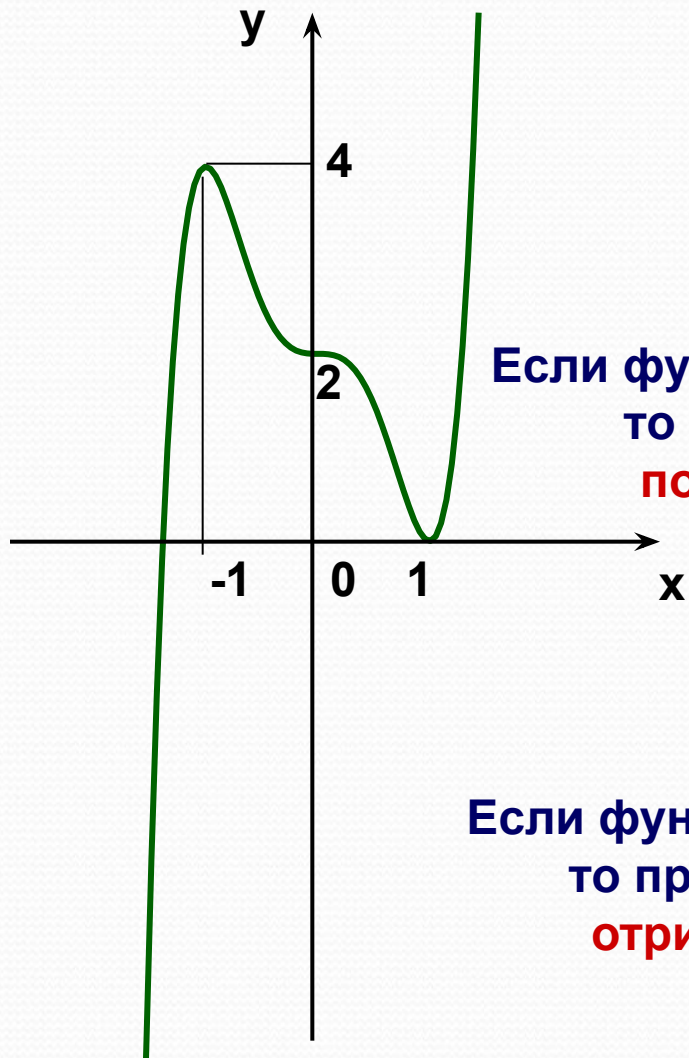


**Применение  
производной  
к исследованию  
функций**

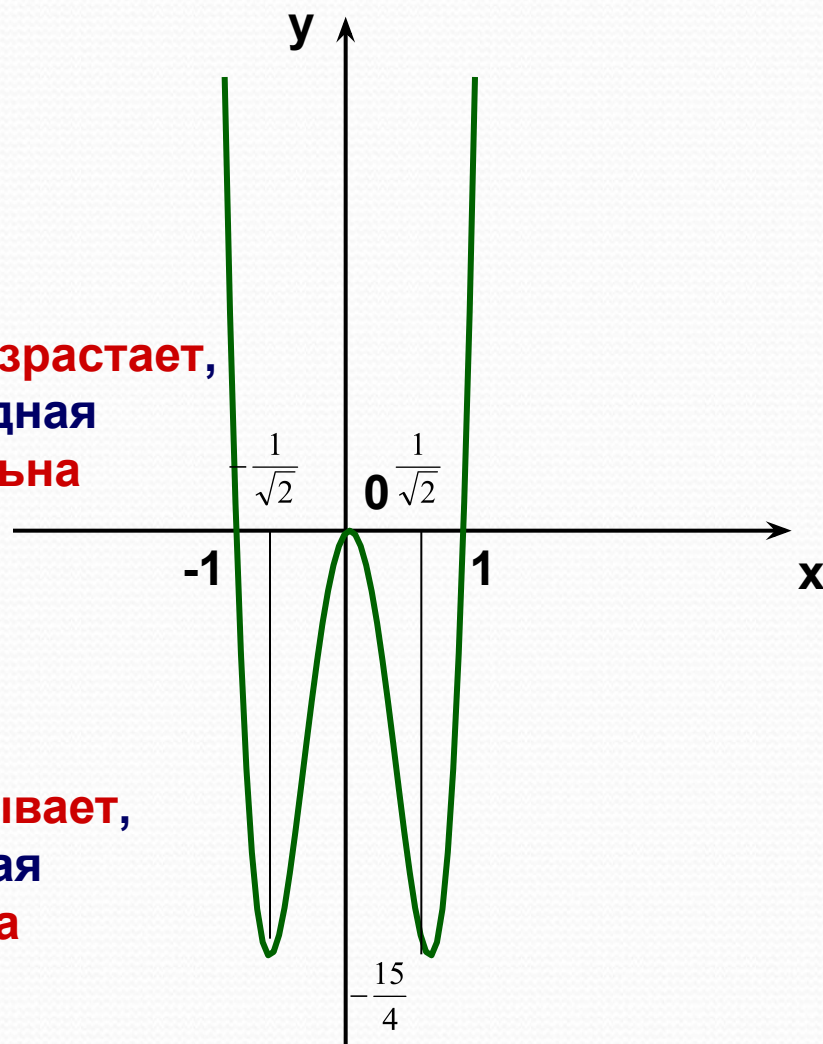
$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

