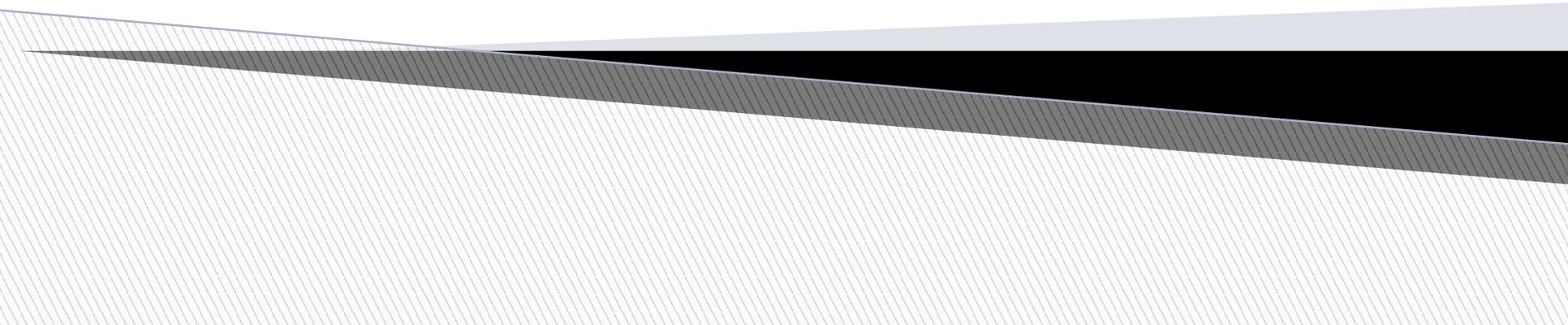


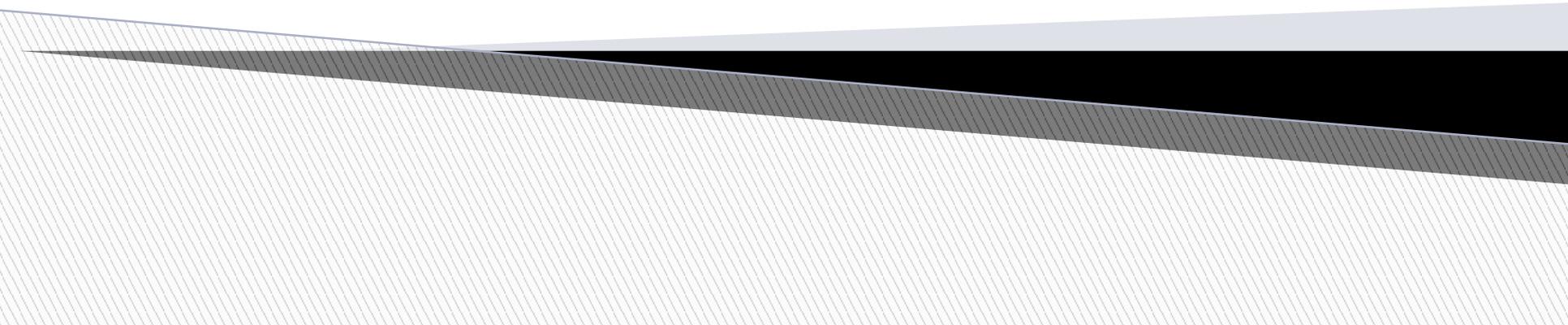
*ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.
Аммосова»
Инженерно-технический институт
Кафедра прикладной механики*

