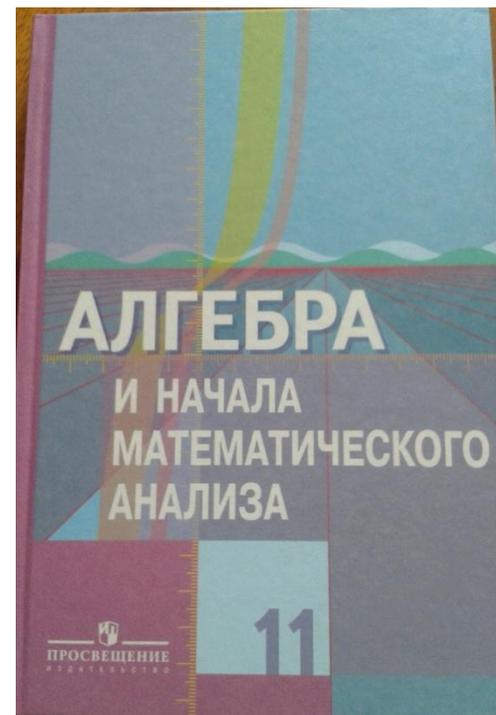


Алгебра и начала математического анализа

Лукьянова Екатерина Владимировна
Учитель математики НЧОУ «СОШ им. Н.И.
Лобачевского»





Основные

темы

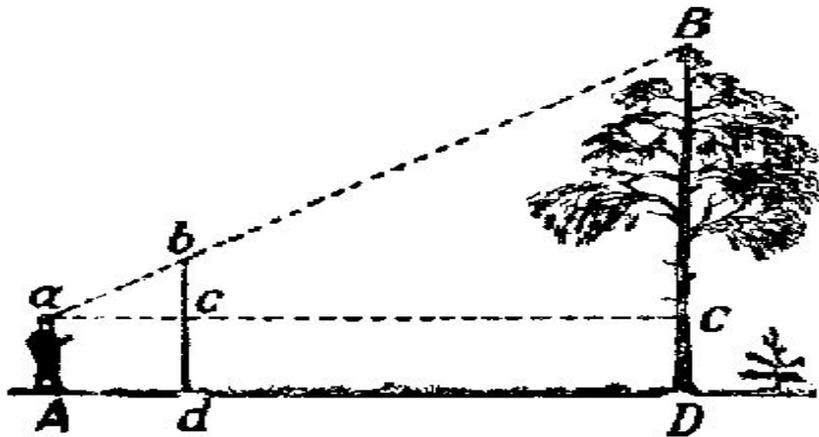
1. Тригонометрические функции
2. Производная и её геометрический смысл
3. Применение производной к исследованию функций
4. Первообразная и интеграл
5. Комбинаторика
6. Элементы теории вероятностей

Тригонометрия - это раздел математики, изучающий тригонометрические функции. Сложно представить, но с этой наукой мы сталкиваемся не только на уроках математики, но и в нашей повседневной жизни. Вы могли не подозревать об этом, но тригонометрия встречается в таких науках, как физика, биология, не последнюю роль она играет и в медицине, и, что самое интересное, без нее не обошлось даже в музыке и архитектуре.

История

Тригонометрия– (от греч. Trigonon-треугольник и metrew-измеряю)

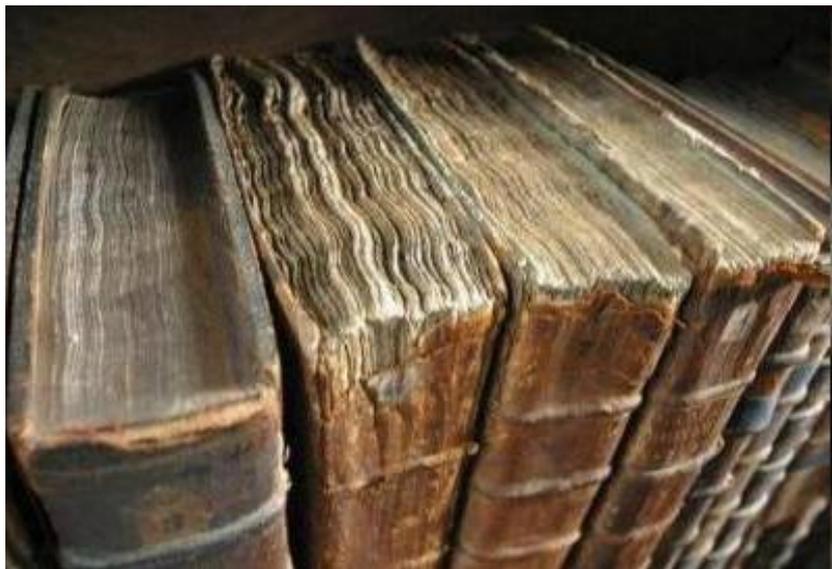
По звездам вычисляли местонахождение корабля в море.



