

# Аппаратная надежность ИС

**Отказ** - событие, заключающееся в том, что система полностью или частично теряет свойство работоспособности

**Аппаратный отказ** - событие, при котором изделие утрачивает работоспособность и для его восстановления требуется проведение ремонта аппаратуры или замена отказавшего изделия на работоспособное

## Основные типы отказов

**Внезапный отказ.** Причина - скрытые дефекты производства РЭС

**Постепенный отказ.** Возникает в результате износа и старения материалов

# Основные характеристики надежности РЭС

- **Вероятность безотказной работы РЭС,  $P(t)$**  - вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникает (наработка - это продолжительность или объем работы):

$$P(t) = P(T > t), \quad (1)$$

где  $T$  - случайное время работы объекта до отказа;  $t$  - заданная наработка.

- **Вероятность отказа,  $Q(t)$**  - вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта возникает:

$$Q(t) = 1 - P(t), \quad (2)$$

- **Интенсивность отказов,  $\lambda(t)$**  - условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта; показывает, какая часть элементов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих элементов

$$\lambda(t) = - [ d P(t)/dt ] / P(t) \quad (3)$$

Справедливо также

$$P(t) = \exp \left[ - \int \lambda(\bar{t}) d\bar{t} \right] \quad (4)$$

В частном случае, когда  $\lambda(t) = \text{const}$ , (4) представляет собой экспоненциальный закон надежности.

По этому закону вероятность безотказной работы элементов (РЭС), обладающих интенсивностью отказов  $\lambda$ , убывает со временем по экспоненциальной кривой.



Такую кривую называют **функцией надежности**.

Позволяет определять, с какой вероятностью РЭС или ИС способна выполнить задание, требующее определенной продолжительности безотказной работы.

- **Средняя наработка до отказа,  $t_0$**

(см соотнош (1) предыд лекции)

Если  $\lambda(t)$  равна постоянной величине, то  $t_0 = 1/\lambda$

или  $\lambda = 1/t_0$  - среднее число отказов в единицу времени.

Тогда

$$P(t) = \exp(-\lambda(t)) \quad (5)$$

Таким образом, для нормального периода эксплуатации системы интенсивность отказов остается постоянной и справедлива показательная модель надежности, время безотказной работы имеет экспоненциальный закон распределения.

Если ИС состоит из  $n$  элементов, находящихся в нормальной эксплуатации и работающих в одинаковых условиях, и в ней за время  $t$  наблюдалось  $m$  отказов, то **параметр потока отказов** будет составлять:

- **Достоверность функционирования ИС** - это свойство производить безошибочно преобразование, хранение и передачу информации.

Показатели достоверности - либо вероятность искажения, либо потери информации в одном знаке.

Примеры количественной оценки достоверности :

- вероятность ошибки при передаче данных по линиям связи составляет  $10^{-3}$  -  $10^{-5}$  на один знак;
- вероятность ошибки при хранении информации на машинном носителе составляет ок.  $10^{-6}$ ; в ОЗУ – ок.  $10^{-8}$  -  $10^{-12}$
- вероятность ошибки в выходных данных ИС специального назначения не должна превышать  $10^{-10}$  -  $10^{-12}$  на один знак.
- **Функциональная надежность ИС** - вероятность того, что ИС будет выполнять свои функции в течение заданного времени при наличии в системе дополнительных схем контроля (нп., корректир. кодов).

# Надежность сложных ИС

- Сложные ИС состоят из более простых элементов.
- В зависимости от характера влияния надежности элементов на надежность ИС различают два типа соединений элементов - *последовательное* и *параллельное*.
- *Последовательное* - отказ любого элемента приводит к отказу системы в целом.
- *Параллельное* - отказ системы наступает только при отказе всех ее элементов (отказ не наступает, если работоспособен хотя бы один элемент).