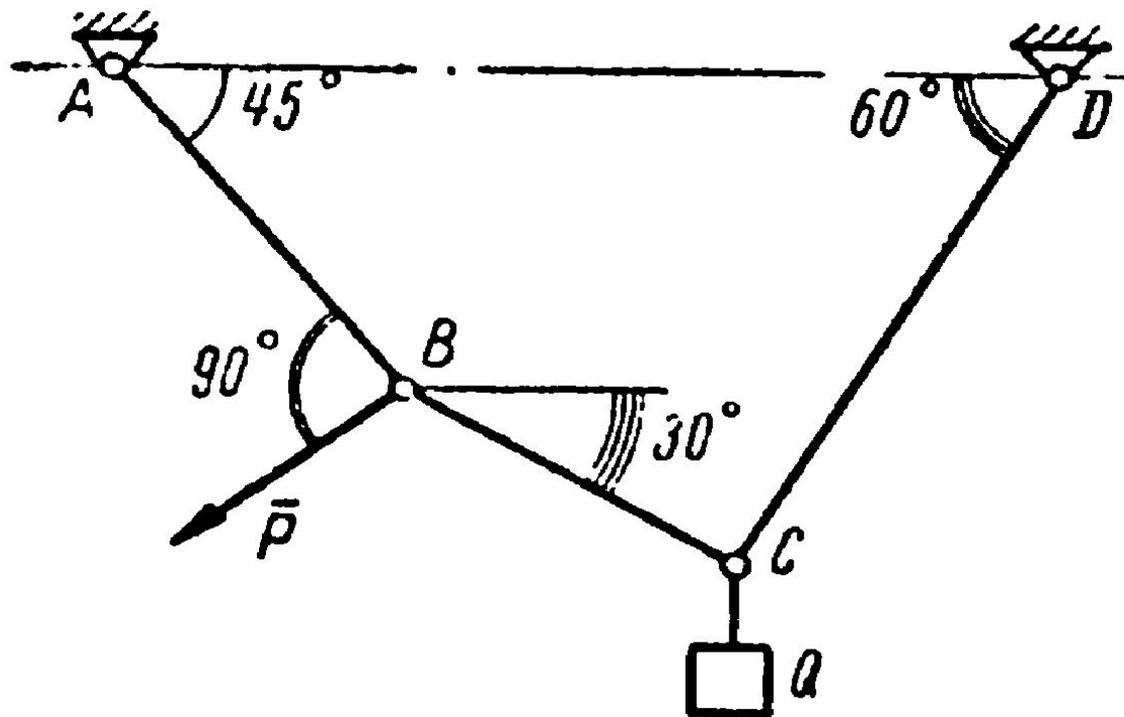
**Решение задач
по дисциплине «Техническая механика»
270800 - Строительство**



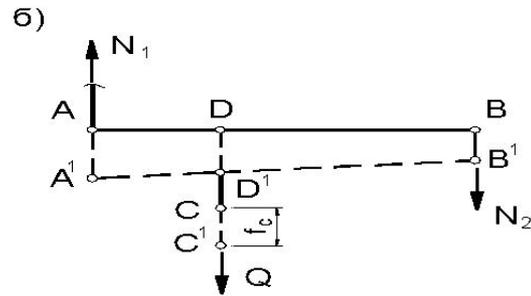
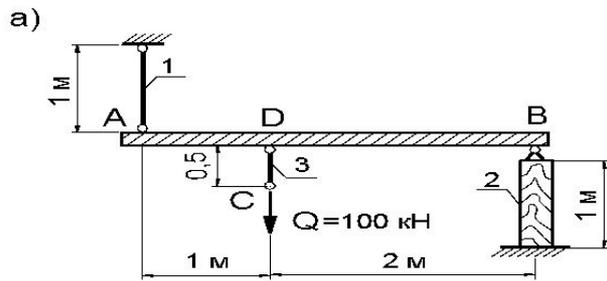
Центральное растяжение-сжатие

**Расчет статически определимой
стержневой системы**





№1 Какой величины груз Q надо подвесить в точке C невесомого шарнирного механизма, чтобы он в положении, показанном на рис., находился в равновесии? $P = 10 \text{ Н}$.



№2 Жесткая балка, деформацией которой пренебрегаем, закреплена и нагружена, как показано на рис. Стержень 1 – стальной, сечением 10 см^2 , стойка 2 – деревянная, сечением $10 \times 10 \text{ см}^2$, стержень 3 – медный, сечением 30 см^2 . Определить вертикальное перемещение точки С, если линейные модули упругости материалов стержней равны $E_{ст} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_m = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_d = 1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Решение

Из условия равновесия жесткой балки AB определяем внутренние усилия в стержне 1 и стойке 2.

$$\sum m_B = -N_1 \cdot 2 = 0 \quad N_1 = 66,667 \text{ кН} = 66,667 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$$

$$\sum Y = N_1 - N_2 = 0 \quad N_2 = -33,333 \text{ кН} = -33,33 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$$

Примерная деформированная схема системы представлена на рис.б, где $AA' = \Delta l_1$ $BB' = \Delta l_2$ $CC' = DD' + \Delta l_3$

Из закона Гука определяем удлинение стержней 1 и 3 и укорочение стойки 2.

