



Тема: «Применение  
производной к  
исследованию функции»  
(задание В9, В15 ЕГЭ)

Урок-закрепление первичных  
знаний

# Цели урока:

- закрепить знания и умения учащихся в области исследования функций с помощью производной;
- развивать:
- умения объяснять и аргументировать своё решение;
  - объективно оценивать свои знания;
  - формировать коммуникативность и толерантность;
  - ответственность и трудолюбие.

# Задачи:

- Повторить формулы дифференцирования;
- повторить алгоритм нахождения:
  - 📧 промежутков возрастания(убывания) функции;
  - 📧 точек  $\max$  ( $\min$ ) функции;

# Производная

$$(X^n)' =$$

$$(\sin x)' =$$

(5X) / =

$$(\ln x)' =$$

$$(\cos x)' =$$



$$(23)^{\prime} =$$

# В-1

# В-2

Найдите значение производной функции в т.  $x = 1$

1)  $y = x^3 - 4 - 3x$

2)  $y = (x^2 + 1)/x$

3)  $y = (2x+12) (32-7x^2)$

Найдите значение производной функции в т.  $x = -1$

1)  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$

2)  $y = (x^3 + 7x^2 + 49)/x$

3)  $y = (x^3 - 4) (5x+7)$

# Применение производной к исследованию функции

1) промежутки возрастания, убывания

2) точки экстремума и значение функции в этих точках

3) наибольшее и наименьшее значение функции

4) построение графика функции



# Признак возрастания (убывания) функции

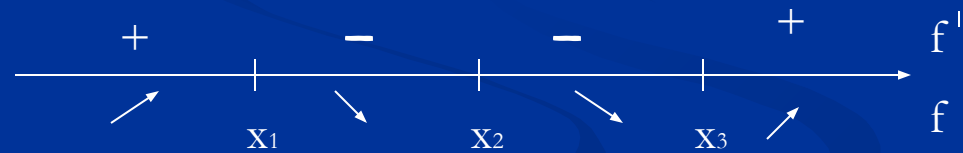
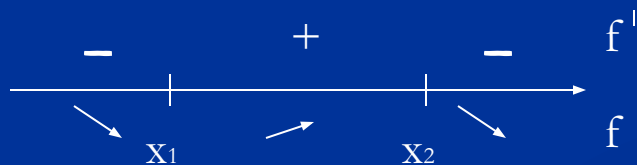
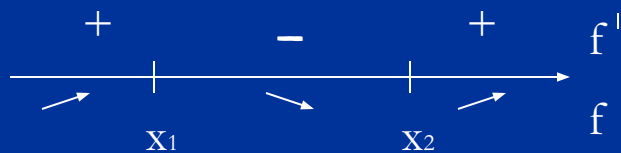
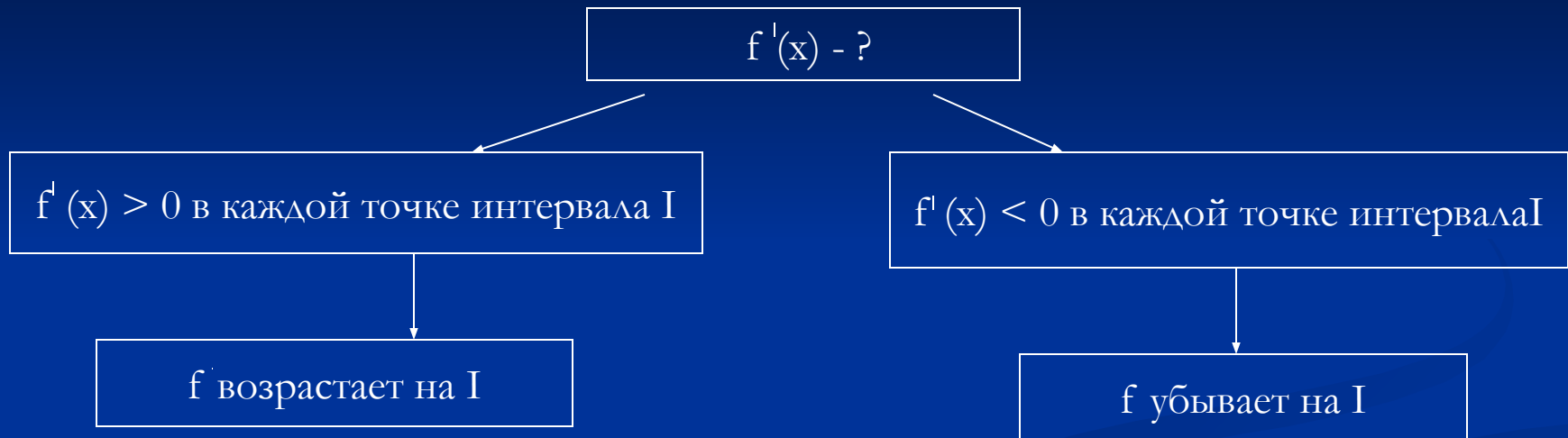
Достаточный признак возрастания функции.

