

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова
кафедра электротехники, О8

Лекция 7

Трёхфазные электрические цепи

Основные понятия и определения

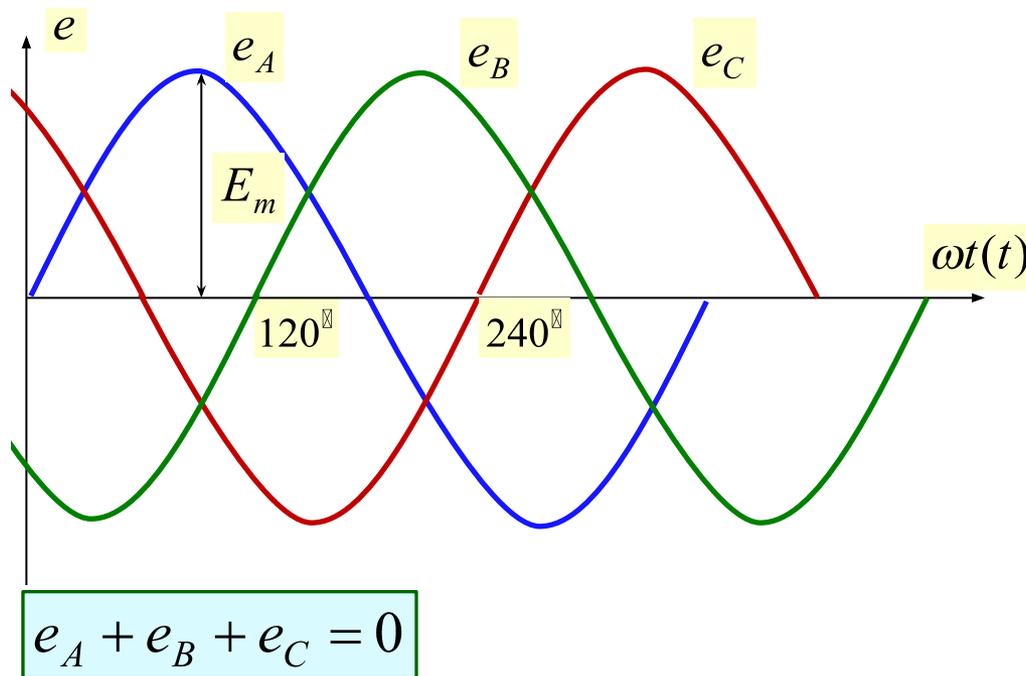
Совокупность *трёх* электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, но сдвинутые по фазе одна относительно другой на 120° , называют *трёхфазной* цепью.

ЭДС фаз трёхфазного генератора:

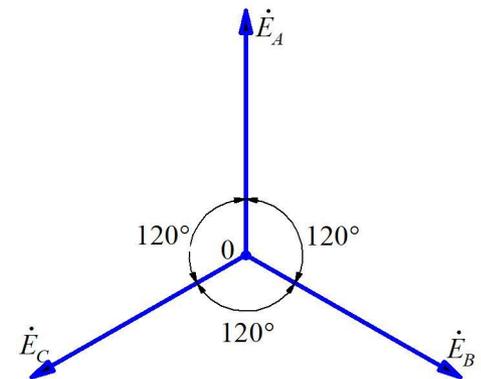
$$e_A = E_m \sin(\omega t)$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$



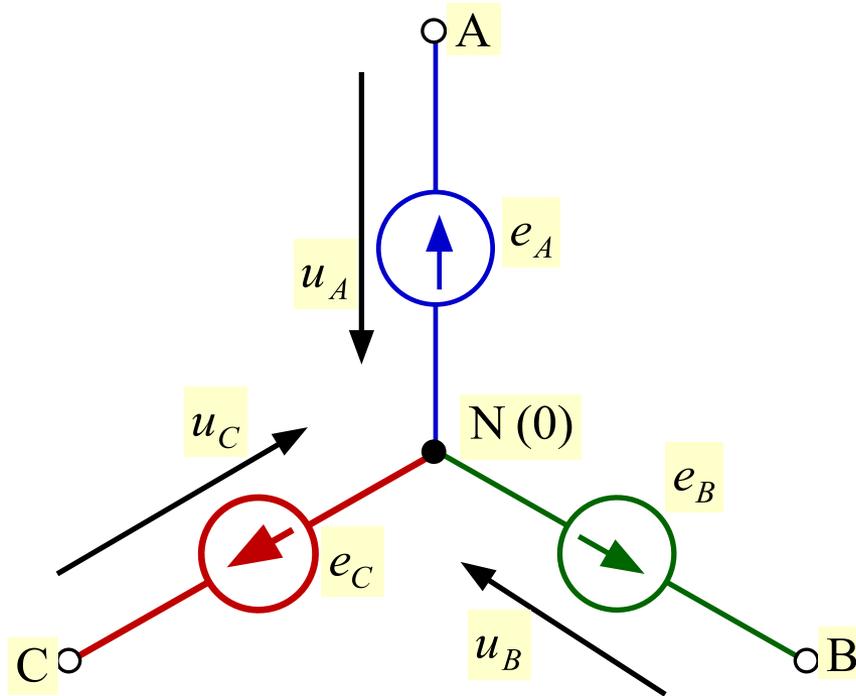
Комплекс ЭДС генератора:



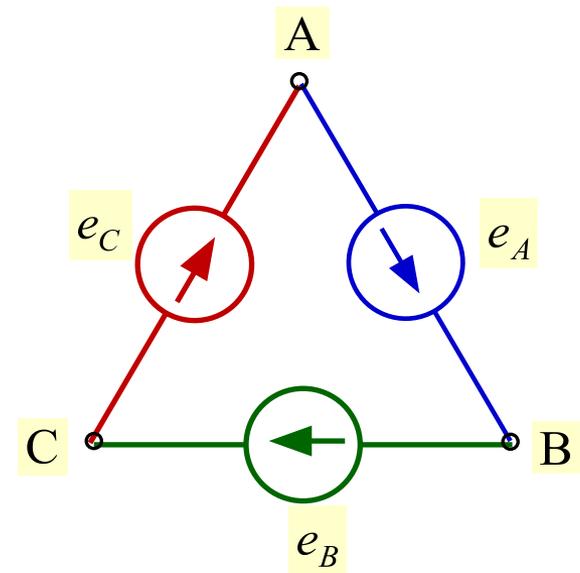
$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

Способы соединения источников ЭДС трёхфазного соединения

Существуют два основных способа соединения обмоток генератора и приёмника в трёхфазных цепях: *звездой* и *треугольником*.



Соединение источников ЭДС звездой

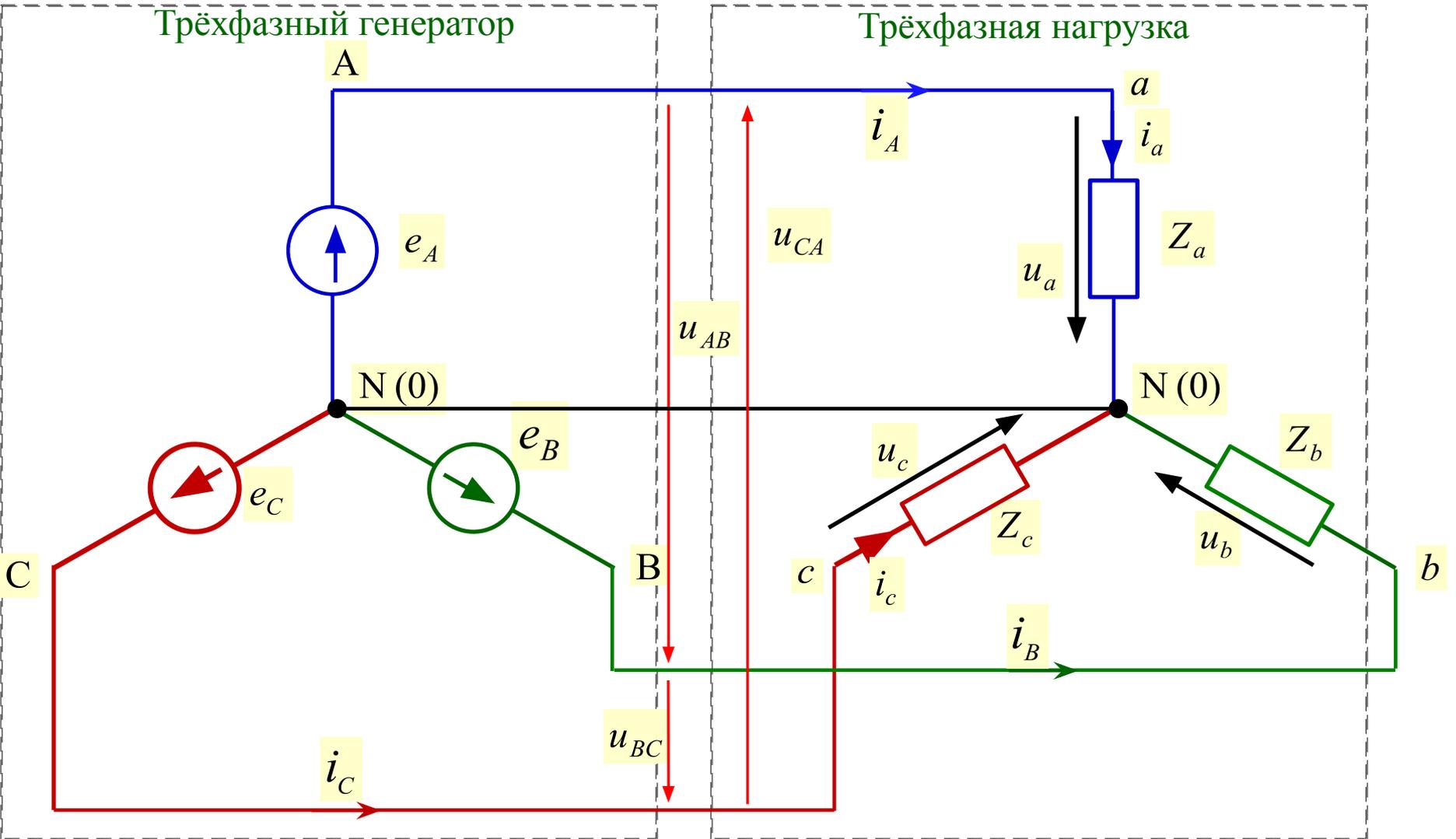


Соединение источников ЭДС треугольником

Концы фаз генератора (источников ЭДС) обозначают **A, B, C**.