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_{ст} \cdot A_1} = \frac{66,667 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 31,75 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_{ст} \cdot A_2} = \frac{-33,333 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{1 \cdot 10^4 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = -33,33 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

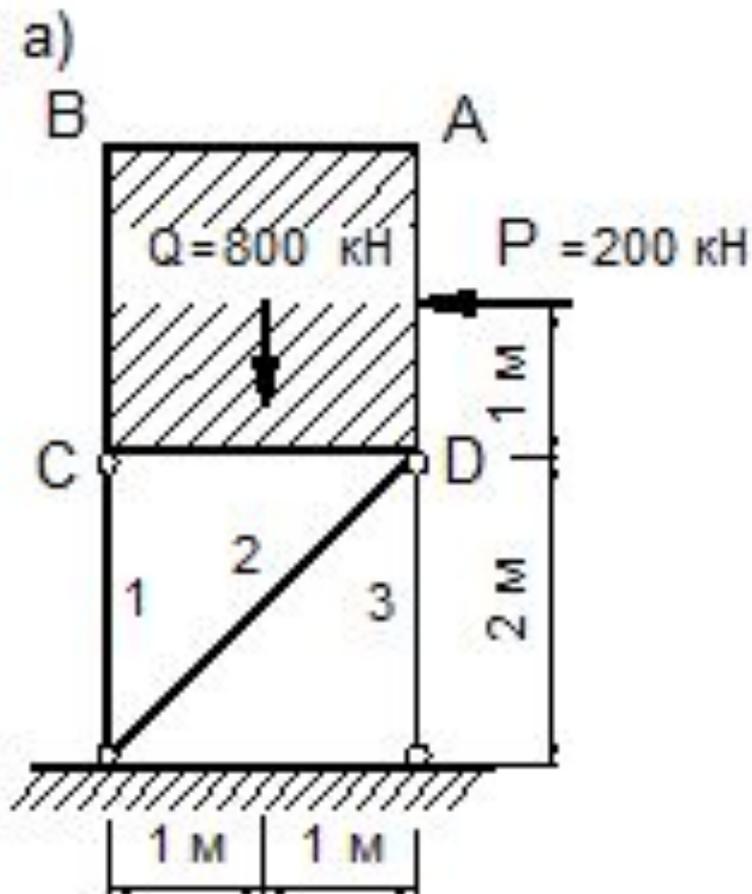
$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E_{ст} \cdot A_3} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{1 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} = 16,67 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Из рис.б определяем:

$$DD' = BB' + \frac{AA' - BB'}{3} \cdot 2 = \left(33,33 + \frac{31,75 - 33,33}{3} \cdot 2 \right) \cdot 10^{-5} = 32,28 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Вертикальное перемещение точки C будет:

$$f_C = CC' = 32,28 \cdot 10^{-5} + 16,67 \cdot 10^{-5} = 48,95 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$



№3 Конструкция $ABCD$, деформацией которой пренебрегаем, прикреплена к фундаменту при помощи стержней 1, 2 и 3. Вес конструкции Q и боковое давление P (рис.а) Подобрать сечение стоек 1 и 3 и раскоса 2 из четырех равнобоких уголков, если $[\sigma]=100\text{ МПа}$.

6)

Решение

Из условия равновесия конструкции ABCD определяем усилия в стержнях 1, 2 и 3 (рис.б):

