Тема 12.
Уравнения и неравенства

Тема 12. Уравнения и неравенства

12.1. Равносильность уравнений

https://youtu.be/V9UOk7LWXAM

Два уравнения с одной переменной $f(x) = g(x)$ и $p(x) = h(x)$ называют равносильными, если множества их корней совпадают.

Пример 1. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 - 1 = 0$ и $x - 1 = 0$ равносильными?

Решение.

$x^2 - 1 = 0;$

$x_1 = 1, x_2 = -1;$

$x - 1 = 0;$

$x = 1;$

Решение

Вычислим корни уравнения $x^2 - 1 = 0$.

Оно имеет два корня $x_1 = 1, x_2 = -1$

Вычислим корни уравнения $x - 1 = 0$.

Это уравнение имеет один корень — $x = 1$.

Ответ: уравнения $x^2 - 1 = 0$ и $x - 1 = 0$ не являются равносильными.

Данные уравнения не являются равносильными,

т.к. $x^2 - 1 = 0$ *имеет два корня, а уравнение* $x - 1 = 0$ *имеет один корень —* $x = 1$

Пример 2. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 - 9 = 0$ и $(x + 3)(2^x - 8) = 0$ равносильными?

Решение.

$x^2 - 9 = 0$; $\quad$ $(x + 3)(2^x - 8) = 0$;

$x_1 = 3$, $x_2 = -3$; $\quad$ $x_1 = 3$, $x_2 = -3$;

Ответ: уравнения $x^2 - 9 = 0$ и $(x + 3)(2^x - 8) = 0$ являются равносильными.

Данные уравнения являются равносильными,
так как каждое из них имеет по два корня: $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

$x^2 + 3 = 0$ – не имеет корней;

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Данные уравнения являются равносильными, так как каждое из них не имеет корней.

Вывод:

если два уравнения

имеют одинаковые корни

или не имеют корней,

то такие уравнения – равносильные.

Если каждый корень уравнения $f(x) = g(x)$ (1) является в то же время корнем уравнения $p(x) = h(x)$ (2) то уравнение (2) называют следствием уравнения (1).

Пример 4. Выяснить, какое из уравнений $x - 2 = 0$ и $x^2 - 5x + 6 = 0$ является следствием другого?

Решение.

$x - 2 = 0;$ $x^2 - 5x + 6 = 0;$

$x = 2;$ $x_1 = 2;\ x_2 = 3;$

Ответ: уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$ является следствием уравнения $x - 2 = 0$.

Решение

Обозначим уравнение $x - 2 = 0$ *№ 1, а уравнение* $x^2 - 5x + 6 = 0$ *№ 2.*

Уравнение 1 имеет единственный корень, равный двум.

Уравнение 2 имеет два корня: $x_1 = 2;\ x_2 = 3;$

Единственный корень 1 уравнения — $x = 2$ *— является также корнем второго.*

Поэтому второе является следствием первого уравнения.

Пример 5. Выяснить, какое из уравнений $x^2 - 4x + 3 = 0$ и $x^2 - 5x + 6 = 0$ является следствием другого?

Решение.

$x^2 - 4x + 3 = 0$; $x^2 - 5x + 6 = 0$;

$x_1=1$; $x_2= 3$; $x_1 = 2$; $x_2 = 3$;

Ответ: ни одно из уравнений не является следствием другого.

Решение

Обозначим уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$ номером 1, а уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$ — номером 2

Уравнение первое имеет два корня: $x_1=1$; $x_2= 3$,

Уравнение второе имеет два корня: $x_1 = 2$; $x_2 = 3$;

Оба уравнения имеют только по одному общему корню.

Согласно определению, ни одно из них не является следствием другого.

Запомните:
если каждое из двух уравнений является следствием другого, то такие два уравнения равносильны.

Этапы решения уравнения

Первый этап – технический.

С помощью цепочки преобразований
от исходного уравнения
мы приходим к достаточно простому
уравнению,
которое решаем и находим корни

Второй этап – анализ решения.

Анализируем преобразования,
которые выполнили,
и выясняем, равносильны ли они.

Третий этап – проверка.

Проверка всех найденных корней
их подстановкой в исходное уравнение
обязательна при выполнении
преобразований, которые могут привести к
уравнению-следствию.

- Обычно при решении уравнений используются шесть теорем равносильности.

Первые три теоремы называются «спокойными».
Их применение гарантирует равносильность преобразований без дополнительных условий.
Обычно их использование происходит автоматически, без особых размышлений.

Теорема 1.

Если какой-либо член уравнения перенести из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то получится уравнение, равносильное данному уравнению.

