

ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРА

Математическая логика
Решение задач

Проверь себя

ЗАДАНИЕ №1

Сформулируйте высказывания на естественном языке для следующих логических выражений:

- а) $x < 0$ ИЛИ $y < 0$ ИЛИ $z < 0$;
- б) $x < A$ И $x > B$;
- в) $(x < 0$ И $y > 0)$ ИЛИ $(x > 0$ И $y < 0)$;

ЗАДАНИЕ №2

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

- а) хотя бы одно из чисел x, y, z положительно;
- б) все числа x, y, z больше числа 10;
- в) только одно число из x, y, z положительно;
- г) числа x, y имеют разные знаки;
- д) число x принадлежит отрезку $[A, B]$.

Проверь себя

ЗАДАНИЕ №3

По мишени произведены 3 выстрела. Рассмотрим высказывания

$P_k = \{\text{мишень поражена } k\text{-тым выстрелом}\}$, $k = 1, 2, 3$

Что означают следующие высказывания:

а) $P_1 \vee P_2 \vee P_3$

б) $P_1 \& P_2 \& P_3$

в) $\neg (P_1 \vee P_2 \vee P_3)$

г) Запишите «Есть два попадания»

д) Запишите «Попал в цель только один из выстрелов»

ЗАДАНИЕ №4

Поразрядное отрицание восьмиразрядного двоичного числа записанное в десятичной системе счисления, равно 217. Определить исходное число в десятичной системе счисления

ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Проверь себя

ЗАДАНИЕ №5

Докажи истинность законов

а) де Моргана

б) склеивания

в) поглощения

$$A \text{ или } (A \text{ И не } B) = A$$

$$A \text{ и } (A \text{ или } B) = A$$

г) преобразования импликации

УПРОЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Шаг 1. Заменить операции $\oplus \rightarrow \leftrightarrow$ на их выражения через **И**, **ИЛИ** и **НЕ**:

$$A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

$$A \leftrightarrow B = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Шаг 2. Раскрыть инверсию сложных выражений по формулам де Моргана:

Шаг 3. Используя законы логики, упростить выражение, стараясь применять закон исключения третьего.

УПРОЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

$$Q = M \cdot X \cdot \bar{H} + \bar{M} \cdot X \cdot \bar{H} = (M + \bar{M}) \cdot X \cdot \bar{H} = X \cdot \bar{H}$$

$$X = (B \rightarrow A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \rightarrow C)$$

раскрыли \rightarrow

$$= (\bar{B} + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (\bar{A} + C)$$

формула де Моргана

$$= (\bar{B} + A) \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot (\bar{A} + C)$$

распределительный

$$= (\bar{B} \cdot \bar{A} + A \cdot \bar{A}) \cdot \bar{B} \cdot (\bar{A} + C)$$

исключения третьего

$$= \bar{B} \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot (\bar{A} + C)$$

повторения

$$= \bar{B} \cdot \bar{A} \cdot (\bar{A} + C)$$

поглощения

$$= \bar{B} \cdot \bar{A}$$

Проверь себя

ЗАДАНИЕ №6

Следующие два высказывания истинны:

- Неверно, что если корабль **А** вышел в море, то корабль **С** – нет.
- В море вышел корабль **В** или корабль **С**, но не оба вместе.

Определить, какие корабли вышли в море.

ЗАДАНИЕ №7

Когда сломался компьютер, его хозяин сказал «Память не могла выйти из строя». Его сын предположил, что сгорел процессор, а винчестер исправен. Мастер по ремонту сказал, что с процессором все в порядке, а память неисправна. В результате оказалось, что двое из них сказали все верно, а третий – все неверно. Что же сломалось?

Проверь себя

ЗАДАНИЕ №8

Упростите выражение: $(A \& B \& C) \vee (A \& B \& C) \vee (A \& B \& (\text{не } C))$

ЗАДАНИЕ №9

Вернувшись домой Мегре позвонил на набережную Орфевр.

- Говорит Мегре. Есть новости ?
- Да, шеф. Поступили сообщения от инспекторов. Торранс установил, что если Француз был пьян, либо Этьен убийца, либо Француз лжёт. Жуссье считает, что либо Этьен убийца, или Француз не был пьян и убийство произошло после полуночи. Инспектор Люка просил передать вам, что если убийство произошло после полуночи, то либо Этьен убийца, либо Француз лжёт. Затем звонила...
- Всё. Спасибо. Этого достаточно. - Комиссар положил трубку. Он знал, что трезвый Француз никогда не лжёт. Теперь он знал всё.

Задачи ЕГЭ

ЗАДАНИЕ №10

Для какого из указанных значений X истинно высказывание $\neg((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

ЗАДАНИЕ №11

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $A \wedge \neg(\neg B \vee C)$.

- 1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
- 2) $A \vee \neg B \vee \neg C$
- 3) $A \wedge B \wedge \neg C$
- 4) $A \wedge \neg B \wedge C$

Использованы материалы презентации
«Логические основы компьютеров», автором которой является

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики высшей категории,
ГОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

<http://kpolyakov.spb.ru>