$$\sum X = -P - N_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

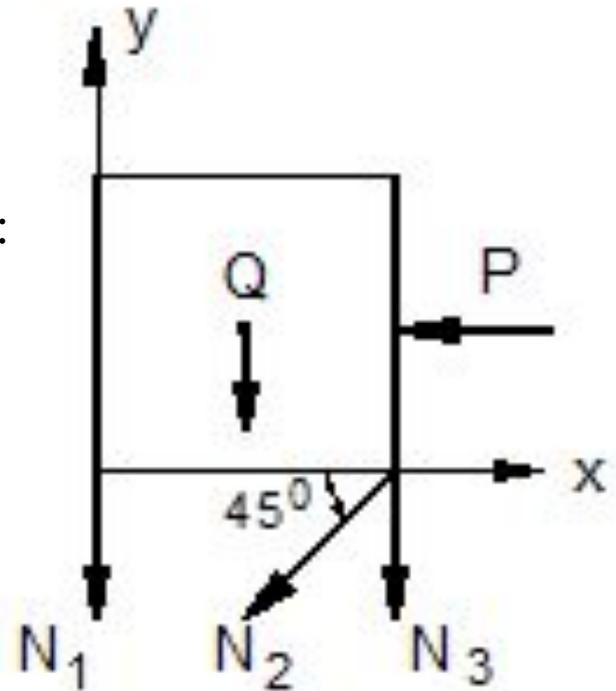
$$N_2 = -282,89 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = -Q - N_1 - N_2 \cdot \sin 45^\circ - N_3 = 0$$

$$\sum m_D = Q \cdot 1\text{м} + P \cdot 1\text{м} + N_1 \cdot 2\text{м} = 0$$

$$N_1 = \frac{-800 \cdot 1 - 200 \cdot 1}{2} = -500 \text{ кН.}$$

$$N_3 = -800 + 500 + 282,89 \cdot 0,707 = -100 \text{ кН.}$$



Из условия прочности стоек и раскоса определяем требуемые площади уголков и из таблицы сортаментов подбираем номер равнобокого уголка:

$$\frac{N_i}{A_i} \leq [\sigma], \quad A_i^{mp} \geq \frac{N_i}{[\sigma]};$$

$$\frac{N_1}{4 \cdot A_1} \leq [\sigma]; \quad A_1 \geq \frac{N_1}{4 \cdot [\sigma]} = \frac{-500 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot (-100)} = 125 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 12,5 \text{ см}^2.$$

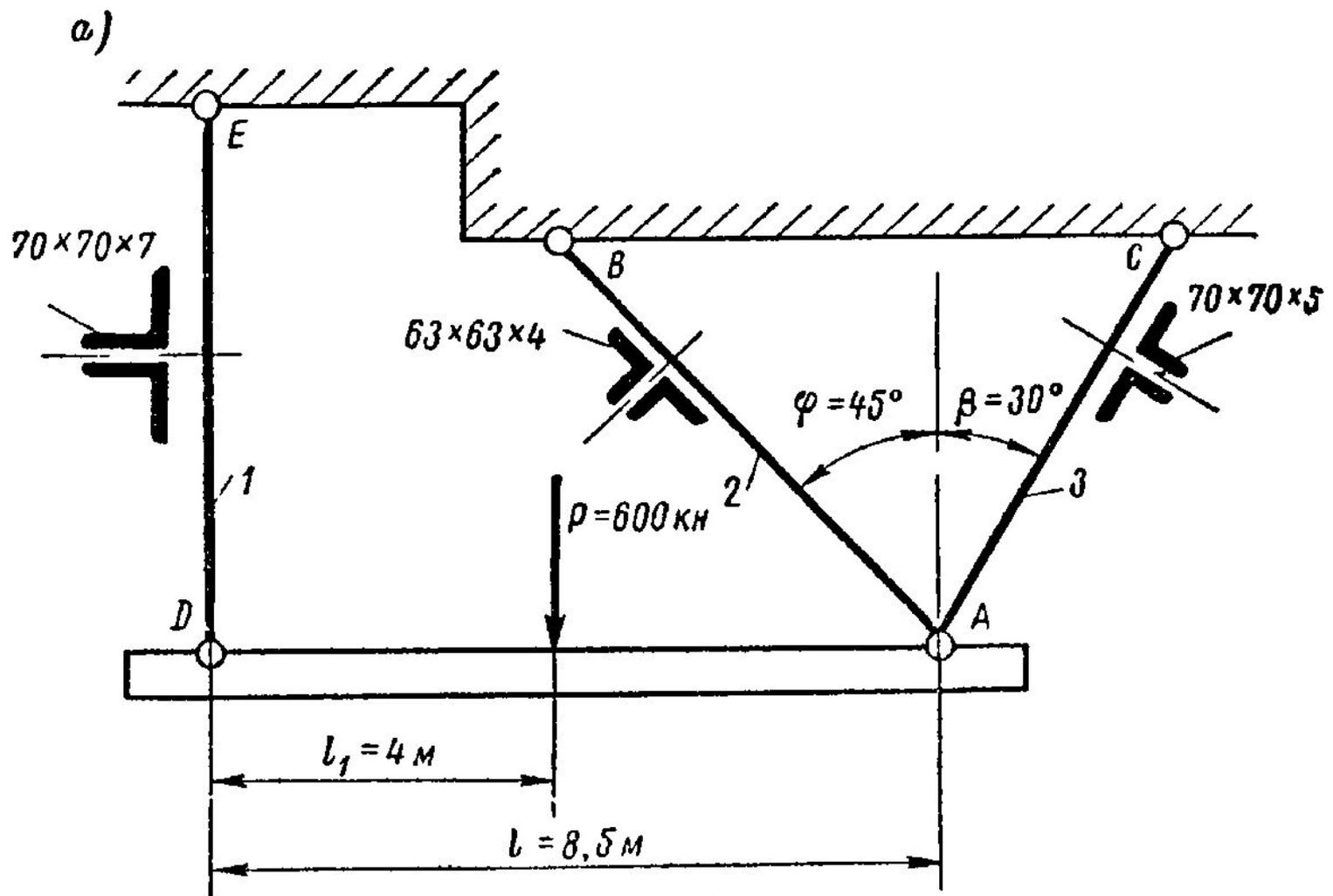
Для 1-го стержня принимаем четыре уголка $100 \times 100 \times 6,5$ с площадью сечения $A_1 = 12,8 \text{ см}^2$.