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

- Пусть ИС состоит из  $n$  элементов, каждый из которых имеет определенные характеристики надежности:  $P_i(t)$ ,  $Q_i(t)$ ,  $\lambda_i(t)$ ,  $t_{0i}$
- Аналогичные показатели надежности всей ИС обозначим через  $P(t)$ ,  $Q(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $t_0$ ,
- Можно получить следующие расчетные зависимости:

вероятность безотказной работы ИС:

$$P(t) = P_1(t) * P_2(t) * \dots * P_n(t) = \prod (P_i(t)) \quad (7)$$

вероятность отказа системы :

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \prod (P_i(t)) = 1 - \prod [1 - (Q_i(t))] \quad (8)$$

ИНТЕНСИВНОСТЬ ОТКАЗОВ СИСТЕМЫ:

$$\lambda(t) = \sum \lambda_i(t) \quad (9)$$

При  $\lambda(t) = \text{const} = \lambda$  имеем

$$\lambda = \sum \lambda_i$$

(10)

# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Из определения параллельного соединения элементов вероятность отказа системы равна:

$$Q(t) = Q_1(t) * Q_2(t) * \dots * Q_n(t) = \prod Q_i(t)$$

(11)

вероятность безотказной работы системы:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod Q_i(t) = 1 - [1 - P_i(t)]^n \approx 1 - (\lambda * t)^n$$

(12)

При  $\lambda(t) = \text{const} = \lambda$  имеем

среднюю наработку до отказа:

$$t_0 = (1/\lambda) \sum (1/i) \quad (13)$$

Эти выражения позволяют сделать вывод о том, что при параллельном соединении элементов надежность системы выше, чем надежность составляющих ее элементов, а при последовательном – наоборот

**Пример 1.** Система состоит из  $n$  параллельно соединенных равнонадежных подсистем, вероятность безотказной работы каждой из которых  $P_i(t) = \exp(-\lambda \cdot t) = 0.9$ .

Определить нужную кратность резервирования, чтобы вероятность безотказной работы системы была не ниже  $P=0,99$ .

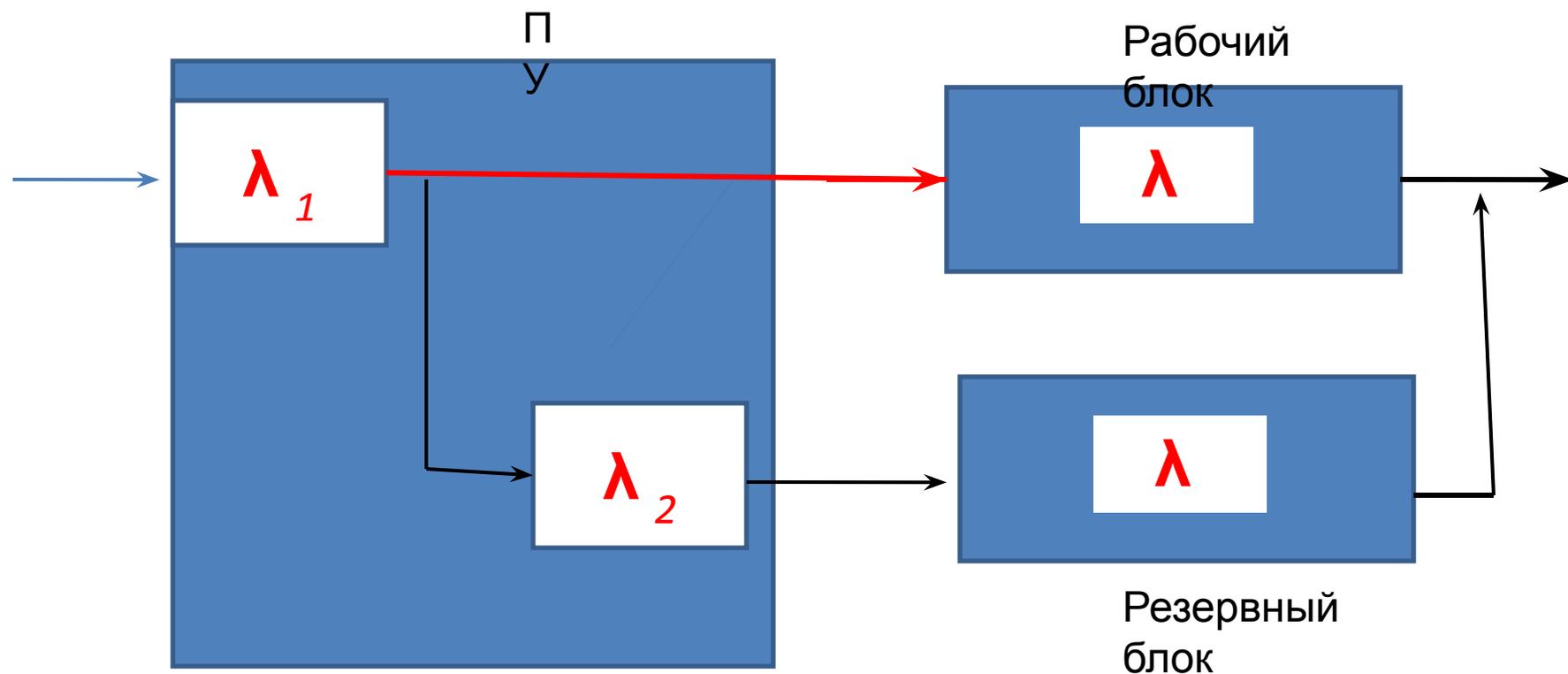
**Решение.** На основе (12):  $P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod Q_i(t) = 1 - [1 - P_i(t)]^n$