Если  $f'(x) > 0$  в каждой точке интервала  $I$ , то функция возрастает на  $I$ .

Достаточный признак убывания функции.

Если  $f'(x) < 0$  в каждой  $I$ , то функция убывает на  $I$ .

# Промежутки возрастания, убывания



↗ - функция возрастает,  
↘ - функция убывает.

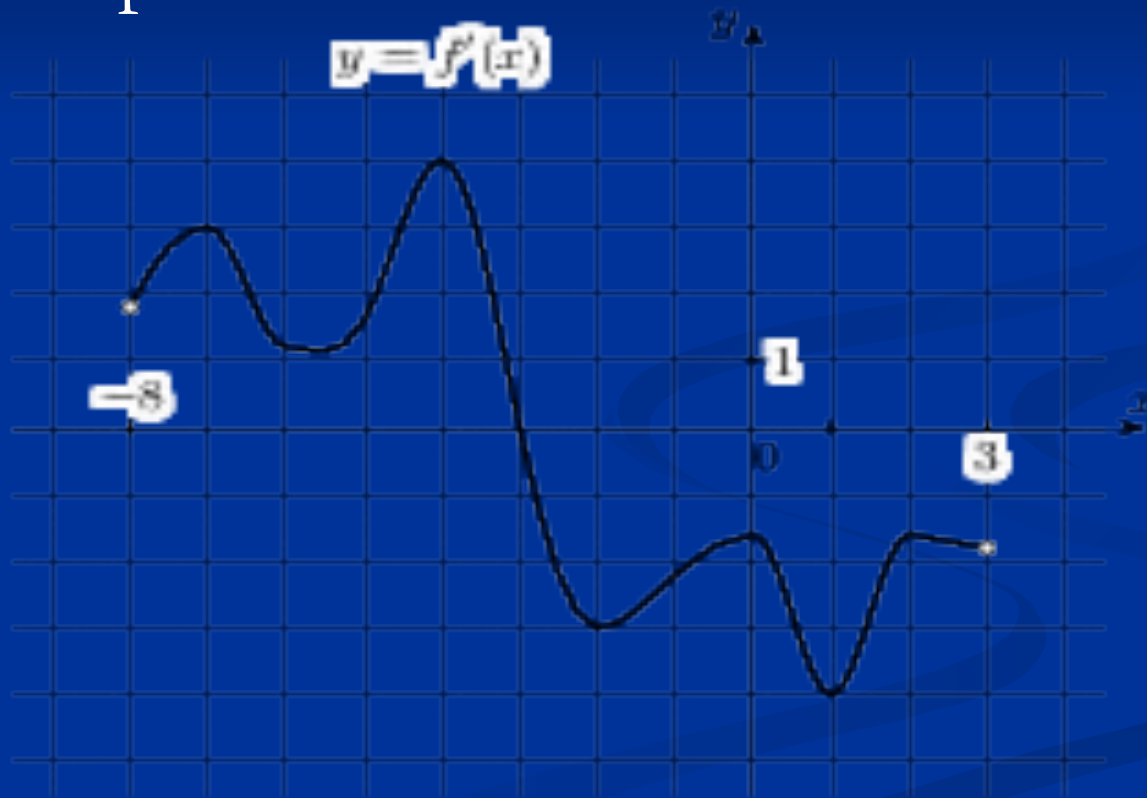
Пример: Найти промежутки  
возрастания и убывания функции.