Древние люди вычисляли высоту дерева, сравнивая длину его тени с длиной тени от шеста, высота которого была известна.

Арабские Зиджи

Улугбек (1394-1449) -
основатель научной школы в
Самарканде.



Первые трактаты о плоской
тригонометрии (X—XI вв.).



Гиппар



Птоleme
й

Древняя Греция

Вместо таблиц этих величин они употребляли таблицы: позволяющие отыскать хорду окружности по стягиваемой дуге. Дуги измерялись в градусах и минутах; хорды тоже измерялись градусами (один градус составлял шестидесятую часть радиуса), минутами и секундами.

Это шестидесятеричное подразделение греки заимствовали у вавилонян.

Индия

Индийцы также знали:

- Формулы для кратких углов $\sin na$, $\cos na$, где $n=2,3,4,5$.
- Первая таблица синусов «**Сурья-сиддханте**» у Ариабхаты. Она приведена через 3,45.
- Позднее ученые составили более подробные таблицы: например **Бхаскара** приводит таблицу синусов через 1 .
- Южноиндийские математики в 16 веке добились больших успехов в области суммирования бесконечных числовых рядов. По-видимому, они занимались этими исследованиями, когда искали способы вычисления более точных значений числа

Европа

Ряды для синуса и косинуса вывел **И.Ньютон** в 1666 г.,

Ряд арктангенса найден **Дж.Грегори** в 1671 г. И **Г.В.**

Лейбницем в 1673 г.

Теорему тангенсов доказал **Региомонтан**

(латинизированное имя немецкого астронома и математика Иоганна Мюллера (1436-1476)). Региомонтан составил также подробные тригонометрические таблицы;

Дальнейшее развитие тригонометрии получила в трудах выдающихся астрономов **Николая Коперника** (1473-1543) – творца гелиоцентрической системы мира, **Тихо Браге** (1546-1601) и **Иогана Кеплера** (1571-1630), а также в работах математика **Франсуа Виета** (1540-1603), который полностью решил задачу об определениях всех элементов плоского или сферического треугольника по трем данным.

Россия

Современные обозначения синуса и косинуса знаками $\sin x$ и $\cos x$ были впервые введены в 1739 году И. Бернулли в письме к петербургскому математику Л. Эйлеру. Последний пришел к выводу, что эти обозначения весьма удобны, и стал употреблять их в своих математических работах.

Кроме того, Эйлер вводит следующие сокращенные обозначения тригонометрических функций угла x : $\text{tang } x$, $\cos x$, $\sin x$, $\text{cotg } x$.

Далее Эйлер установил связь тригонометрических функций с показательными и дал правило для определения знаков функций в различных четвертях круга.

Значимые люди в тригонометрии



Гиппарх
Никейский
(180 – 125 г. до
н.э.)

- Таблица числовых значений хорд
- Таблица для определения соотношений между элементами треугольников



Клавдий
Птолемей (90 –
168 г н.э.)