Соединенные вместе концы фаз генератора называется **нейтральной (нулевой) точкой $N(0)$** .

Соединение обмоток генератора и нагрузки фаз «звездой»



Векторная диаграмма трёхфазного генератора соединенного звездой

Фазные ЭДС и комплексные напряжения:

$$e_A = E_m \sin(\omega t) \quad \Longrightarrow \quad \dot{U}_A = U \cdot e^{j0^\circ}$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \quad \Longrightarrow \quad \dot{U}_B = U \cdot e^{j120^\circ}$$

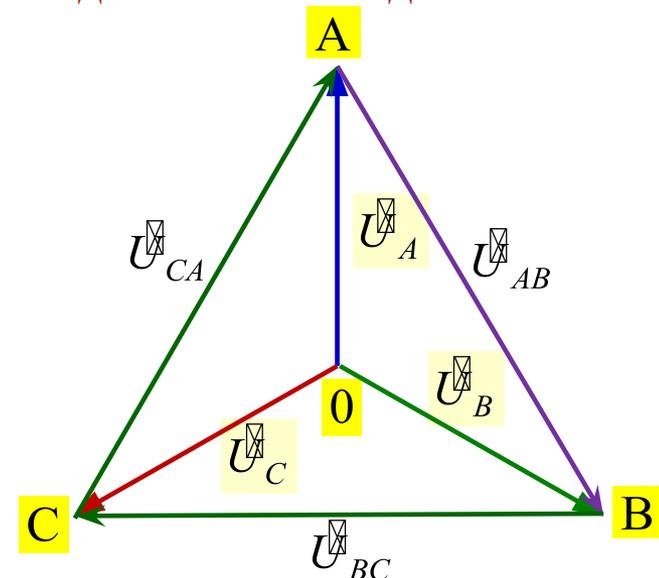
$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) \quad \Longrightarrow \quad \dot{U}_C = U \cdot e^{-j120^\circ}$$

Линейные напряжения определяются параметрами ЭДС трёхфазного генератора:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$$



Если действующие значения равны

$$U_A = U_B = U_C = U,$$

$$\text{тогда } U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U \cdot \sqrt{3}$$

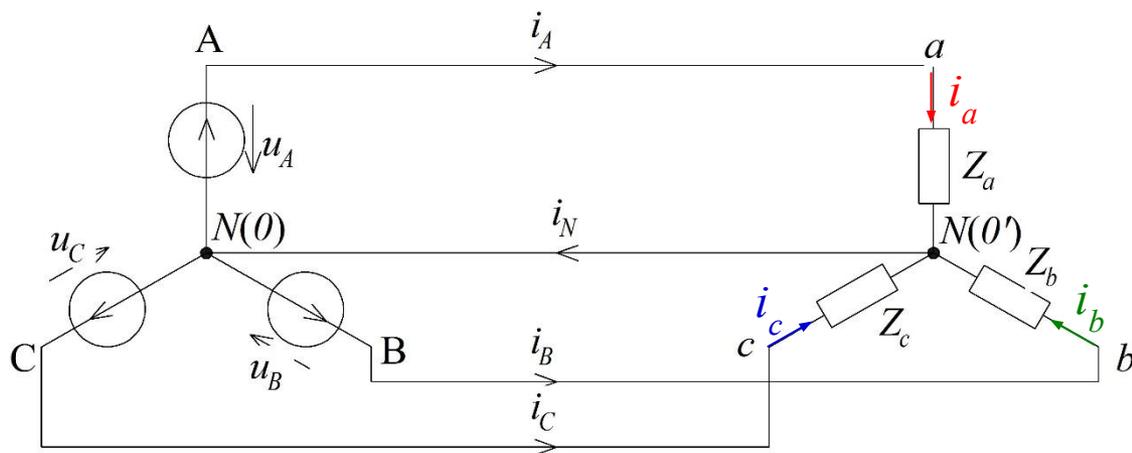
В России фазные напряжения

$U_A = U_B = U_C = U = 220$ В, следовательно

линейные напряжения $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U \cdot \sqrt{3} = 380$ В

При составлении **однолинейных** электрических схем фазы вместо А, В, С обозначают L1, L2, L3.