$$f(x) = x^3 - 27x$$

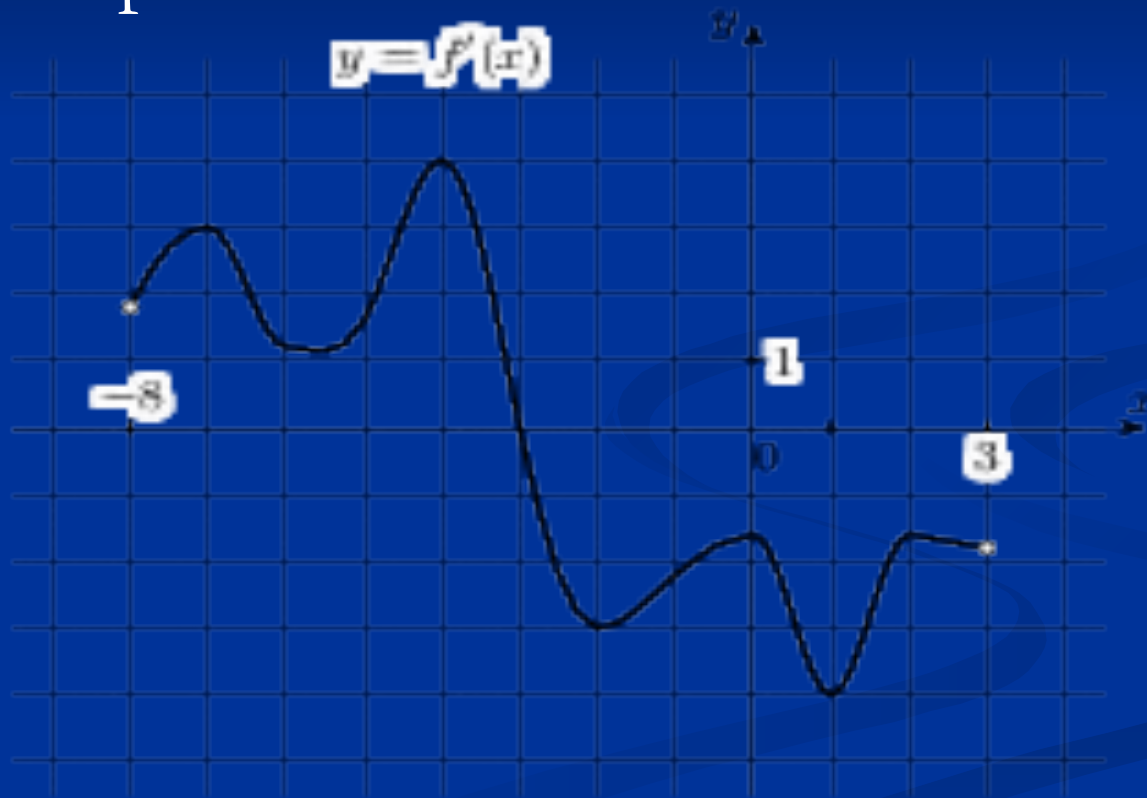
$$f'(x) = x^2(x-3)$$



- На рисунке изображён график производной функции , определенной на интервале  $(-8;3)$ . В какой точке отрезка  $[-7;-3]$  функция принимает наибольшее значение?



- На рисунке изображён график производной функции, определенной на интервале  $(-8;3)$ . В какой точке отрезка  $[-2;2]$  функция принимает наибольшее значение?