- Первая таблица синусов, высчитанная по хордам в окружности
- «Альмагест – самая значимая тригонометрическая работа всей античности



Ал-Батани
(ок. 900 г. н.э)

- Построил таблицы тангенсов, котангенсов и косекансов



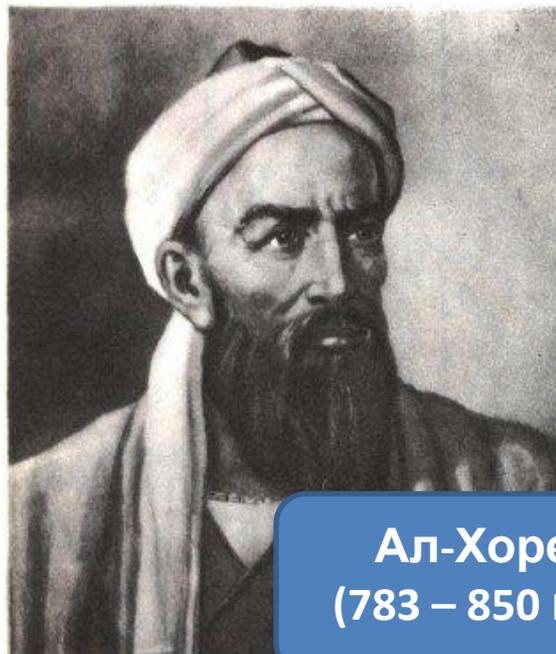
Абу-ль-Вефа
(940 – 997 г. н.э)

- Присоединил к линиям синусов и косинусов линии тангенсов, котангенсов, секансов и косекансов
- Установил основные соотношения между этими линиями
- Дал определения функциям
- Установил формулу двойного угла



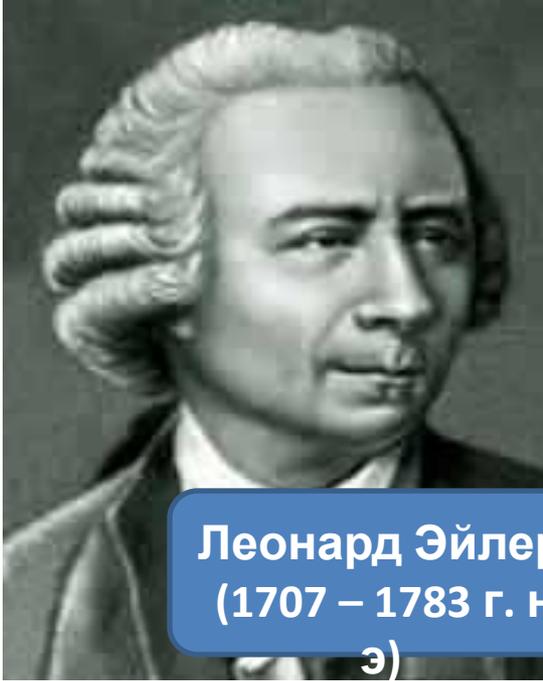
**Насир-эд-Дин из
Туса**
(1201 – 1274 г. н.э)

- Автор трактата о полном четырехстороннике



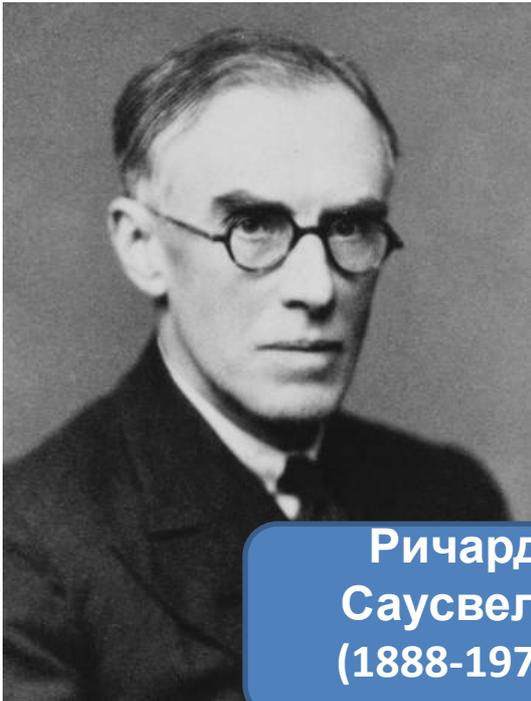
Ал-Хорези
(783 – 850 г. н.э)

- Построил таблицы синусов и котангенсов



Леонард Эйлер
(1707 – 1783 г. н. э)

- Ввел понятие функции и принятую в наши дни символику
- Разъяснил вопрос о знаках всех тригонометрических функций любого аргумента



Ричард Саусвелл
(1888-1970)

- Разработал метод проектирования сложных форм в 1920 году;
- Выразил тригонометрические функции как отношение координат x, y, z к длине элемента.