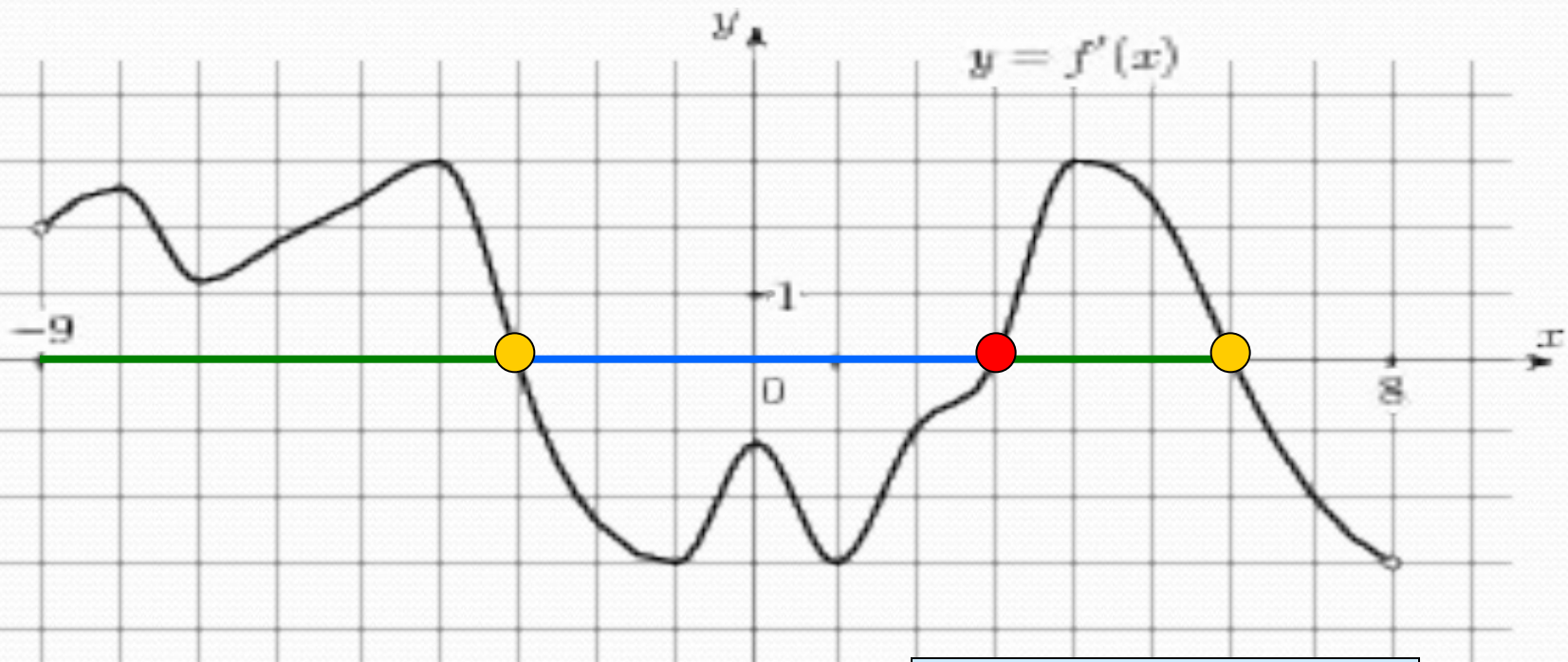


Если функция **возрастает**,  
то производная  
**положительна**

Если функция **убывает**,  
то производная  
**отрицательна**

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$





**Возрастает:**

**Убывает:**

**Максимум:**

**Минимум;**

# Алгоритм нахождения наибольших и наименьших значений функции

**Находим производную функции**

**Находим критические точки функции**

**Если критических точек на отрезке нет, значит функция на отрезке монотонна, и наибольшего и наименьшего значения функция достигает на концах отрезка**

**Если критические точки на отрезке есть, значит нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, и выбрать из полученных чисел наибольшее и наименьшее**