Четырёхпроводное соединение



4 провода:

- линейный провод А-а
- линейный провод В-в
- линейный провод С-с
- нулевой провод 0-0'

линейные токи: i_A, i_B, i_C

фазные токи: i_a, i_b, i_c

Для потребителей линейные напряжения остаются неизменными и их значения определяются напряжениями на зажимах трёхфазного источника:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_A - U_B \\ U_{BC} &= U_B - U_C \\ U_{CA} &= U_C - U_A \end{aligned}$$

$$I_a + I_b + I_c = I_N$$

При соединении фаз нагрузки звездой линейные токи равны фазным токам:

Если считать сопротивление линейных проводов нулевым, тогда

$$\begin{aligned} U_A &= U_a; & U_A &= U_a; \\ U_B &= U_b; & U_B &= U_b; \\ U_C &= U_c; & U_C &= U_c \end{aligned}$$

В комплексной форме:

$$I_A, I_B, I_C \text{ и } I_a, I_b, I_c$$

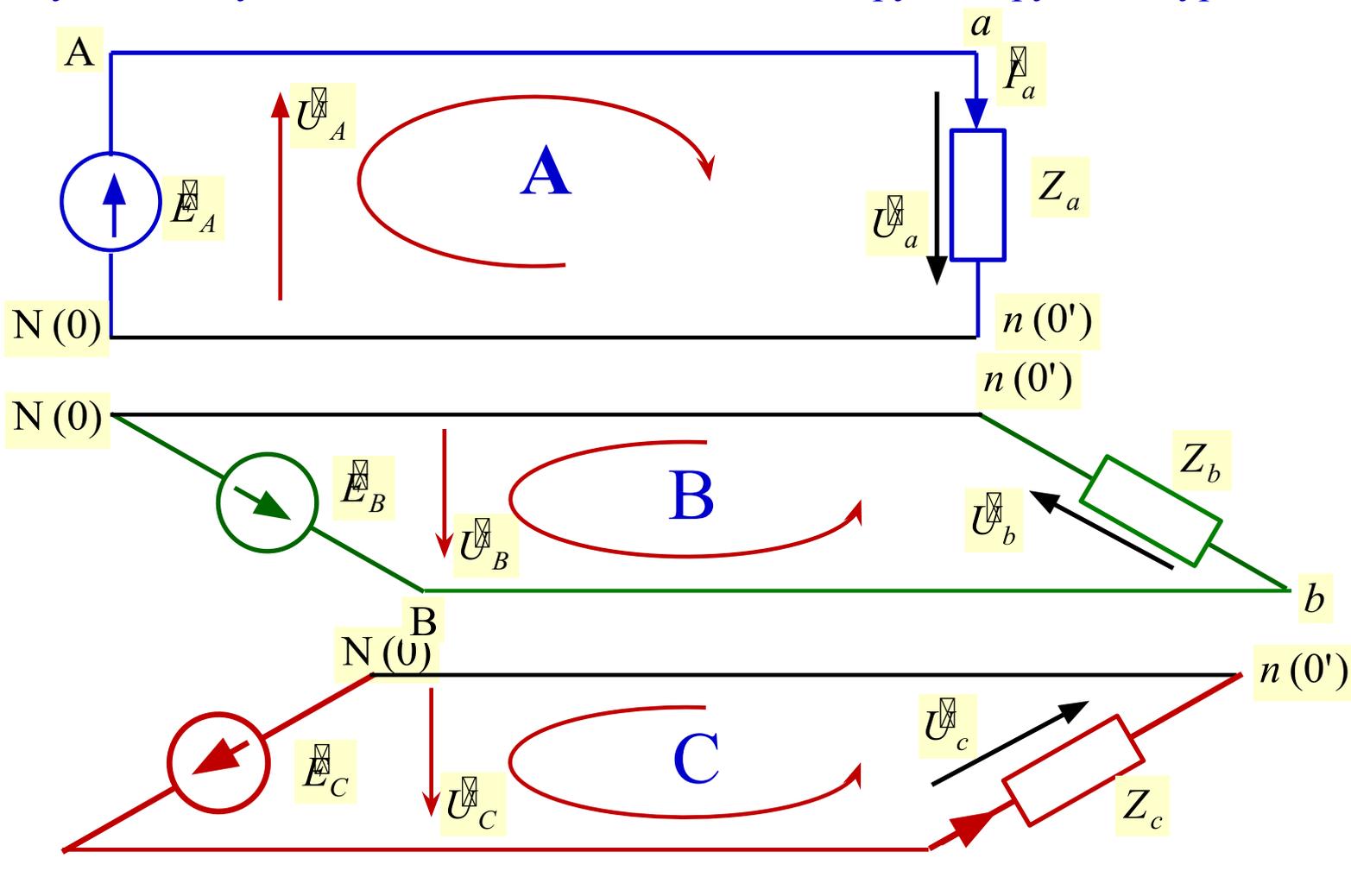
$$\begin{aligned} I_A &= I_a; \\ I_B &= I_b; \\ I_C &= I_c \end{aligned}$$

Четырёхпроводное соединение (Соединение «Звездой» с нулевым проводом)

Трёхфазную систему можем делить на 3 независимые друг от друга контура.

