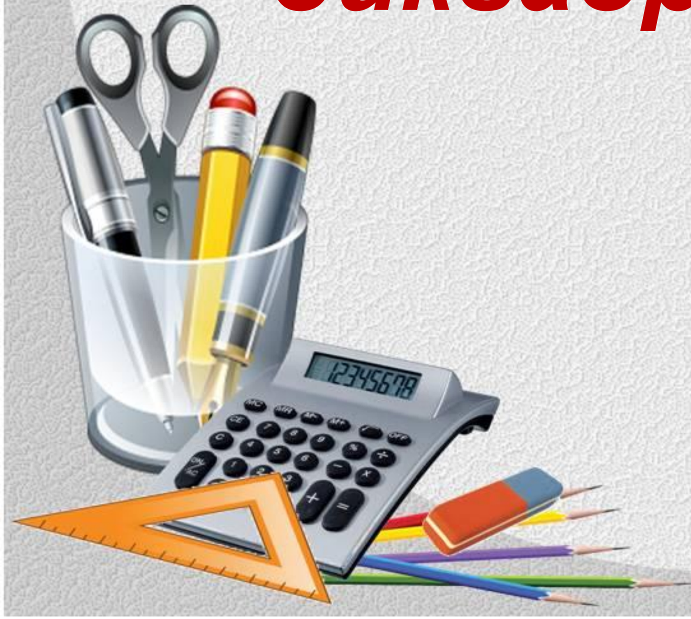
Алгебра 8 класс

«Уравнения приводимые к квадратным. Биквадратные уравнения»

Определение.

Уравнение вида $ax^4+bx^2+c=0$*, где* **a**, **b** *и* **c** *–данные числа и* $a \neq 0$*, а* **x** *- неизвестное, называют* **биквадратным** *уравнением.*



Алгоритм решения биквадратного уравнения:

1) Введем в уравнение новую переменную путем обозначения какого- то выражения из этого уравнения;
2) Вместо этого выражения подставляем новую переменную и получим квадратное уравнение относительно новой переменной;

3) Решаем полученное квадратное уравнение;

4) Способом подстановки находим значение исходной переменной;

5) С помощью проверки определяем корни данного уравнения.

Пример 1: $x^4-4x^2+3=0$

Пусть $x^2=t$ тогда получим уравнение

$t^2-4t+3=0$

$$t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}$$

$t_1=3$ $t_2=1$

Обратная подстановка:

1) $x^2=3$ 2) $x^2=1$

$X=\pm\sqrt{3}$ $x=\pm1$

Ответ: $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$; $x_{3,4}=\pm1$.

Пример 2:

$$x^4-2x^2-2=0$$

Пусть $x^2=t$ тогда получим уравнение

$t^2-2t-2=0$, по формуле корней приведенного квадратного уравнения, получим

$$t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}$$

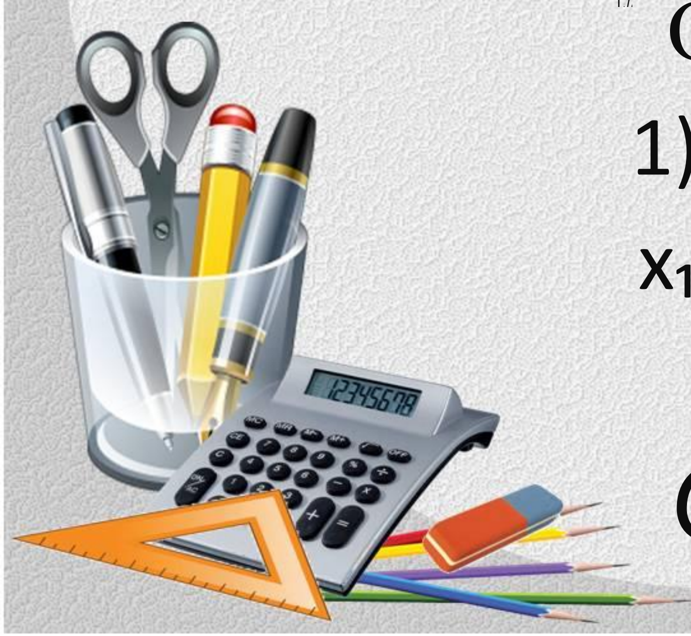
$$t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}$$

Обратная подстановка:

1) $x^2=1+\sqrt{3}$ 2) $x^2=1-\sqrt{3}$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{1+\sqrt{3}}$ $X_{3,4}=\pm$ $t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}$

нет корней, т.к. D<0



Ответ: $x_{1,2}=\pm\sqrt{1+\sqrt{3}}$

Пример 3: $2x^4-3x^2+5=0$

Пусть $x^2=t$ тогда получим уравнение

$$2t^2-3t+5=0$$

$$t_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}$$

Корней нет, т. к.

$$=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{}=\frac{4\pm2}{}$$

Ответ: корней нет.

Пример 4: $9x^4-6x^2+1=0$

Применим формулу квадрат разности, тогда получим уравнение $(3x^2-1)^2=0$

$3x^2-1=0$

$x^2=\frac{1}{3}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

Ответ: $x_{1,2}=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

Пример5 $x^4+10x^2+25=0$

Применим формулу квадрат суммы, тогда получим уравнение $(x^2+5)^2=0$

$x^2+5=0$

$x^2=-5$

нет корней

Ответ: корней нет.