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 8$$

**Решение:**

$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 5$$

$$-3x^2 + 8x - 5 = 0$$

$$x = 1 ; x = 5/3$$

$$f(-1) = 18$$

$$f(3) = 2$$

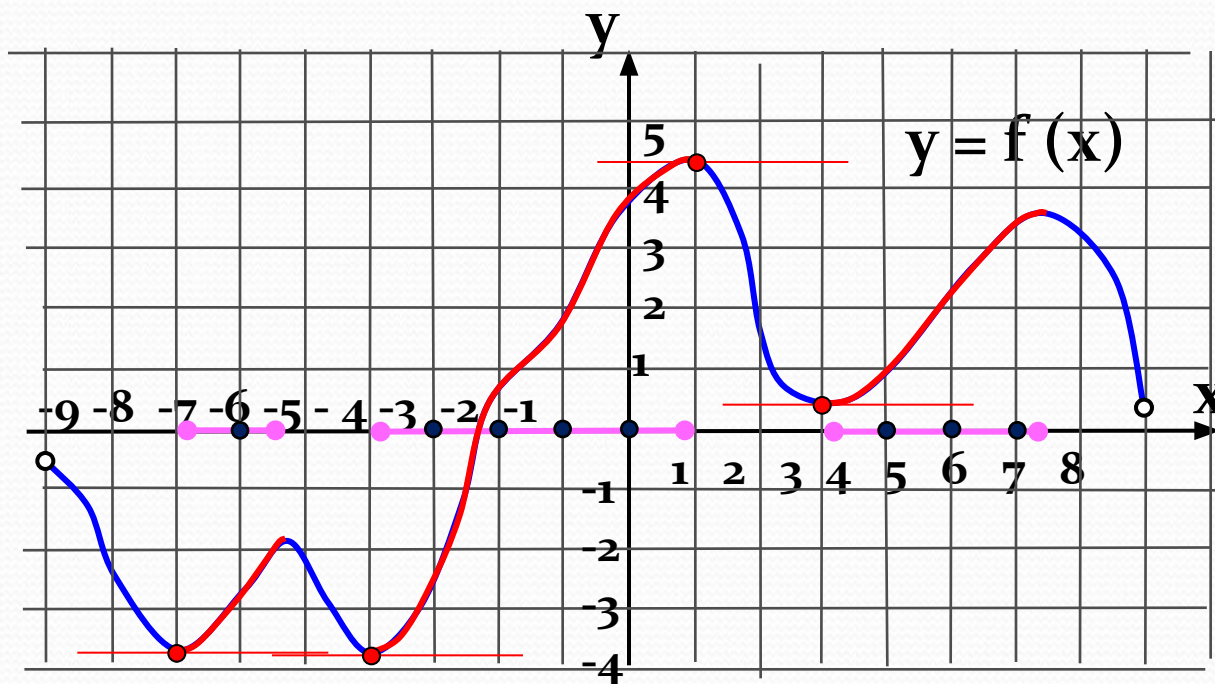
$$f(1) = 6$$

$$f(5/3) = 55/9$$

*ответ*

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

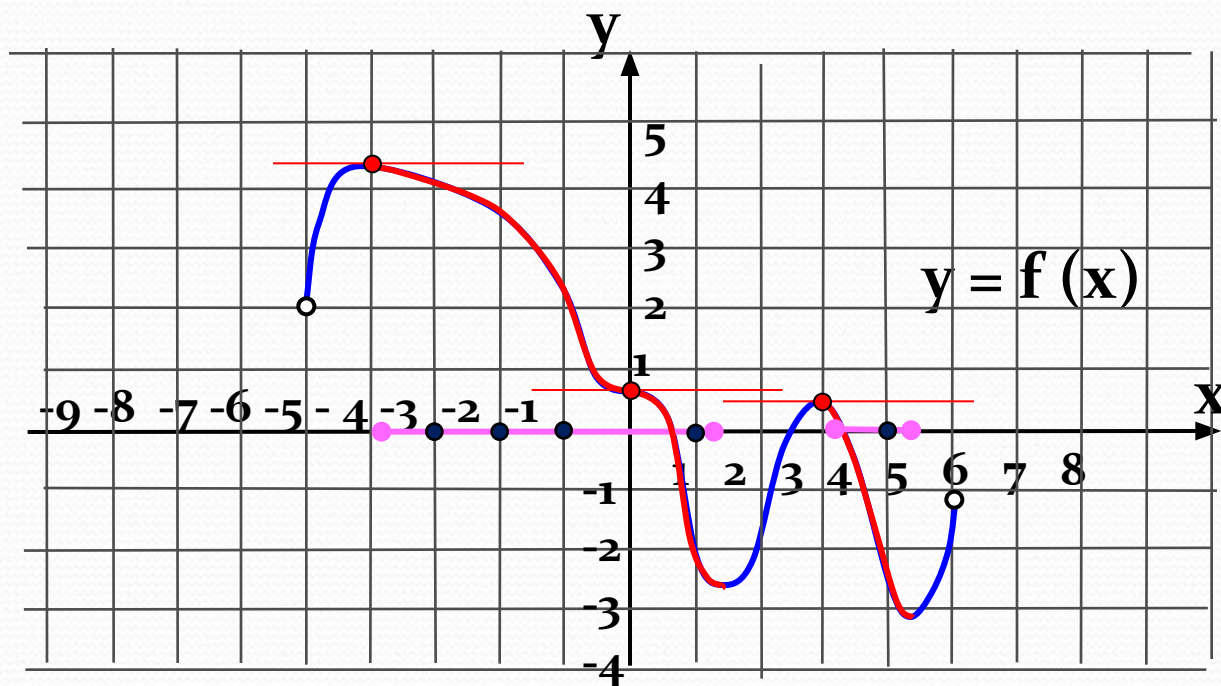
- Решение:** 1.  $f'(x) > 0$ , значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.  
2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