$$\vec{U}_a = \vec{U}_A$$

$$\vec{I}_a = \frac{\vec{U}_a}{Z_a}$$



$$\vec{U}_b = \vec{U}_B$$

$$\vec{I}_b = \frac{\vec{U}_b}{Z_b}$$

$$\vec{U}_c = \vec{U}_C$$

$$\vec{I}_c = \frac{\vec{U}_c}{Z_c}$$

Режимы работы трёхфазной цепи с нулевым проводом

1. Равномерная нагрузка. $Z_a = Z_b = Z_c = Z = r$

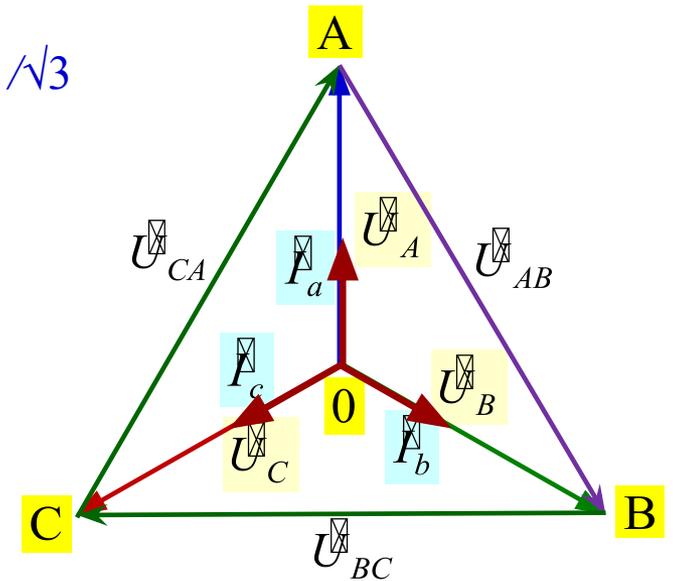
Фазные напряжения нагрузки: $U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_{\text{Л}} / \sqrt{3}$

Фазные токи вычисляем по закону Ома:

$$I_a = \frac{U_a}{z_a} \quad I_b = \frac{U_b}{z_b} \quad I_c = \frac{U_c}{z_c}$$

$$I_a = I_b = I_c = I_\phi = \frac{U_\phi}{z_\phi} = \frac{U_{\text{Л}} / \sqrt{3}}{z_\phi}$$

$$I_a + I_b + I_c = I_0 = 0$$

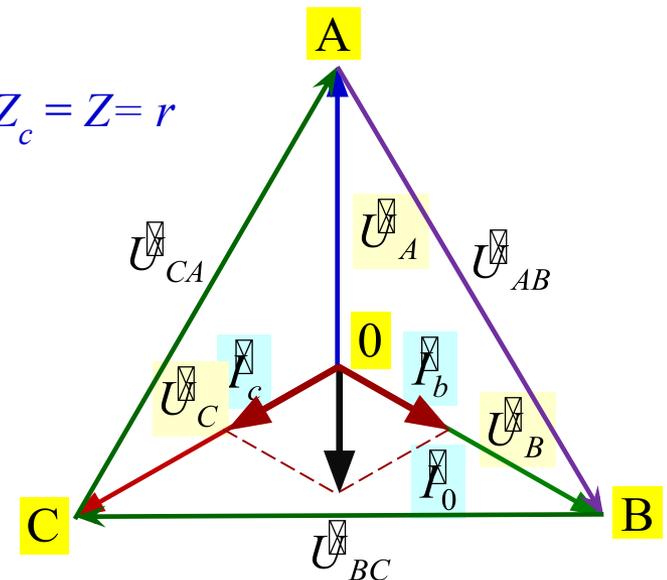


2. Обрыв одной фазы, например, фазы А: $Z_a = \infty$; $Z_b = Z_c = Z = r$

$$I_a = - \quad I_b = \frac{U_b}{z_b} \quad I_c = \frac{U_c}{z_c}$$

$$I_b = I_c = \frac{U_\phi}{z_\phi} = \frac{U_{\text{Л}} / \sqrt{3}}{z_\phi}$$

$$I_b + I_c = I_0$$



Режимы работы трёхфазной цепи, при соединении нагрузки фаз по схеме «Звезда», с нулевым проводом

3. Неравномерная нагрузка. $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

Фазные напряжения нагрузки: $U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3}$

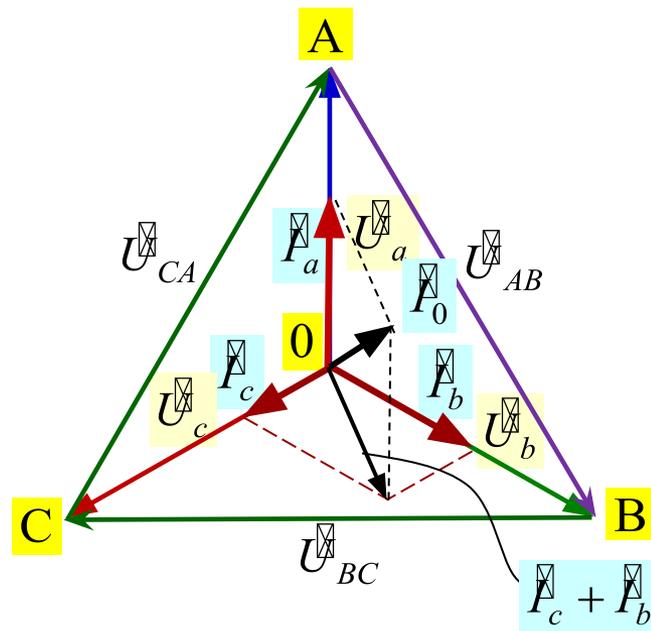
Фазные токи вычисляем по закону Ома:

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}$$

$$I_b = \frac{U_b}{Z_b}$$

$$I_c = \frac{U_c}{Z_c}$$

$$\vec{I}_a + \vec{I}_b + \vec{I}_c = \vec{I}_0$$



Нулевой провод (N-n, или 0-0') выравнивает фазные напряжения. Нулевой провод позволяет рассчитать фазные токи по закону Ома, независимо от нагрузки двух других фаз!