$$A_2 \geq \frac{N_2}{4 \cdot [\sigma]} = \frac{-282,89 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot (-100)} = 0,7072 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 7,072 \text{ см}^2.$$

Для 2-го стержня - четыре уголка $63 \times 63 \times 6$ с $A_2 = 7,28 \text{ см}^2$.

$$A_3 \geq \frac{N_3}{4 \cdot [\sigma]} = \frac{-100 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot (-100)} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 2,5 \text{ см}^2.$$

Для 3-го стержня - четыре уголка $45 \times 45 \times 3$ с $A_3 = 2,65 \text{ см}^2$.

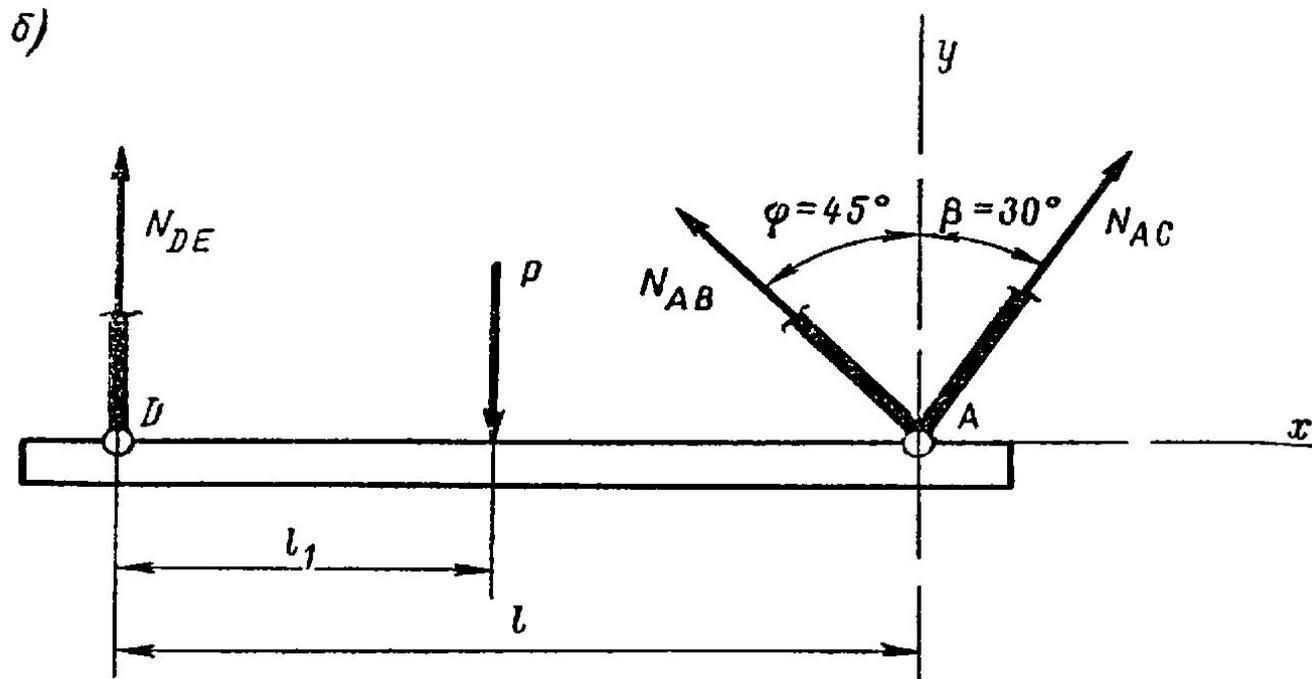


№4 Для заданной стержневой системы (рис.а) требуется:

- определить усилия в стержнях;
- вычислить напряжения в поперечных сечениях стержней

Решение: Применяем метод сечений и рассматриваем равновесие плиты AD под действием заданных нагрузок и искомых усилий в стержнях (рис. б)

б)



Из суммы моментов относительно точки А получим:

$$N_{DE} \cdot l - P \cdot (l - l_1) = 0$$

$$N_{DE} = \frac{P(l - l_1)}{l} = \frac{P(8,5 - 4)}{8,5} = 0,53P$$

Из суммы проекций сил на ось X получим:

$$-N_{AB} \sin \varphi + N_{AC} \sin \beta = 0$$

Из суммы проекций сил на ось Y получим:

$$N_{DE} + N_{AB} \cos \varphi + N_{AC} \cos \beta - P = 0$$

Решая полученную систему уравнений, находим:

$$N_{AC} = 0,344P; \quad N_{AB} = 0,244P$$

Для проверки возьмем сумму моментов относительно точки D:

$$P \cdot l_1 - (N_{AB} \cos \varphi) \cdot l - (N_{AC} \cos \beta) \cdot l =$$
$$P \cdot 4 - (0,244P \cos 45^\circ)8,5 - (0,344P \cos 30^\circ)8,5 = 0$$

Следовательно, усилия в стержнях определены верно. Подставляя числовые данные ($P = 600$ кН), получаем:

$$N_{AB} = 0,244 \cdot 600 = 146 \text{ кН};$$

$$N_{AC} = 0,344 \cdot 600 = 206 \text{ кН};$$

$$N_{DE} = 0,53 \cdot 600 = 318 \text{ кН}.$$

По таблице сортамента прокатных профилей находим площади поперечных сечений стержней:

- для стержня АВ – равнополочный уголок – 63*63*4:

$$A = 2 * 4,96 = 9,92 \text{ см}^2;$$

- для стержня АС – 70*70*5: $A = 2 * 6,86 = 13,72 \text{ см}^2$;

- для стержня DE – 70*70*7: $A = 2 * 9,42 = 18,84 \text{ см}^2$.