**Ответ: 8**

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

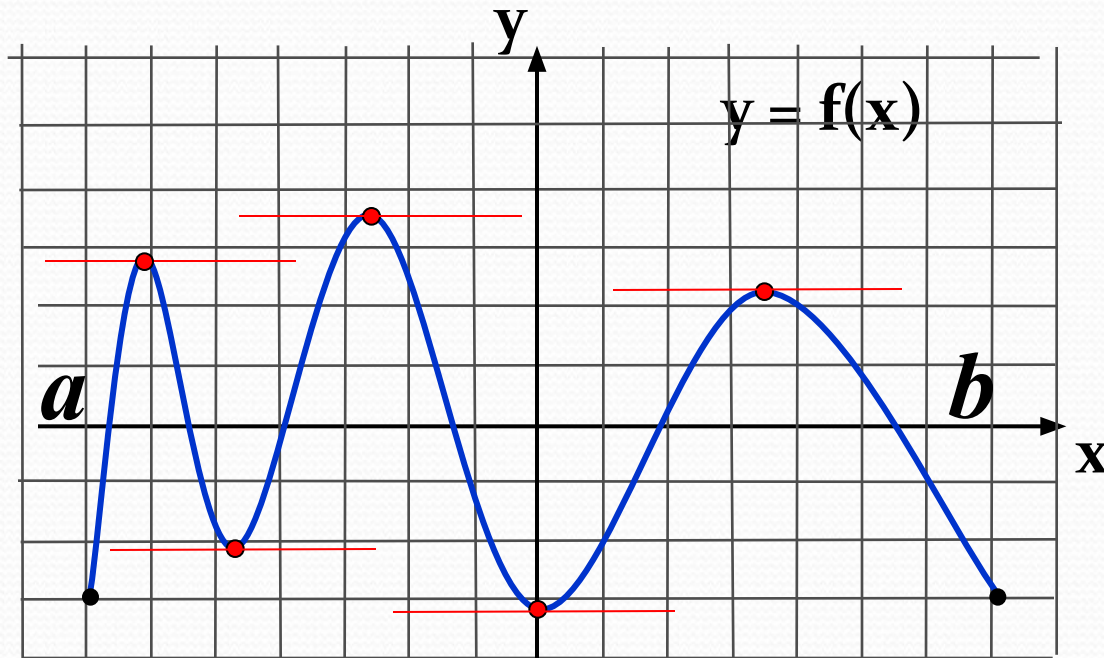
- Решение:** 1.  $f'(x) < 0$ , значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.  
2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



**Ответ: 5**

Непрерывная функция  $y = f(x)$  задана на отрезке  $[a; b]$

На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси  $Ox$ .