Работа трёхфазной цепи без нулевого провода при соединении нагрузки фаз звездой

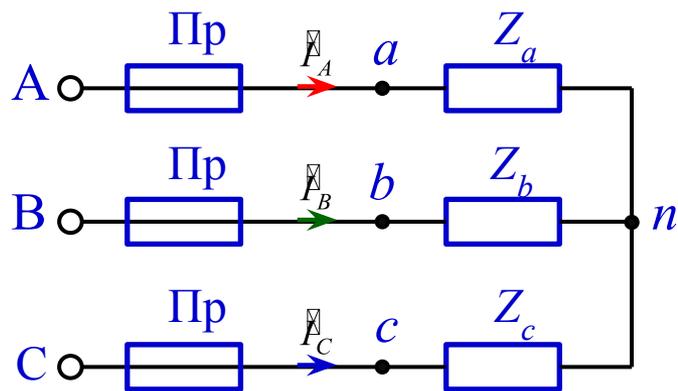


Схема соединения фаз приемника без нулевого провода

Напряжение между нейтральными точками фаз генератора и фаз приемника

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

Y_a, Y_b, Y_c – проводимости фаз приемника

$$Y_a = \frac{1}{Z_a} \quad Y_b = \frac{1}{Z_b} \quad Y_c = \frac{1}{Z_c}$$

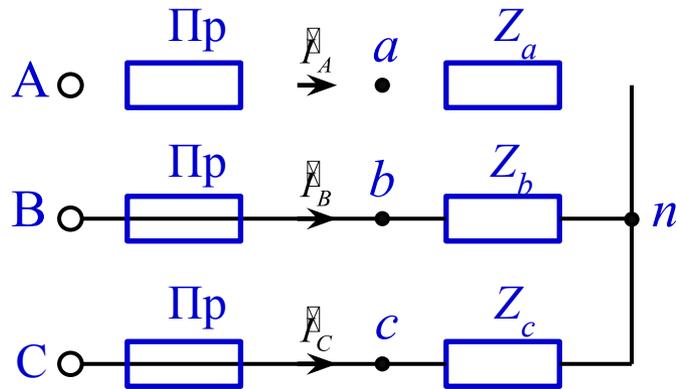
Алгебраическая сумма мгновенных значений фазных напряжений генератора равна нулю.

Сумма комплексов фазных напряжений генератора равна нулю.

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

5. Равномерная нагрузка. $Z_a = Z_b = Z_c = Z = r$ или $Y_a = Y_b = Y_c = Y = g$

Разность потенциалов U_{Nn} – смещение нейтрали



$$U_{Nn} = \frac{U_A Y + U_B Y + U_C Y}{Y + Y + Y} = 0$$

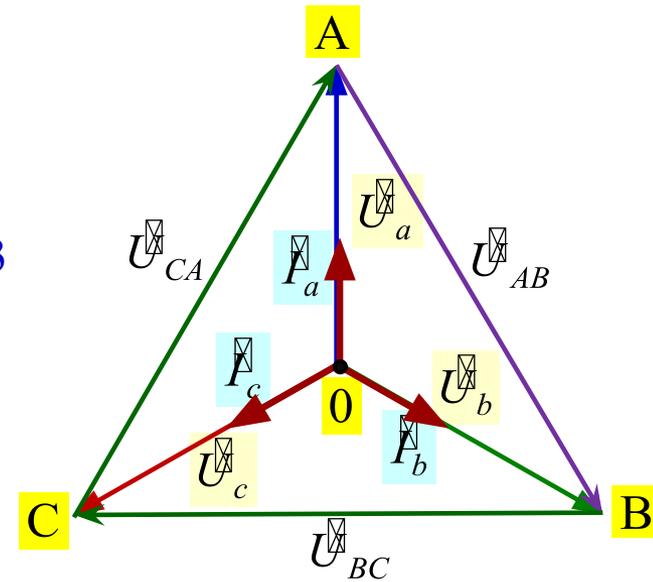
Фазные напряжения нагрузки: $U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_{\text{Л}} / \sqrt{3}$

Фазные токи вычисляем по закону Ома:

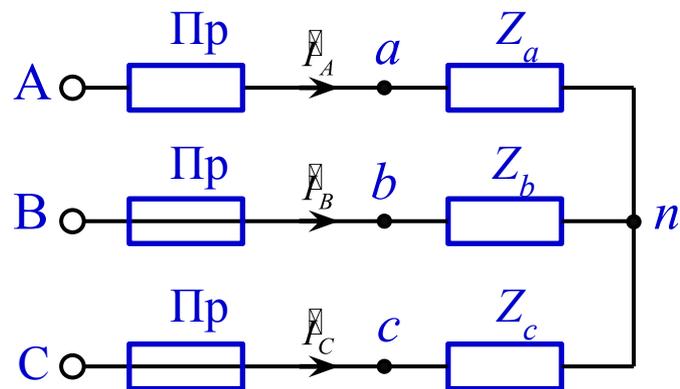
$$I_a = \frac{U_a}{Z_a} \quad I_b = \frac{U_b}{Z_b} \quad I_c = \frac{U_c}{Z_c}$$

$$I_a = I_b = I_c = I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{U_{\text{Л}} / \sqrt{3}}{Z_\phi}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$



6. Обрыв одной фазы А: $Z_a = \infty$; $Z_b = Z_c = Z = r$ или $Y_a = 0$; $Y_b = Y_c = Y = g$

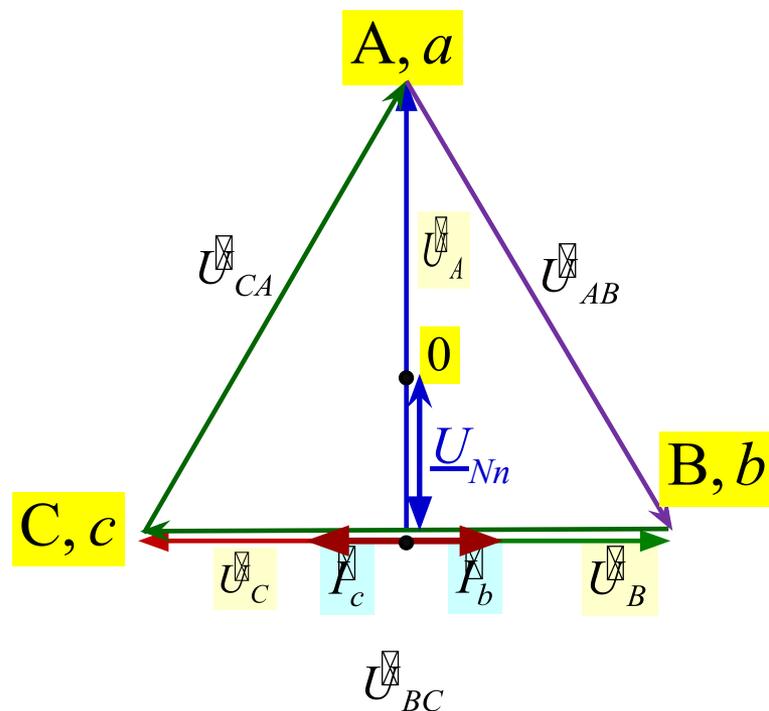


$$\dot{U}_{Nn} = \frac{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)Y}{Y + Y} = \frac{\dot{U}_A}{2}$$

$$I_a = - \quad I_b = \frac{U_b}{z_b} \quad I_c = \frac{U_c}{z_c}$$

$$I_b = I_c = \frac{U_\phi}{z_\phi} = \frac{U_{\text{Л}} / \sqrt{3}}{z_\phi}$$

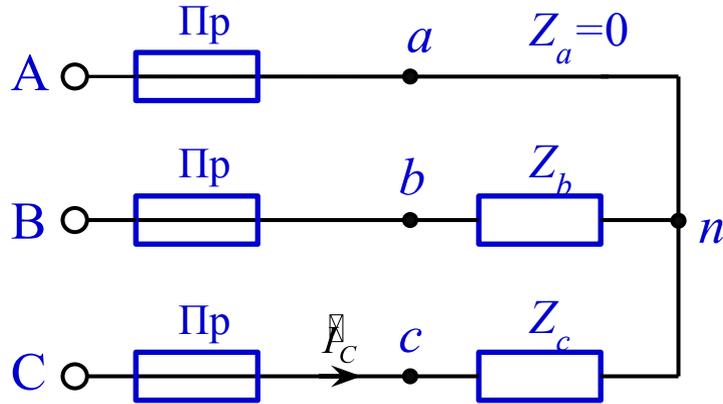
$$\dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$



8. Короткое замыкание одной фазы без нулевого провода, например, фазы А:

$$Z_a = \infty; Z_b = Z_c = r$$

Внимание! Короткое замыкание при наличии нулевого провода, является аварийным режимом!