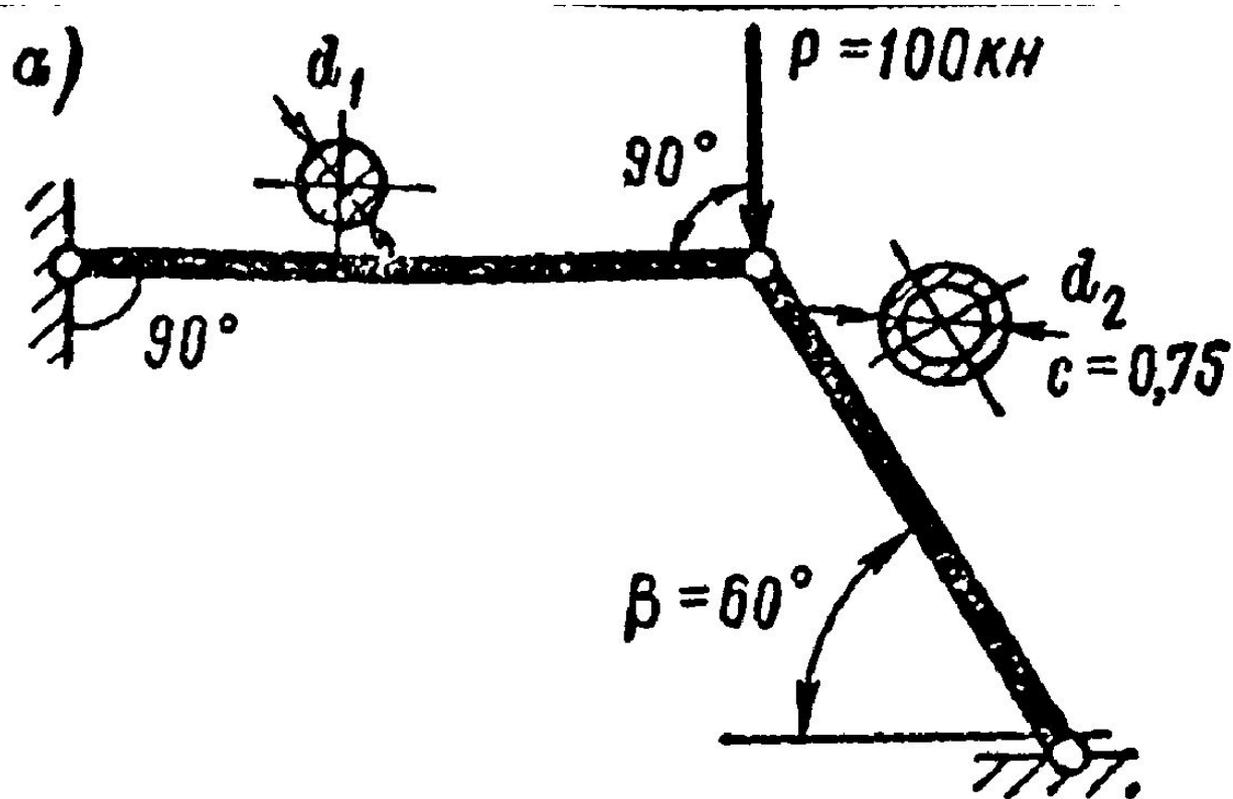
Вычисляем напряжения в поперечных сечениях стержней:

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{146 \text{ кН}}{9,92 \text{ см}^2} = 147 \text{ МПа};$$

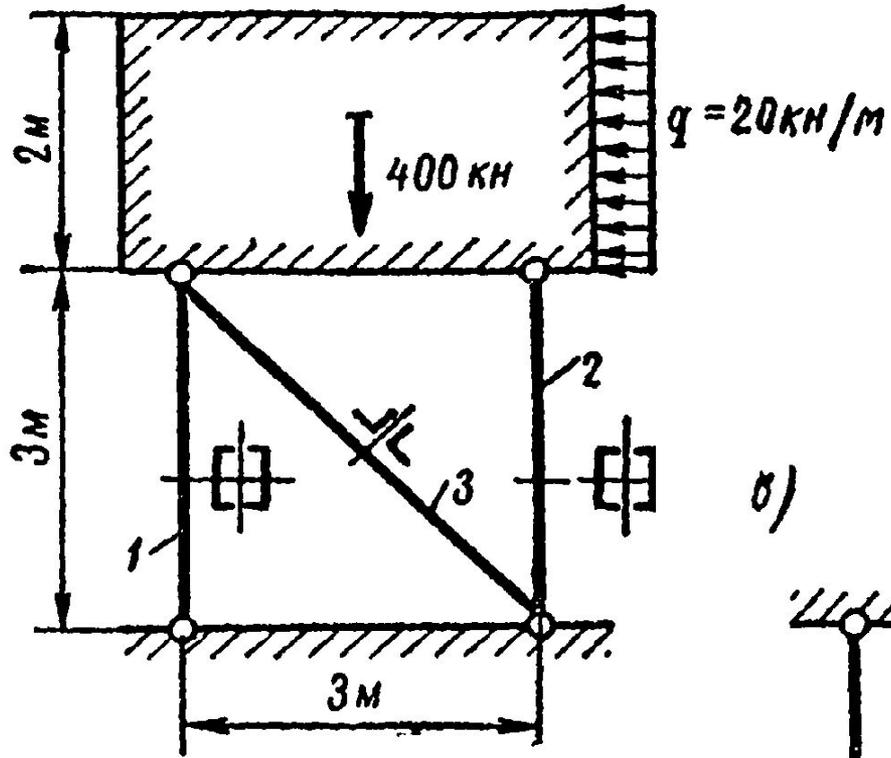
$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{206 \text{ кН}}{13,72 \text{ см}^2} = 150 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{A_{DE}} = \frac{318 \text{ кН}}{18,84 \text{ см}^2} = 169 \text{ МПа}.$$