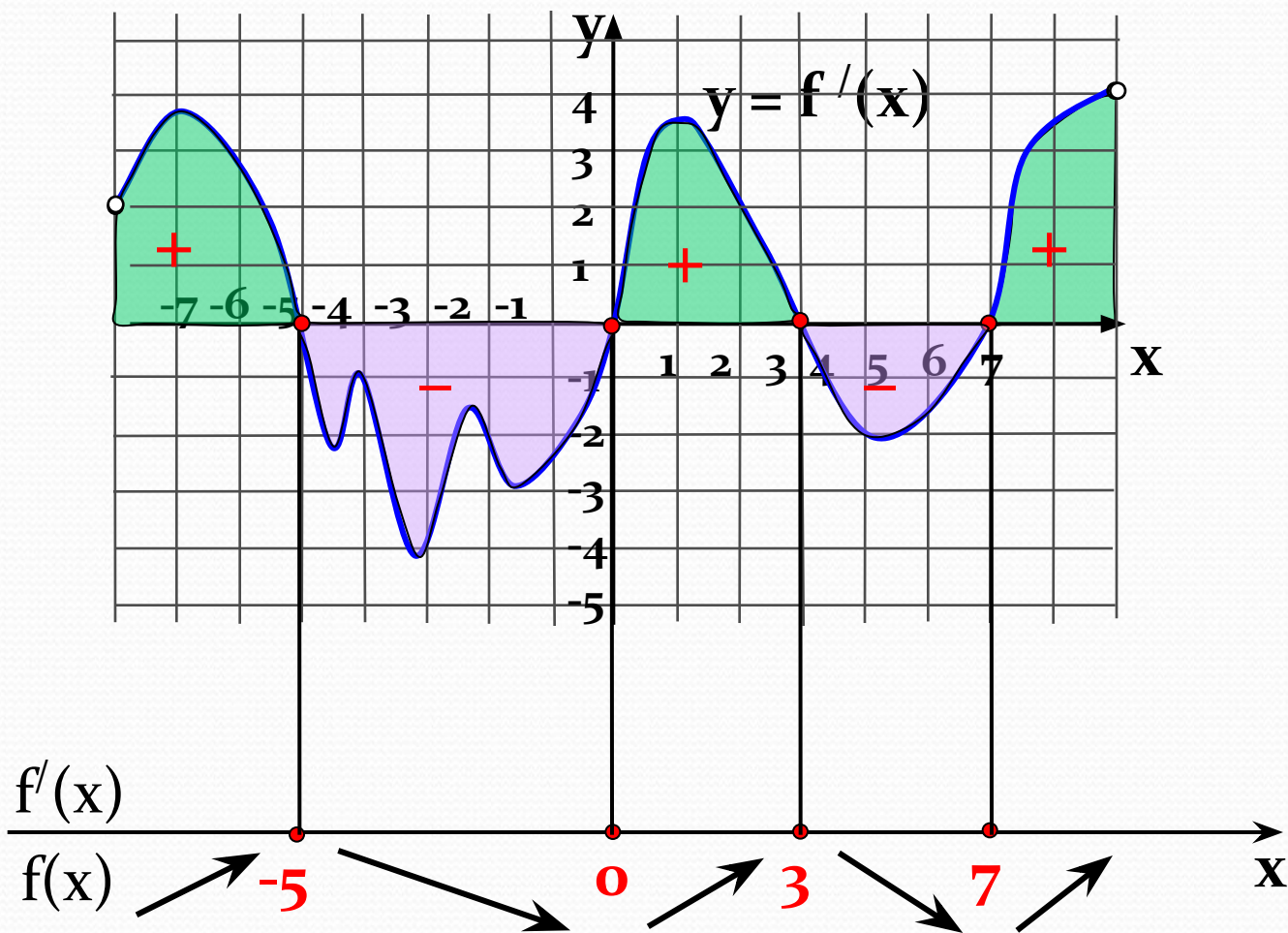


**Ответ: 5**



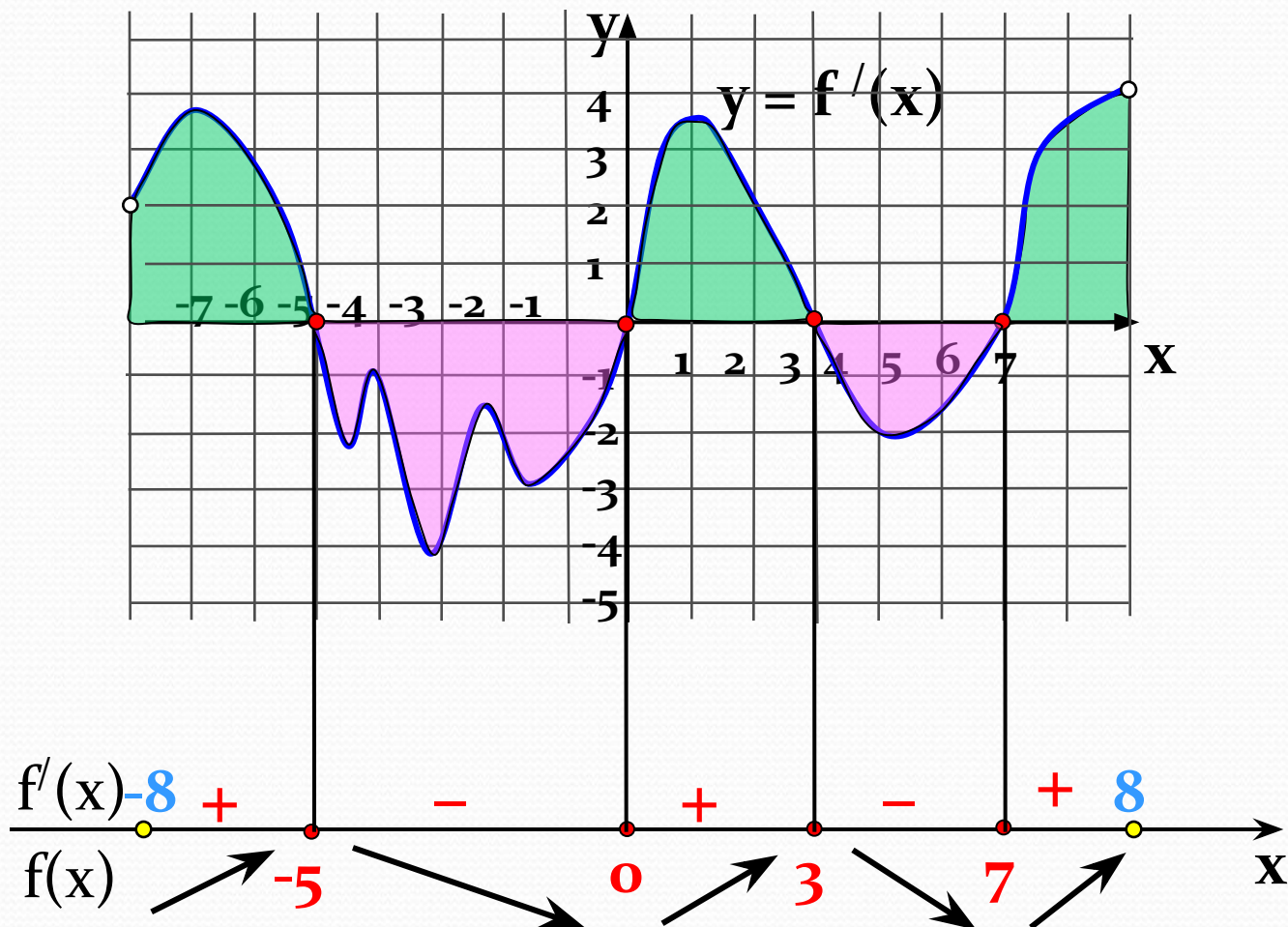
На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-8; 8)$ .

Найдем точки, в которых  $f'(x) = 0$  (это нули функции).



