α , $a \perp \alpha$;
 $a \cap \alpha = O$; площина β
проходить через a .
Довести: $\beta \perp \alpha$.



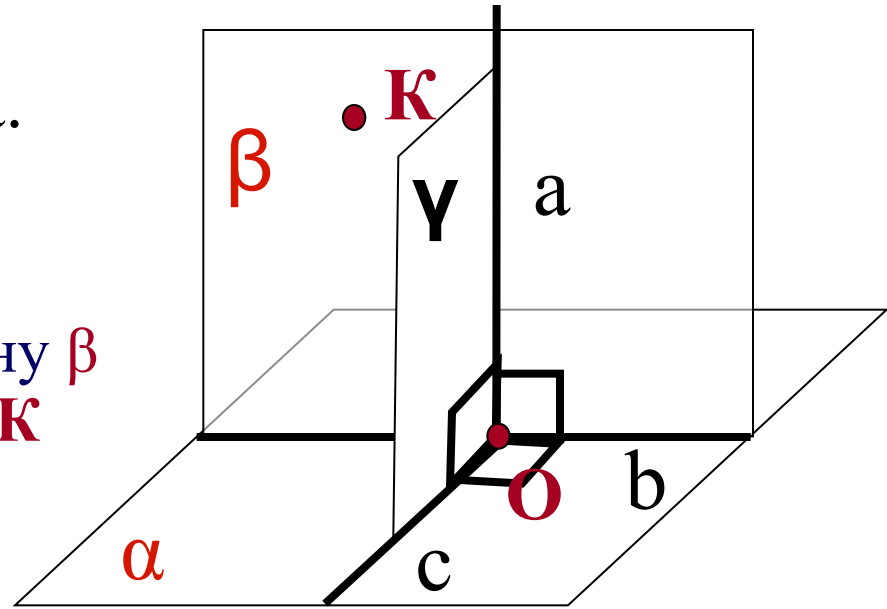
Ознака перпендикулярності площин

Дано: α , $a \perp \alpha$; $a \cap \alpha = O$;
площина β проходить через a .

Довести: $\beta \perp \alpha$.

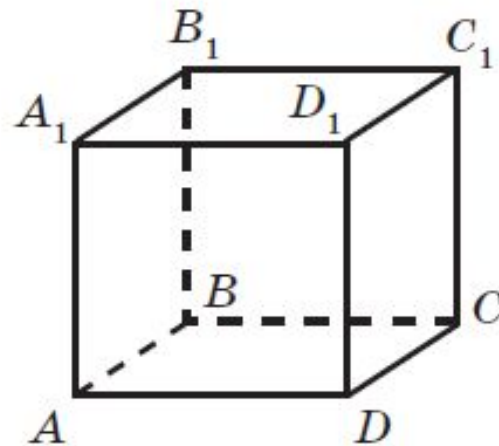
Доведення

- Побудуємо довільну площину β через пряму a і деяку точку K поза нею.
 - O – спільна точка площин α і β , тому $\alpha \cap \beta = b$, $O \in b$.
 - Проведемо на площині α деяку пряму $c \perp b$ (на площині така пряма єдина).
 - Оскільки $a \perp \alpha$ і $a \cap \alpha = O$, то $a \perp c$ ($O \in c$, $O \in b$, $O \in a$).
- Отже, $c \perp a$, $c \perp b$. Проведемо площину γ через прямі a і c , то $\gamma \perp b$ (оскільки дві її прямі перпендикулярні до b).
Тоді за означенням, $\beta \perp \alpha$.



Усні вправи

1. Чому площина дверей, навішених на петлі, завжди залишається перпендикулярною до площини підлоги?
2. Драбина завдовжки 5 м притулена до сторчової стіни, при цьому її нижній кінець віддалений від стіни на 3 м. На якій висоті перебуває другий кінець драбини?
3. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (див. рисунок). Визначте, чи перпендикулярні площини ABC і CDD_1 ; ABC і $A_1 B_1 C$.



4. Чи є правильним, що через дану точку площини можна провести єдину площину, перпендикулярну до даної?

Письмові вправи

- С
1. Пряма SA проходить через вершину прямокутника $ABCD$ і перпендикулярна до його сторін AB і AD . Доведіть перпендикулярність площин SAB і ABC .
 2. Точка S рівновіддалена від вершин квадрата $ABCD$. Доведіть перпендикулярність площин SAC і SBD .
 3. $ABCD$ — даний квадрат, $MD \perp (ABC)$. Доведіть, що $(MAD) \perp (MDC)$.

- Д 4. Дано пряму a і площину α (рис. 1). Проведіть через пряму a площину, перпендикулярну до площини α .

Розв'язання

Через довільну точку прямої a проведемо пряму b , перпендикулярну до площини α . Через прямі a і b проведемо площину β ; $\beta \perp \alpha$ за ознакою перпендикулярності площин. Це розв'язання є правильним завжди, крім випадку, коли $a \perp \alpha$. У цьому випадку як площину β можна взяти будь-яку площину, що проходить через пряму a .

5. Площина α проходить через катет AC прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$), $BO \perp \alpha$ (рис. 2). Доведіть, що $(BOC) \perp (BAC)$.

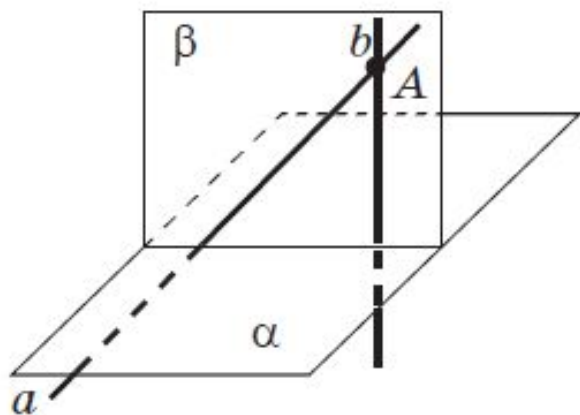


Рис. 1

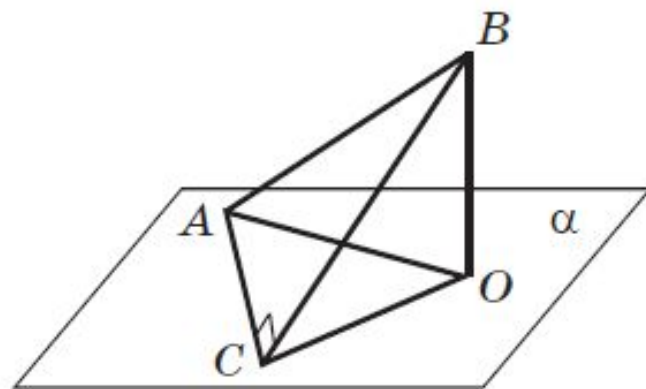


Рис. 2

Домашнє завдання

Розв'язати задачі.

- С 1. Довести, що коли пряма перетину площин α і β перпендикулярна до площини γ , то площини α і β перпендикулярні до площини γ .
- Д 2. Точка S рівновіддалена від вершин квадрата $ABCD$. Точка O — її проекція на площину квадрата. З точки S проведено перпендикуляр SM до сторони AB квадрата. Довести, що $(ASB) \perp (OSM)$.
3. Через точку D проведено пряму DA , перпендикулярну до площини прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$). Довести, що $(DAC) \perp (DBC)$.