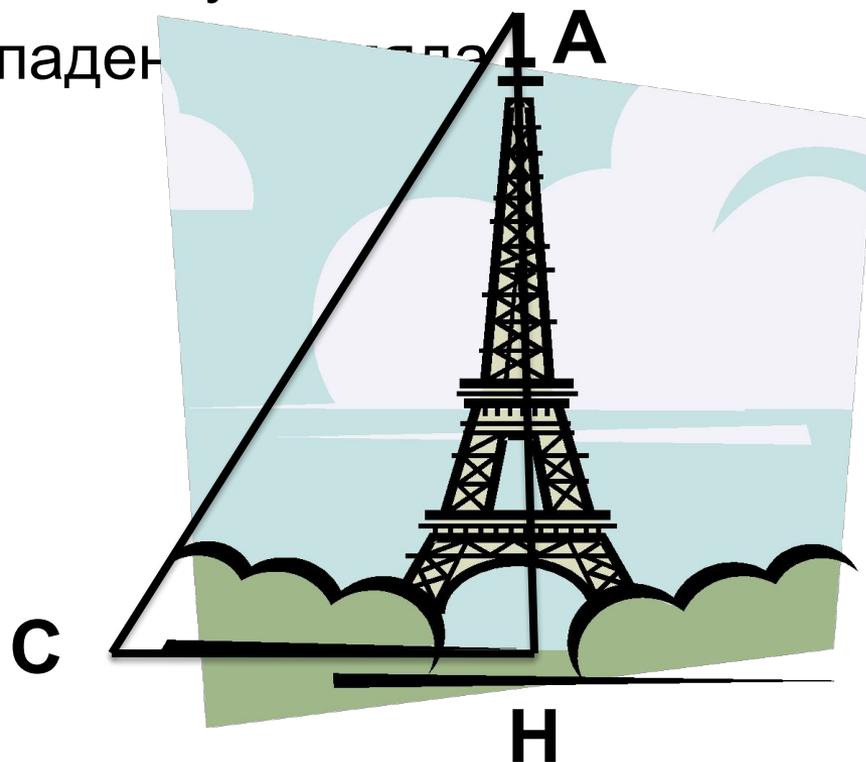
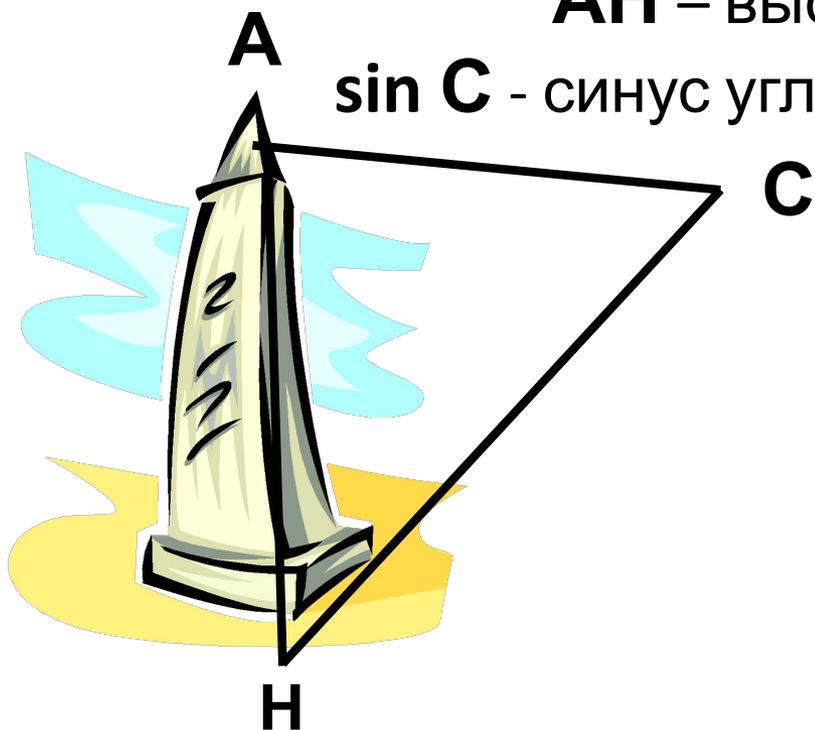
Тригонометрия в искусстве