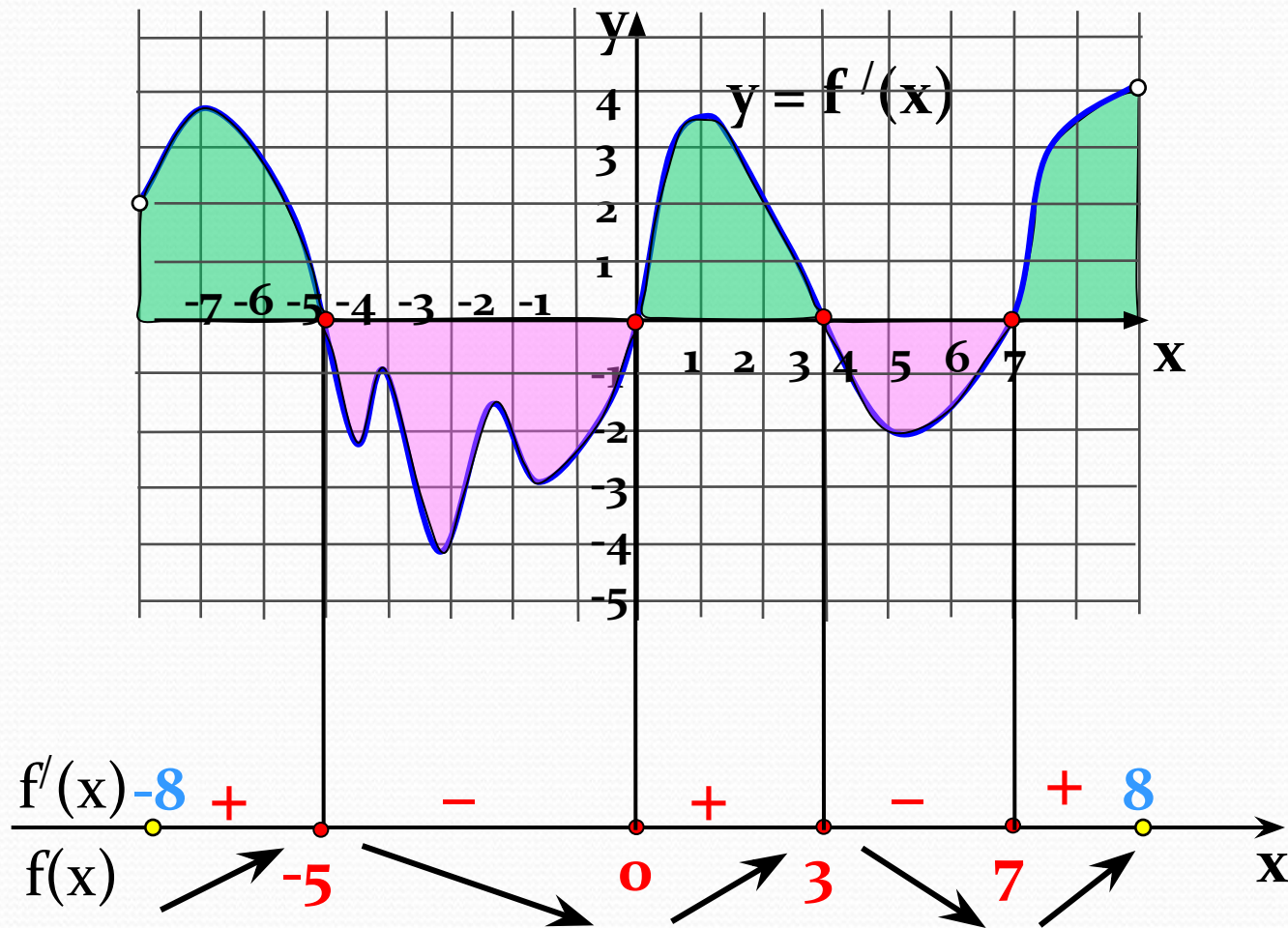
Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

4 точки экстремума



Ответ: 2

Найдите количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-3; 7]$



**Ответ: 3**

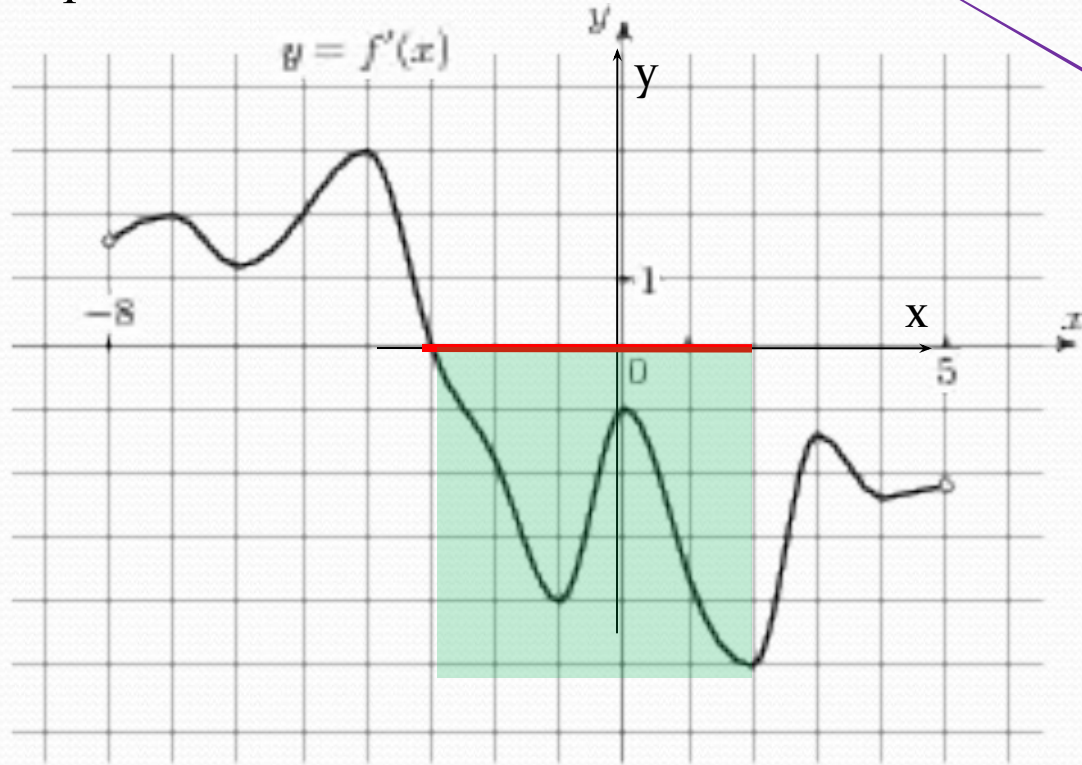
На рисунке изображен график функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3;10)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $y=f(x)$ .