$x^5 + 3x^2 - 7 = 4x + 10;$ *переносим слагаемые 4x и – 7 из одной части в другую*

$x^5 + 3x^2 - 4x = 10 + 7$

получаем уравнение, равносильное данному уравнению.

$x^5 + 3x^2 - 4x = 17.$

Теорема 2.

Если обе части уравнения возвести в одну и ту же нечетную степень, то получится уравнение, равносильное данному уравнению.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

если обе части уравнения возвести в пятую степень,

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

то в силу теоремы второй, уравнения равносильны.

Теорема 3.

Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где $a > 0$, $a \neq 1$, равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Например, показательные уравнения равносильны, т.к. основания равны, следовательно уравнения равносильны

- Следующие три теоремы называются «беспокойными». Их применение возможно при выполнении определенных условий.
- При их применении требуются внимание и аккуратность.

Областью определения уравнения $f(x) = g(x)$ или областью допустимых значений переменной (ОДЗ) называют множество тех значений переменной x, при которых одновременно имеют смысл выражения $f(x)$ и $g(x)$.

Теорема 4.

Если обе части уравнения $f(x) = g(x)$ умножить на одно и то же выражение $h(x)$, которое:
1. имеет смысл всюду в области определения (в области допустимых значений) уравнения $f(x) = g(x)$;
2. нигде в этой области не обращается в 0;
то получится уравнение $f(x)h(x) = g(x)h(x)$, равносильное данному в его ОДЗ.

Следствием **теоремы четыре** является еще одно «спокойное» утверждение: если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

ОДЗ $2x - 1 \ge 0;$

$x + 3 \ne 0;$

$\mathbf{x \ge 0{,}5;}$

Следствием **теоремы четыре** является еще одно «спокойное» утверждение: если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

- *умножим обе части уравнения на (x + 3)*

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Теорема 5.

Если обе части уравнения $f(x) = g(x)$ неотрицательны в ОДЗ уравнения, то после возведения обеих его частей в одну и ту же четную степень n получится уравнение $(f(x))^n=(g(x))^n$ равносильное данному в его ОДЗ.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

ОДЗ

ример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$

авносильными?

$$6x - 11 = (x - 1)^2\ ;$$

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$

равносильными?

$$x_1 = 6,\ x_2 = 2.$$

Решение

ОДЗ иррационального уравнения задается неравенством $6x - 11 \geq 0$, *решение которого* $x \geq$ *одной целой пяти шестым.*
В этой ОДЗ обе части уравнения неотрицательны.

Возведем в квадрат обе части уравнения и получим,
согласно ***теореме пятой****, равносильное квадратное уравнение:*
ноль равен икс в квадрате минус восемь икс плюс двенадцать.
Корни $x_1 = 6$, $x_2 = 2$ *также будут корнями исходного уравнения.*

Теорема 6.

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$ и $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Пример 8. Решить уравнение $\log_7(3x^2+2) = \log_7(4|x|+1)$.

Решение.

$f(x) = 3x^2+2;$

$g(x) = 4|x|+1;$

В данном логарифмическом уравнении функции $f(x) = 3x^2+2$ и $g(x)= 4|x|+1$ принимают положительные значения при всех значениях переменной икс.

$3x^2 + 2 = 4|x| + 1;$

По **теореме шесть,** данное уравнение равносильно уравнению $3x^2 + 2 = 4|x| + 1$

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

имер 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ вносильными?

Корни являются корнями исходного уравнения

Тема 12. Уравнения и неравенства

12.2. Равносильность уравнений. Уравнение – следствие

- https://youtu.be/5tNAKQ3KtZM

Уравнение-следствие получается из данного уравнения путем расширения области определения уравнения.

Это возможно при выполнении таких преобразований, как

1. Избавление от знаменателей, содержащих переменную величину.

2. Возведение обеих частей уравнения в одну и ту же чётную степень.

3. Освобождение от знаков логарифмов.

Запомните:

если в процессе решения уравнения произошло расширение области определения уравнения, то обязательна проверка всех найденных корней.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

Первый этап – технический.

$x^2 - 3x - 10 = 0;$

$x_1 = 5;\ x_2 = -2.$

Выполним цепочку преобразований, получим наиболее простое уравнение и решим его. Для этого умножим обе части уравнения на общий знаменатель дробей, то есть на выражение икс умноженное на икс минус пять.

Второй этап – анализ решения.

Проверка корней обязательна.

Проверим выполненные преобразования на равносильность. При решении уравнения, мы его обе части умножили на выражение, содержащее переменную. Значит, область определения уравнения расширилась. Поэтому проверка корней обязательна.