$$U_a = I_a \cdot Z_a = 0$$

$$U_{AB} = U_a - U_b = -U_b$$

$$U_{BC} = U_b - U_c$$

$$U_{CA} = U_c - U_a = -U_c$$

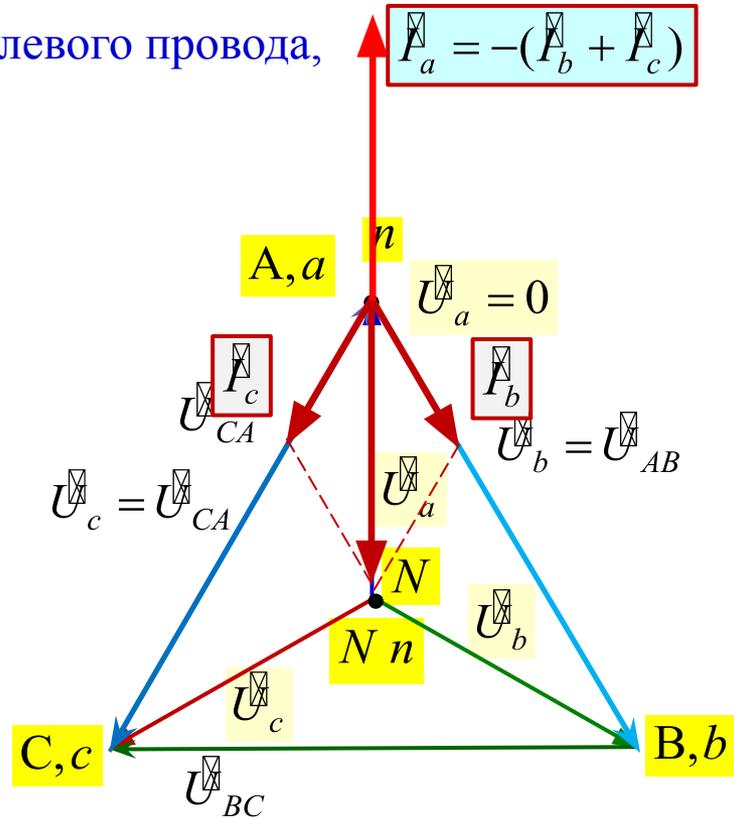
$$I_b = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{U_{AB}}{Z_b}$$

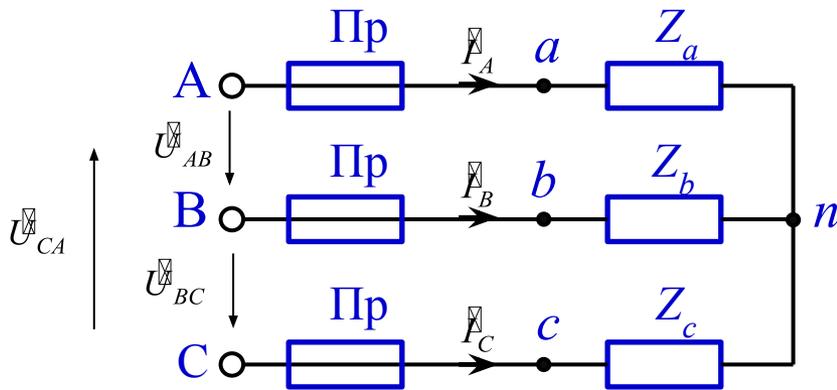
$$I_c = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{U_{CA}}{Z_c}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$



$$I_a = -(I_b + I_c)$$





Смещение нейтрали U_{Nn}

$$U_{Nn} = \frac{U_{AB} Y_a + U_{BC} Y_B}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

фазные напряжения нагрузки

$$\begin{aligned} U_a &= U_A - U_{Nn} \\ U_b &= U_B - U_{Nn} \\ U_c &= U_C - U_{Nn} \end{aligned}$$

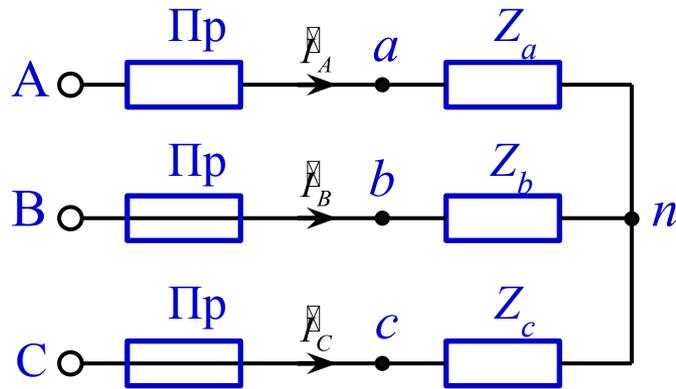
фазные токи нагрузки

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}$$

$$I_b = \frac{U_b}{Z_b}$$

$$I_c = \frac{U_c}{Z_b}$$

Пример



$$Z_a = \infty \text{ Ом}$$

$$Z_b = 10 + 30j \text{ Ом}$$

$$Z_c = 10 + 30j \text{ Ом}$$

$$U_{AB} = 220e^{j0^\circ}$$

$$U_{BC} = 220e^{j120^\circ}$$

$$U_{CA} = 220e^{-j120^\circ}$$

$$U_b + U_c = U_{BC} = 220e^{j120^\circ}$$

$$U_b = U_c = 110 \text{ В}$$

$$z_b = z_c = \sqrt{10^2 + 30^2} = \sqrt{1000} = 31,63 \text{ Ом}$$

$$I_b = \frac{110}{31,63} = 3,47 \text{ А}$$

$$I_c = \frac{110}{31,63} = 3,47 \text{ А}$$

$$\varphi = \arctg \frac{30}{10} = 72^\circ$$