# Критические точки функции, максимума и минимума

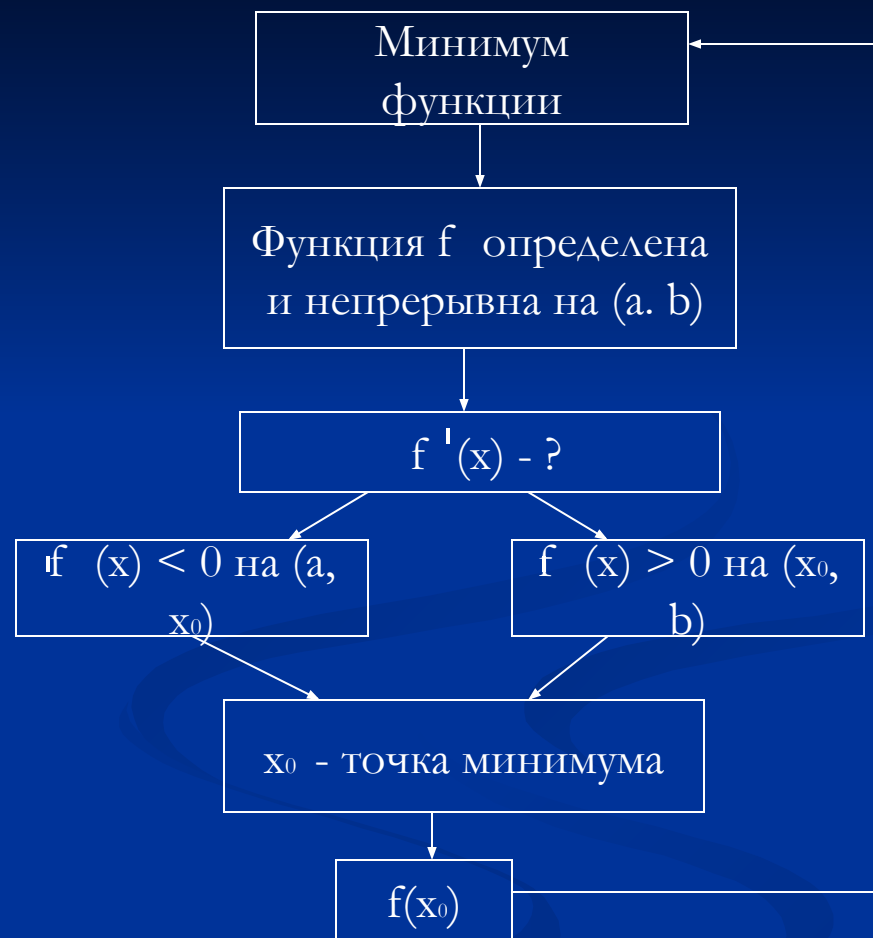
Внутренние точки  $D(f)$  функции, в которой ее производная равна нулю или не существует, называются **критическими точками** (только они могут быть точками экстремума).

**Необходимое условие экстремума.** Если точка  $x_0$  является точкой экстремума функции  $f$  и в этой точке существует производная  $f'$ , то она равна нулю:  
 $f'(x_0) = 0$ .

**Признаки максимума функции.** Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) > 0$  на интервале  $(a, x_0)$  и  $f'(x) < 0$  на интервале  $(x_0, b)$ , то точка  $x_0$  является точкой максимума функции  $f$ . (Если в точке  $x_0$  производная меняется знак с «+» на «-», то  $x_0$  есть точка максимума)

**Признак минимума функции.** Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) < 0$  на интервале  $(a, x_0)$  и  $f'(x) > 0$  на интервале  $(x_0, b)$ , то точка  $x_0$  является точкой минимума функции  $f$ . (Если в точке  $x_0$  производная меняется знак с «-» на «+», то  $x_0$  есть точка минимума)