С учетом условия  $1 - [1 - P_i(t)]^n \geq 0.99$  откуда  $1 - 0.1^n \geq 0.99$  или  $0.01 \geq 0.1^n$  откуда  $n \geq \log_{0.1} 0.01$  и  $n \geq 2$ .

**Пример 2.** ИС состоит из рабочего блока, блока, находящегося в нагруженном резерве и автоматического переключающего устройства (ПУ). Интенсивность отказов рабочего и резервного блоков:  $\lambda = 10^{-2} 1/ч$ . Отказы ПУ могут быть двух видов: а) приводящие к нарушению работы всей ИС, с интенсивностью  $\lambda_1 = 10^{-4} 1/ч$ ; б) приводящие к невозможности подключения резервного блока, с интенсивностью  $\lambda_2 = 10^{-2} 1/ч$ .

Требуется определить вероятность безотказной работы

**Решение.** Составим логическую схему работоспособности устройства



Смешанное соедин. элементов: **последовательно-параллельное.**

Система работает в ситуациях: **1. работает все**

**2. а) работает цепь  $\lambda_1 - \lambda$  либо**

**б) работает цепь  $\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda$**

$$1. \quad P(t) = e^{-\lambda_1 t} \{1 - [1 - e^{-\lambda t}] * [1 - e^{-(\lambda_2 + \lambda) t}]\} = (\text{с учетом (12)})$$

$$= (1 - \lambda_1 t) * \{1 - [1 - 1 + \lambda t] * [1 - 1 + (\lambda_2 + \lambda) t]\} =$$

$$= (1 - \lambda_1 t) * [1 - \lambda t (\lambda_2 + \lambda) t] = (1 - \lambda_1 t) * [1 - \lambda (\lambda_2 + \lambda) t^2]$$

Подставляем числовые значения в последнее соотношение:

$$P(t) = (1 - 2 * 10^{-4}) * (1 - 10^{-2} (2 * 10^{-2}) * 4) = 0.999$$

2.

$$P(t) = P_a(t) + P_6(t)$$

.....

# Статистические методы исследований

## надежности

- Отказы изделий принадлежат к категории случайных событий

**Случайное событие** - это событие, которое может появиться или не появиться в результате данного опыта.

**Вероятность случайного события** - это количественная характеристика случайного события.

Случайные события, следующие одно за другим в некоторой последовательности, образуют **поток случайных событий**.