$$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$$

**Ответ: 35**

На рисунке изображен график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8;5)$ . В какой точке отрезка  $[-3;2]$  принимает наибольшее значение?

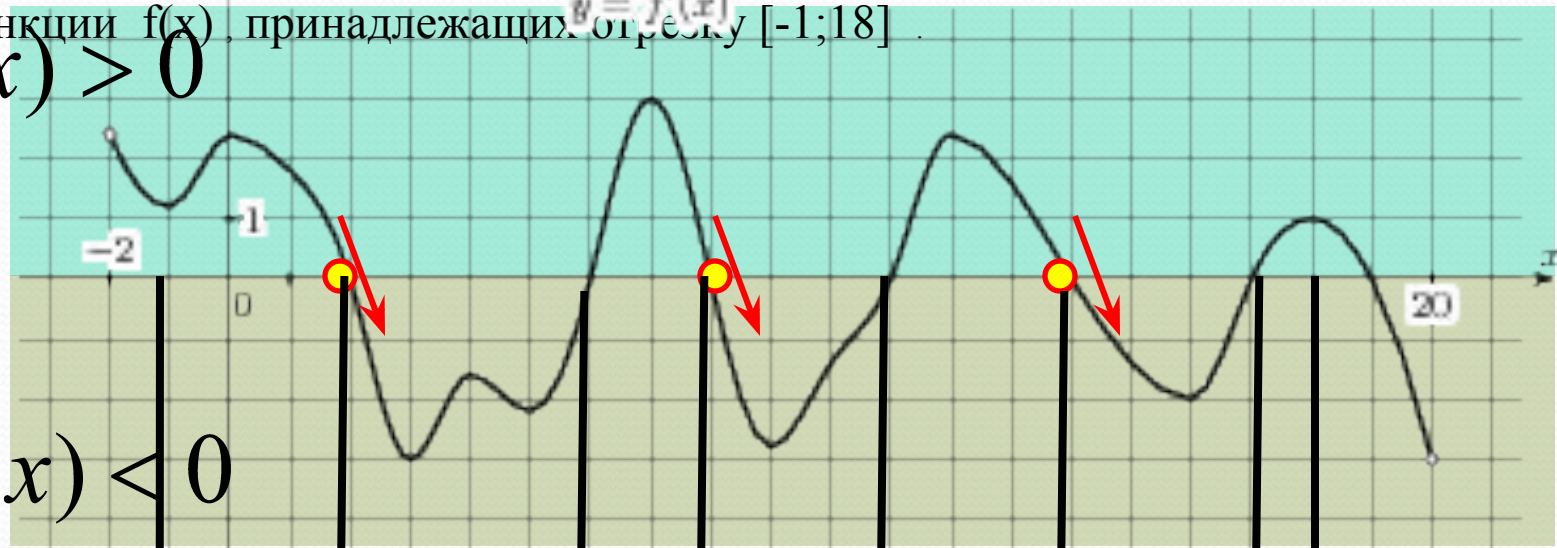


$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$  убывает

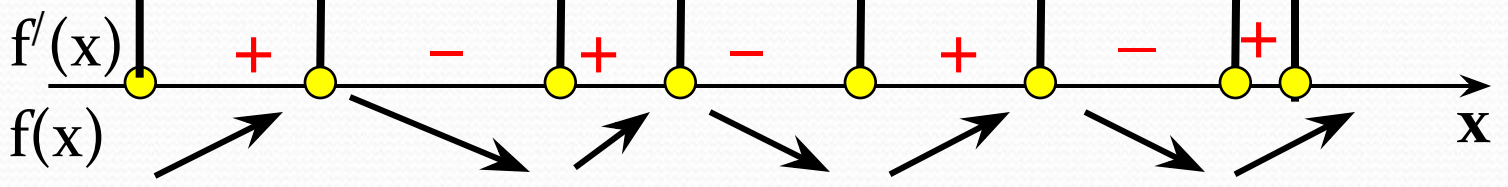
**Ответ:-3**

На рисунке изображен график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2;20)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-1;18]$ .