Третий этап – проверка.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Подставим найденные корни в исходное уравнение.
При икс равном минус два общий знаменатель не обращается в нуль.
Значит, икс равно минус два является корнем данного уравнения.
При икс равном пяти общий знаменатель обращается в нуль. Поэтому икс равно пяти – посторонний корень.

Ответ: -2.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

Первый этап – технический.

$x - 6 = 4 - x;$

$2x = 10;$

$x = 5.$

Первый этап — технический.
Для того чтобы получить простое уравнение и решить его, выполним цепочку преобразований.
Возведем в квадрат (четная степень) обе части этого уравнения, перенесем иксы в левую часть , а числа в правую часть уравнения, приведем подобные слагаемые, получим: $2x = 10$. $x = 5$.

Второй этап – анализ решения.

Проверка корней обязательна.

Второй этап – анализ решения.
Проверим выполненные преобразования на равносильность.
При решении уравнения, мы его обе части возвели в квадрат. Значит, область определения уравнения расширилась. Поэтому проверка корней обязательна.

Третий этап – проверка.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Третий этап – проверка.
Подставим найденные корни в исходное уравнение.
Если икс равен пяти, выражение квадратный корень из четырех минус икс не определено, поэтому икс, равный пяти – посторонний корень. Значит, данное уравнение не имеет корней

Ответ: уравнение корней не имеет.

Пример 6. Решить уравнение $\ln(x^2 + 2x - 7) = \ln(x - 1)$.

Решение.

Первый этап – технический.

$x^2 + 2x - 7 = x - 1;$

$x^2 + x - 6 = 0;$

$x_1 = 2,\ x_2 = -3.$

Второй этап – анализ решения.

Проверка корней обязательна.

Третий этап – проверка.

$x = 2$: $\ln 1 = \ln 1;$

$x = -3$: $\ln(x^2 + 2x - 7)$, $\ln(x - 1)$ – не определены;

Ответ: 2.

<u>Первый этап — технический</u>.

Выполним цепочку преобразований, получим наиболее простое уравнение и решим его. Для этого потенцируем уравнение, перенесем все слагаемые в левую часть уравнения, приведем подобные члены, получим квадратное уравнение икс квадрат плюс икс минус шесть равно нулю.

Вычислим корни: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$.

Второй этап – анализ решения.

Проверим выполненные преобразования на равносильность.

В процессе решения данного уравнения мы освободились от знаков логарифмов. Значит, область определения уравнения расширилась. Поэтому проверка корней обязательна.

Третий этап – проверка.

Подставим найденные корни в исходное уравнение.

Если икс равен двум, то получаем натуральный логарифм единицы равен натуральному логарифму единицы — верное равенство.

Значит, икс равный двум – корень данного уравнения.

Если икс равен минус трем, то натуральный логарифм выражения икс квадрат плюс два икс минус семь и натуральный логарифм выражения икс минус один не определены. Значит, икс равный минус трем — посторонний корень.

Тема 12. Уравнения и неравенства

12.3. Равносильность уравнений

Проверка корней.

Потеря корней при решении уравнения

- https://youtu.be/zmh3ro09Amc

Первый этап – технический.

С помощью цепочки преобразований от исходного уравнения мы приходим к достаточно простому, которо решаем и находим корни.

Второй этап – анализ решения.

Анализируем преобразования, которые выполнили, и выясняем, равносильны ли они

Третий этап – проверка.

Проверка всех найденных корней их подстановкой в исходное уравнение обязательна при выполнении преобразований, которые могут привести к уравнению-следствию

Вопрос - Всегда ли нужно выделять три этапа при решении уравнения?

Ответ - Конечно, нет. Обязательно проводить анализ на равносильность преобразований

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

ОДЗ:

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

$x = 4,\ x = 1;$

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Ответ: 4.

— Если при решении уравнения использовались равносильные преобразования, то проверка не требуется.

— При проверке корней уравнения очень часто используют ОДЗ.

— Если по ОДЗ проверку сделать трудно, то выполняют ее подстановкой в исходное уравнение.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

ОДЗ уравнения определяется системой двух неравенств:

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
$\Rightarrow$
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
$\Rightarrow$
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решением является

ример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$
вносильными?

Возведем обе части уравнения в квадрат,
перенесем слагаемые из одной части уравнения в другую,
приведем подобные слагаемые, получим квадратное уравнение

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Корни квадратного уравнения

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?
ример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$
вносильными?

<u>Проверка</u>

Значение $x_1=\sqrt{2}$ является корнем уравнения, так как оно входит в ОДЗ.
Значение $x_2= -\sqrt{2}$ не является корнем уравнения, т.к. оно не входит в ОДЗ.