# Точки экстремума и значение функции в этих точках



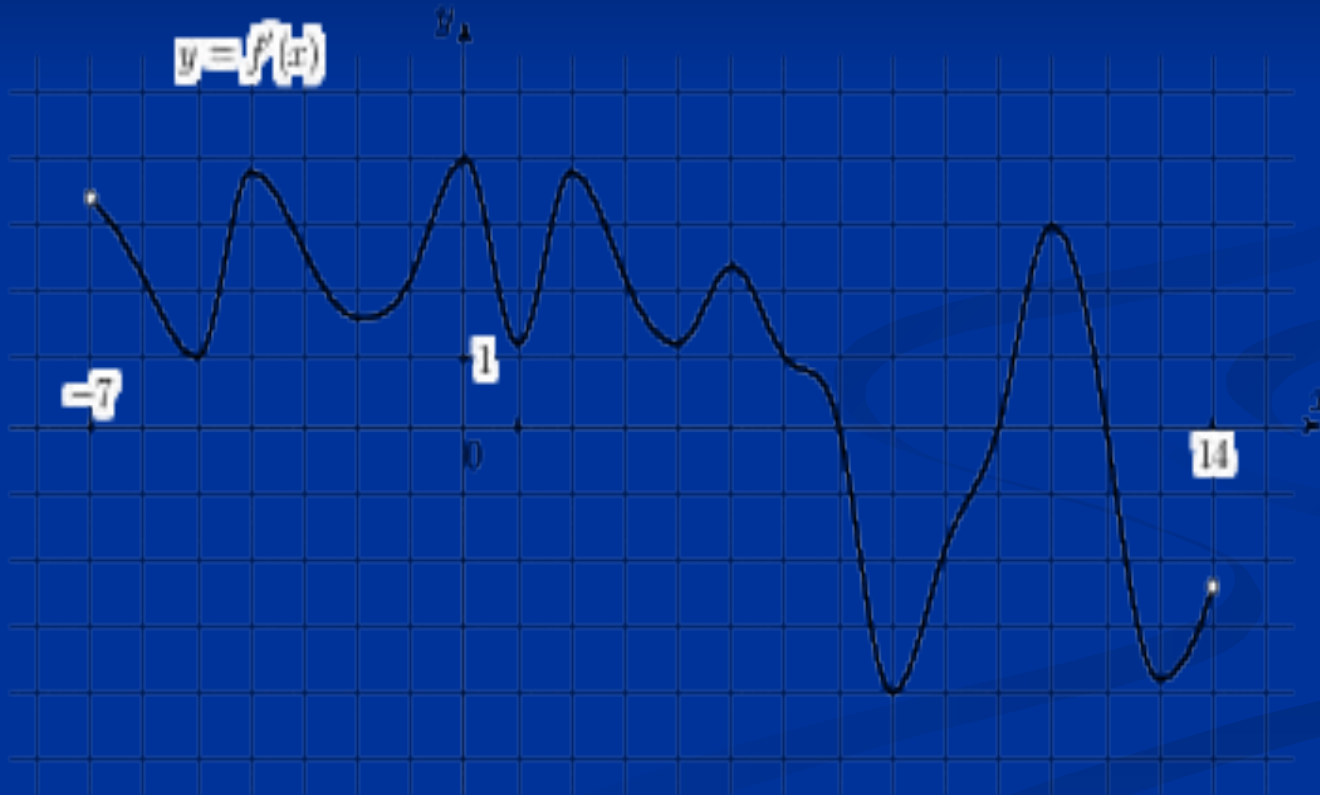
Пример: Найти критические точки функции.  
Определить, какие из них являются точками  
максимума,  
а какие – точками минимума.