Простейший поток – **пуассоновский**: его параметры не меняются во времени.

**Закон распределения случайной величины** - соотношение между значениями случайной величины и их вероятностями.

**Закон Пуассона**. Вероятность того, что на интервале времени  $0..t$  произойдет  $n$  случайных событий (отказов)

- $\lambda t$  – среднее число отказов в период  $0 \dots t$
- Время между двумя соседними событиями (отказами) подчиняется экспоненциальному распределению с параметром  $\lambda$ , т.е. вероятность того, что на участке времени  $t$ , следующего за одним из отказов, не появится ни одного отказа, равна:

$$P(t) = \exp(-\lambda t) . \quad (15)$$

**Пример 3.** Определить вероятность того, что за время  $t = 100$  ч произойдет 0-2 отказа, если  $\lambda = 0,025$  1/ч.

- Решение**
- 1) Среднее число отказов за время  $t$  :  $a = \lambda t = 2,5$ .
  - 2) Вероятность отсутствия отказов  $P_0(100) = \exp(-2,5) = 0,082$ .
  - 3) Вероятность одного отказа:  $P_1(100) = ((2.5)^1/1) \exp(-2,5) = 0,205$
  - 4) Вероятность двух отказов:  $P_2(100) = ((2.5)^2/2) \exp(-2,5) = 0,256$ .

**Распределение Вейбулла**. Модель распределения случайной величины, предложенная шведским ученым Вейбуллом.

Вероятность безотказной работы ИС за время t:

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha), \quad (16)$$

где  $\lambda_0, \alpha$  - параметры закона распределения

Функция плотности распределения времени до отказа:

$$f(t) = dP(t)/dt = \lambda_0 \alpha t^{(\alpha-1)} \exp(-\lambda_0 t^\alpha) \quad (17)$$

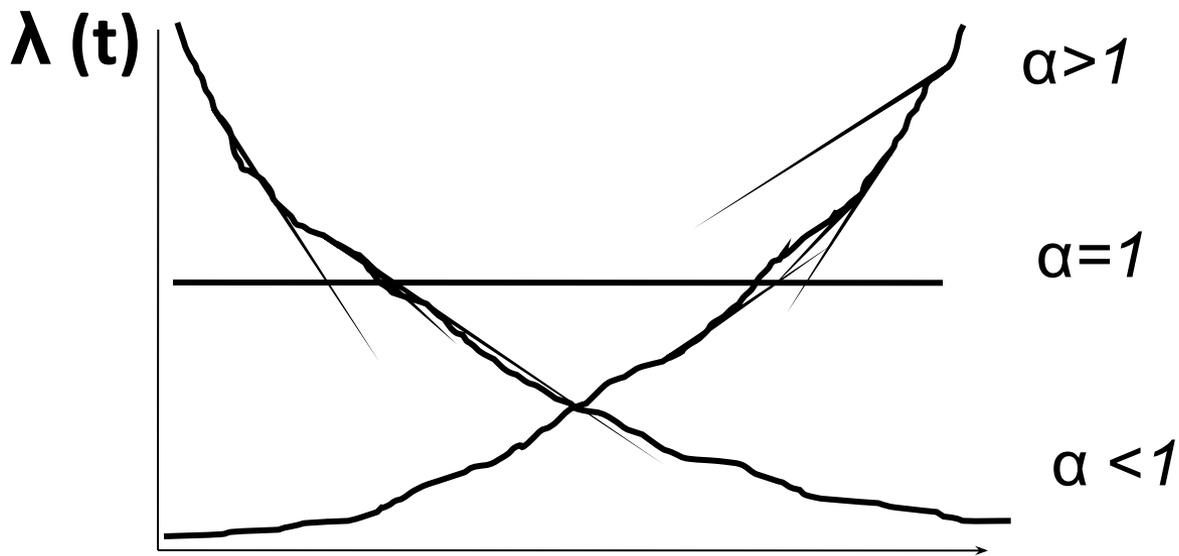
Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = f(t)/P(t) = \lambda_0 \alpha t^{(\alpha-1)} \quad (18)$$

Если  $\alpha = 1$ , то распределение Вейбулла совпадает с экспоненциальным распределением, для которого  $\lambda = \lambda_0$ .