Проверим $x=\sqrt{2}$, подставив его в исходное равенство, получим верное равенство, значит, $x=\sqrt{2}$ является корнем уравнения.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение. ОДЗ иррационального уравнения переделяется системой двух неравенств:

$$\begin{cases} \text{Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения } x^2+3=0 \text{ и } \sqrt{(x+5)}=0 \text{ равносильными?} \\ \text{Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения } x^2+3=0 \text{ и } \sqrt{(x+5)}=0 \text{ равносильными?} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения } x^2+3=0 \text{ и } \sqrt{(x+5)}=0 \text{ равносильными?} \\ \text{Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения } x^2+3=0 \text{ и } \sqrt{(x+5)}=0 \text{ равносильными?} \end{cases}$$

Решая ее, получаем, что эта система не имеет решений.

Корнем уравнения не может быть ни одно из значений переменной икс.

Ответ: корней нет.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение

Найти ОДЗ в этом уравнении довольно трудно.

Выполним преобразования: возведем обе части этого уравнения в квадрат, перенесем все слагаемые в левую часть уравнения и приведем подобные слагаемые, два корня запишем под один, получим подобные радикалы, приводим подобные, делим на коэффициент минус 12, и раскладываем подкоренное выражение на множители, получим уравнение в виде произведения двух множителей, равное нулю.

Решив его, найдем корни:

икс первое равно единице, икс второе равно нулю.

Так как мы обе части уравнения возводили в четную степень, то проверка корней обязательна.

Ответ: 1.

Проверка

Если икс равен единице, то получим верное равенство, значит, икс равный единице – корень уравнения.

Если икс равен нулю, то квадратный корень из минус единицы не определен.

Значит, икс равный нулю – посторонний корень.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение

Найдем ОДЗ уравнения.

Для этого решим неравенство икс квадрат плюс пять икс плюс два больше нуля.

Решаем неравенство методом интервалов. Для этого разложим его левую часть на множители, предварительно решив квадратное уравнение, и учитывая знак неравенства, определяем ОДЗ. ОДЗ равно объединению открытых лучей от минус бесконечности до минус дроби пять плюс квадратный корень из семнадцати, деленное на два, и от минус дроби пять минус квадратный корень из семнадцати, деленное на два, до плюс бесконечности.

Теперь приступим к поиску корней уравнения.

Учитывая, что три равно логарифму восьми по основанию два, запишем уравнение в следующем виде: логарифм выражения икс квадрат плюс пять икс плюс два по основанию два равно логарифму восьми по основанию два.

Потенцируем уравнение, получим и решим квадратное уравнение.

Дискриминант равен сорока девяти.

Вычисляем корни:

икс первое равно минус шести; икс второе равно единице.

Проверка

Минус шесть принадлежит ОДЗ, единица принадлежит ОДЗ, значит, оба числа являются корнями уравнения.

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Решение.

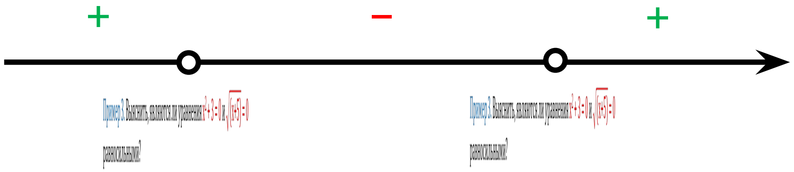
Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?



Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Пример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$ равносильными?

Ответ: –6, 1.

Алгоритм решения уравнения, записанного в виде $f(x)h(x) = g(x)\ h(x)$:

—разложить на множители $g(x)[f(x) - g(x)] = 0$;

—получить два уравнения $h(x)=0;\ f(x) - g(x) = 0$;

—вычислить корни.

Пример 1. Решить уравнение $x^3 = x$.

Решение.

1 способ.

$x^2 = 1;$

$x_1 = 1,\ x_2 = -1.$

2 способ.

$x^3 - x = 0;$

$x(x^2 - 1) = 0;$

$x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

При решении 1 способом мы потеряли один корень, $x = 0$.

Iример 3. Выяснить, являются ли уравнения $x^2 + 3 = 0$ и $\sqrt{(x+5)} = 0$

іавносильными?

Сокращение обеих частей уравнения на множитель, содержащий неизвестное, может привести к потере корней.

Пример 2. Решить уравнение $\lg x^2 = 2$.

Решение.

1 способ.

$x^2 = 100;$

$x_1 = 10,\ x_2 = -10.$

2 способ.

$2 \lg x = 2;$

$\lg x = 1;$

$x = 10.$

$$\boxed{\lg x^2 = 2 \lg |x|}$$