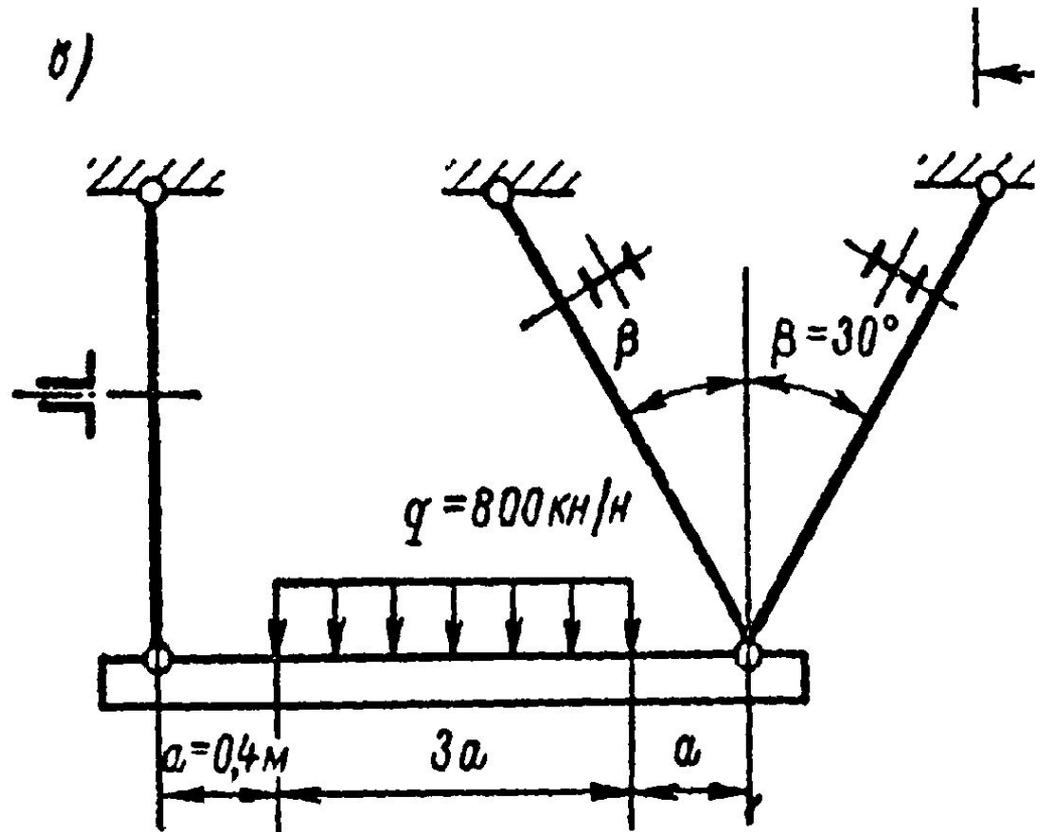
№5 Определить размеры поперечных сечений стальных стержней. Для стержней работающих на растяжение – $[\sigma]_p = 160$ МПа, работающих на сжатие – $[\sigma]_c = 100$ МПа.



б)



в)



ОТВЕТЫ:

№1 $Q = 77,4 \text{ Н}$.

№5 а) $d_1 = 27 \text{ мм}$, $d_2 = 58 \text{ мм}$;

б) 1-й стержень - № 12; 2-й стержень - № 8; 3-й стержень – $32*32*3$;

в) $125*80*10$; двутавр № 12.