Если  $\alpha < 1$ , интенсивность отказов – монотонно убывающая функция;

при  $\alpha > 1$  интенсивность отказов – монотонно возрастающая функция



Обычно применяют значение  $\alpha = 0,2 \div 0,4$  для электронных устройств с убывающей функцией интенсивности отказов и  $\alpha = 1,2 \div 1,4$  - для механических устройств с возрастающей функцией интенсивности отказов

**Пример 4.** Пусть вероятность безотказной работы ВС за время  $t = 1000$  ч составляет  $P(1000) = 0,99$ . Составить прогноз вероятности безотказной работы этой же системы через  $100000$  ч работы без обслуживания по экспоненциальной модели и модели Вейбулла

**Решение.** 1. В случае выбора экспоненциальной модели на основе (15) запишем:  $P(1000) = \exp(-\lambda \cdot 10^3)$ , откуда определим интенсивность отказов ВС:  $0,99 = \exp(-\lambda \cdot 10^3)$ ;

Пролагарифмируем обе части:  $\ln 0,99 = \ln(\exp(-\lambda \cdot 10^3))$ ;

Откуда находим:

$$\lambda = \ln 0,99 / 10^3 \approx 10^{-5} \text{ 1/ч}$$

Прогнозируемая вероятность безотказной работы через  $10^5$  часов (на основе (15)):

$$P(10^5) = \exp(-10^{-5} \cdot 10^5) = \exp(-1) = 0.37$$

2. В случае выбора модели Вейбулла примем  $\alpha = 0.5$  на основе (16) :

$$P(1000) = \exp(-\lambda_0 (1000)^{1/2}) = \exp(-\lambda_0 * 31.62)$$

Прологарифмировав обе части, получим

$$\lambda_0 = \ln 0,99 / 31.62 = 0.000318$$

Прогнозируемая вероятность безотказной работы через  $10^5$  ч:

$$P(10^5) = \exp(-0.000318 * (10^5)^{1/2}) = 0,904$$

Следовательно, прогнозируемые показатели надежности работы объекта зависят от правильно выбранной модели.

**Выбор модели надежности** – сложная научно-техническая задача. Она решается методами математической статистики, если имеется большой статистический материал об отказах исследуемой системы.

**В случае приближенных оценок** выбирается экспоненциальная модель

# Марковский процесс

**Марковский процесс** - для каждого момента времени вероятность любого состояния объекта в будущем зависит только от состояния объекта в данный момент

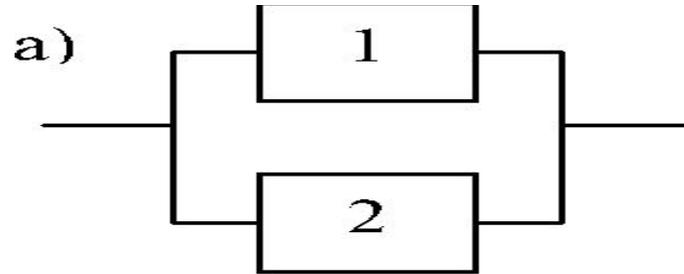
**Необходимое условие** - экспоненциальное распределение времени работы до отказа и времени восстановления работоспособности.

**Важнейшая числовая характеристика** - вероятность перехода объекта в то или иное состояние за заданный промежуток времени.