$$f'(x) > 0$$



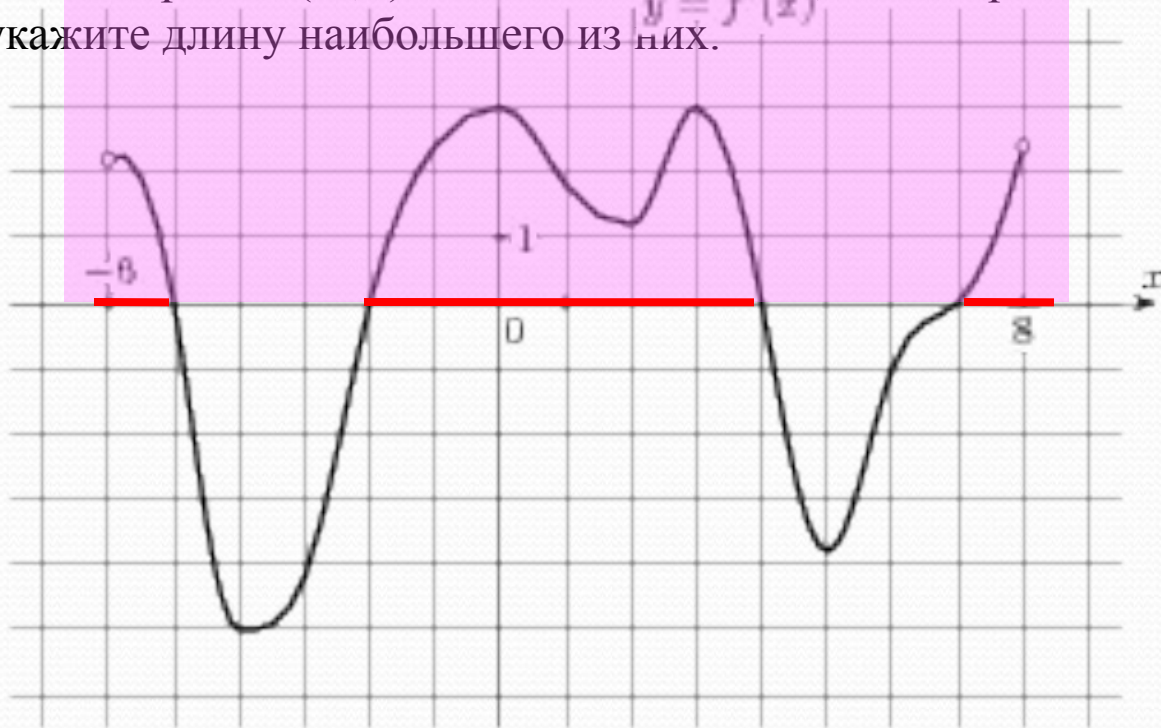
$$f'(x) < 0$$



Точка максимума – точка перехода от  $f'(x) > 0$  к  $f'(x) < 0$

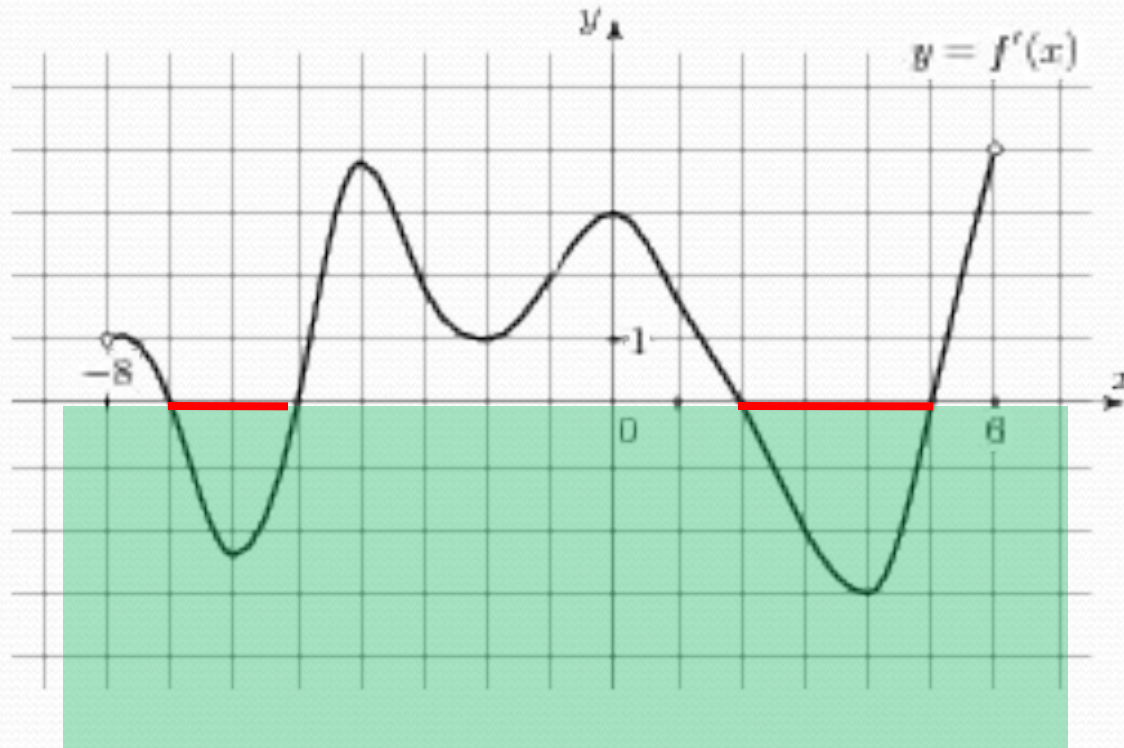
**Ответ: 3**

На рисунке изображен график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6;8)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



**Ответ: 6**

На рисунке изображен график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8;6)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



**Ответ: 3**