$$f(x) = 9 + 8x^2 - x^4$$

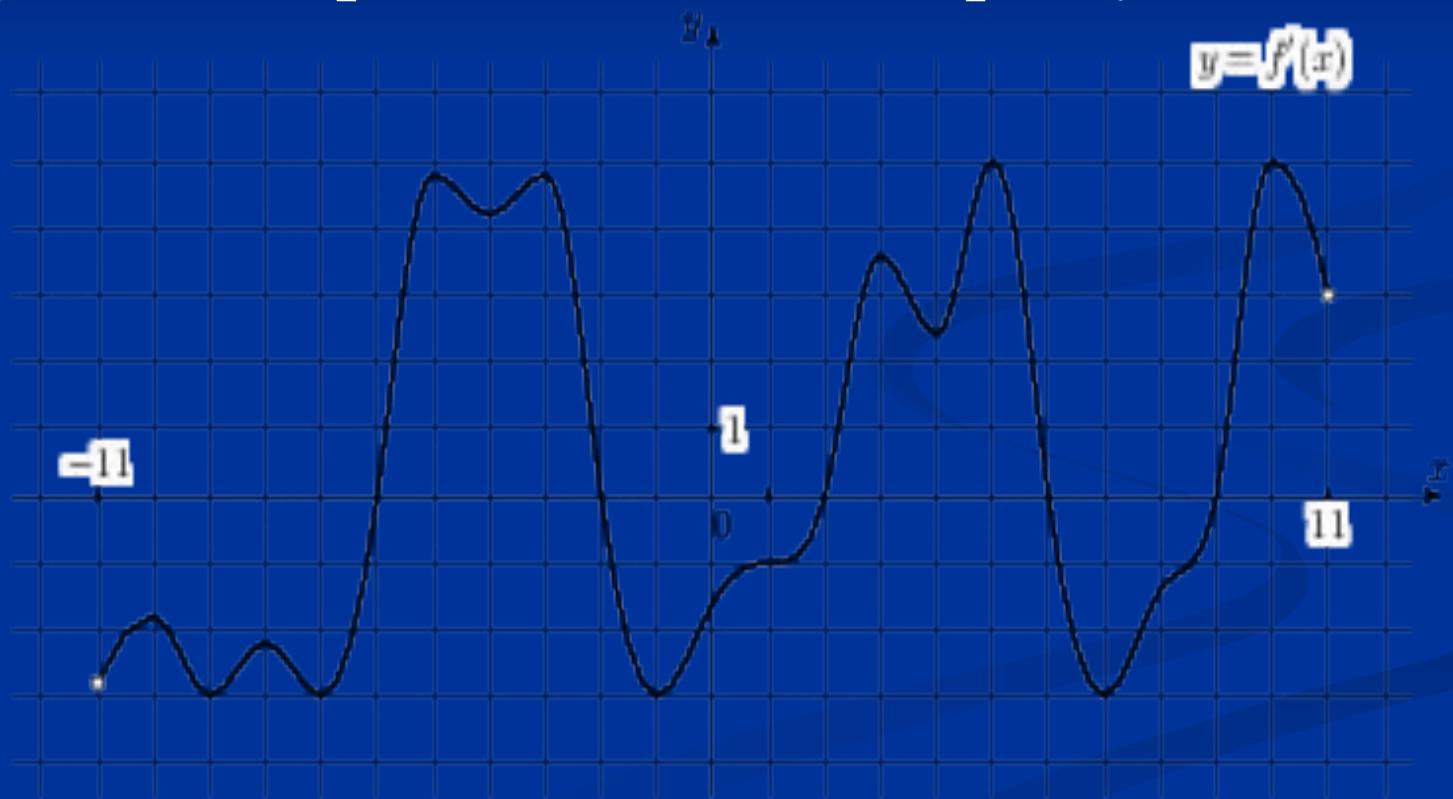
$$f(x) = x - 2 \sin x$$



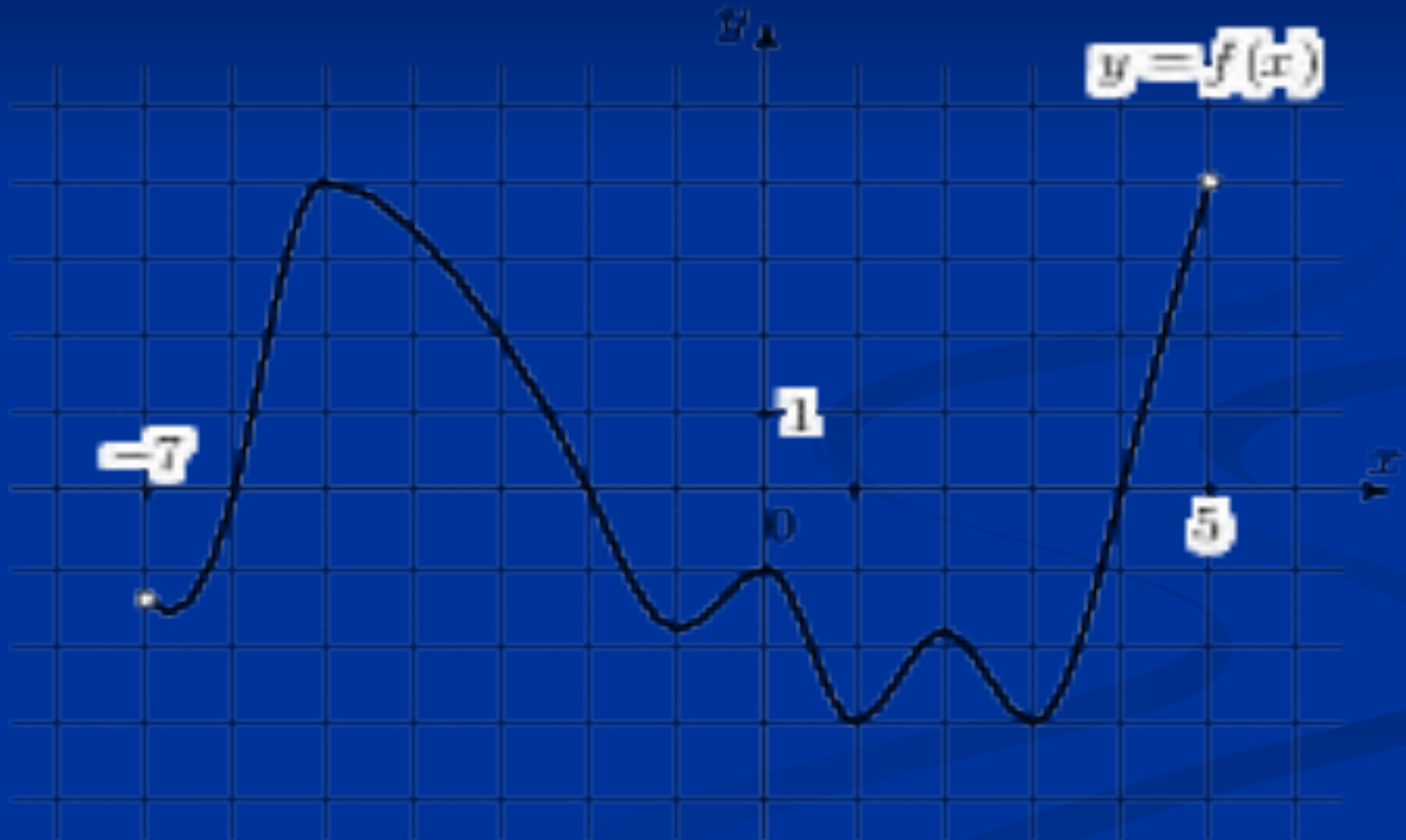
- На рисунке изображен график производной функции, определенной на интервале  $(-7;14)$ . Найдите количество точек максимума функции, принадлежащих отрезку  $[-1;13]$ .



- На рисунке изображен график производной функции, определенной на интервале  $(-11;11)$ . Найдите количество точек экстремума функции, принадлежащих отрезку  $[-9;7]$ .



- На рисунке изображен график функции , определенной на интервале  $(-7;5)$  . Найдите сумму точек экстремума функции .



# Итоги урока

- 1. Повторите алгоритм нахождения промежутков возрастания(убывания) функции
- 2. Повторите алгоритм нахождения  $\min$  ( $\max$ ) функции
- 3. Результаты самостоятельной работы
- 4. Домашнее задание: стр. 348 №1942-1946,  
стр. 362 № 2104-2109(сборник)

Спасибо за урок!