На основе этого определяется вероятность каждого состояния объекта

Уравнения для определения вероятностей каждого из состояний марковского процесса в рассматриваемом объекте (дифференциальные уравнения А.Н. Колмогорова) записываются на основе графа состояний объекта

**Пример 5.** Имеем РЭС, состоящее из 2-х соединенных параллельно блоков (элементов).



- Пусть объект может находиться в состояниях 0, 1 и 2
- Состояние 0 - оба элемента работоспособны; состояние 1 - один из элементов находится в отказовом состоянии; состояние 2 - оба элемента находятся в отказе.
- Из  $i$ -го состояния в  $j$ -е объект переходит с постоянной интенсивностью  $\lambda_{ij}$ , обратно - с постоянной интенсивностью  $\mu_{ji}$ .

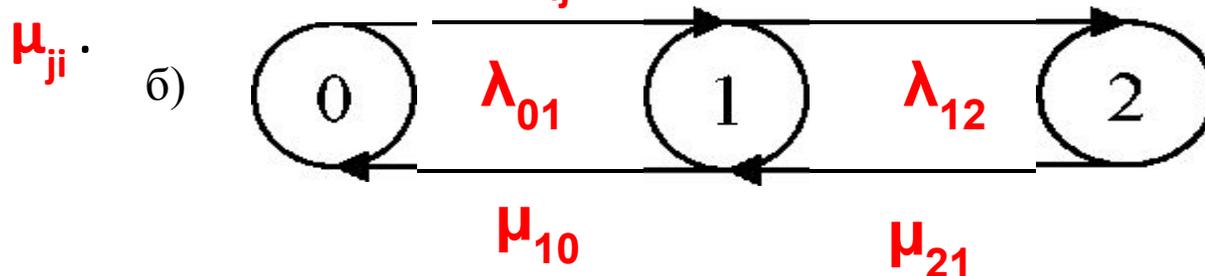


Схема резервированного объекта (а) и граф его состояний (б).

Уравнения для определения вероятностей каждого из состояний объекта (дифференциальные уравнения А.Н. Колмогорова):

$$\begin{aligned} dP_0/dt &= -\lambda_{01} P_0(t) + \mu_{10} P_1(t) \\ (19) \quad dP_1/dt &= -(\lambda_{12} + \mu_{10}) P_1(t) + \lambda_{01} P_0(t) + \mu_{21} P_2(t) \\ dP_2/dt &= -\mu_{21} P_2(t) + \lambda_{12} P_1(t) \end{aligned}$$

В практике расчетов надежности систему уравнений Колмогорова можно получить непосредственно по виду графа состояний объекта, если пользоваться следующими правилами:

- 1. для каждого из возможных состояний объекта записывается уравнение, в левой части которого  $dP_t/dt$ , а в правой - столько слагаемых, сколько стрелок графа соприкасаются с данным состоянием;**
- 2. если стрелка направлена в данное состояние, то перед слагаемым ставится знак плюс, если стрелка направлена из данного состояния - знак минус;**

3. **каждое слагаемое равно произведению интенсивности перехода из данного состояния (либо в данное состояние) на вероятность состояния, из которого выходит стрелка.**

Решение системы (19) можно получить по известным правилам решения системы ДУ.

Если учесть, что рассматривается стационарный марковский процесс, для которого  $dP_t(t) = 0$  (вероятности состояний не меняются с течением времени), то (19) перепишем так:

$$\begin{aligned} 0 &= -\lambda_{01} P_0 + \mu_{10} P_1 \\ (20) \quad 0 &= -(\lambda_{12} + \mu_{10}) P_1 + \lambda_{01} P_0 + \mu_{21} P_2 \\ 0 &= -\mu_{21} P_2 + \lambda_{12} P_1 \end{aligned}$$

а также

$$(21) \quad \mathbf{1} = P_0 + P_1 + P_2$$

где последнее уравнение  $P = \mathbf{1}$  называется **нормировочным условием**

Рассчитать соответствующие вероятности, если надежность каждого из модулей одинакова и равна 0.9, а поток отказов подчиняется 3-му Пуассона.