$$\cos^2 C + \sin^2 C = 1$$

AC – расстояние от верха статуи до глаз человека,
человека,

АН – высота статуи,

sin C - синус угла падения



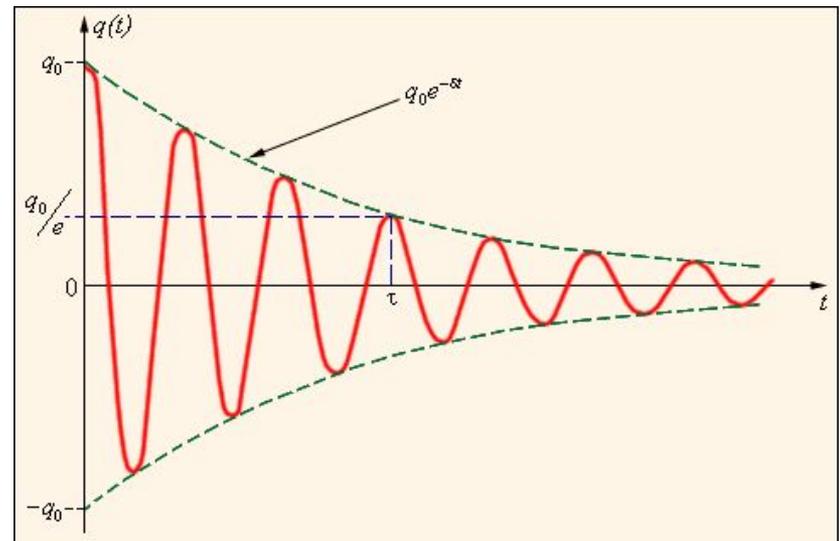
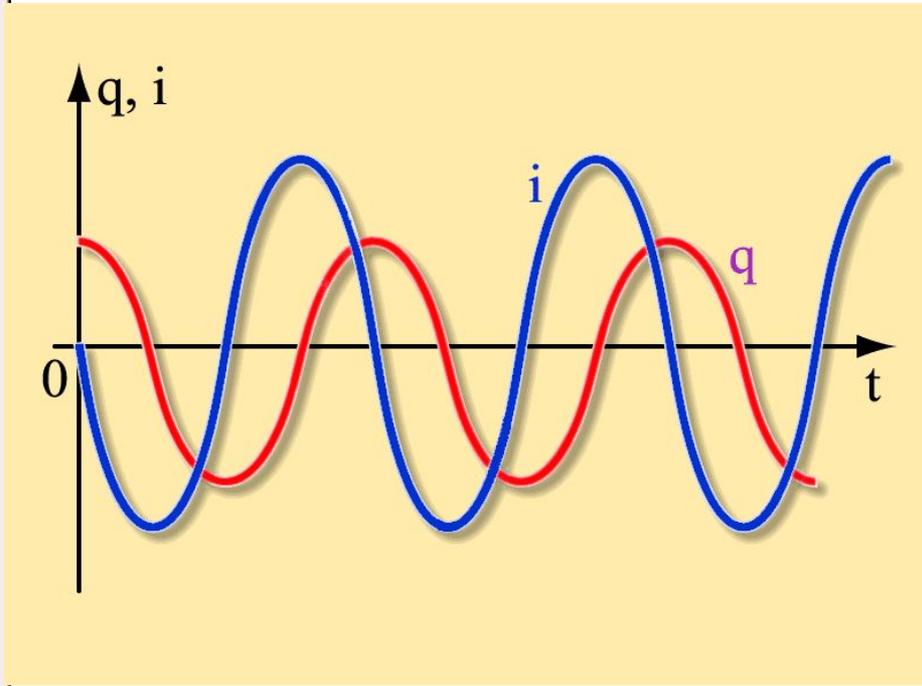
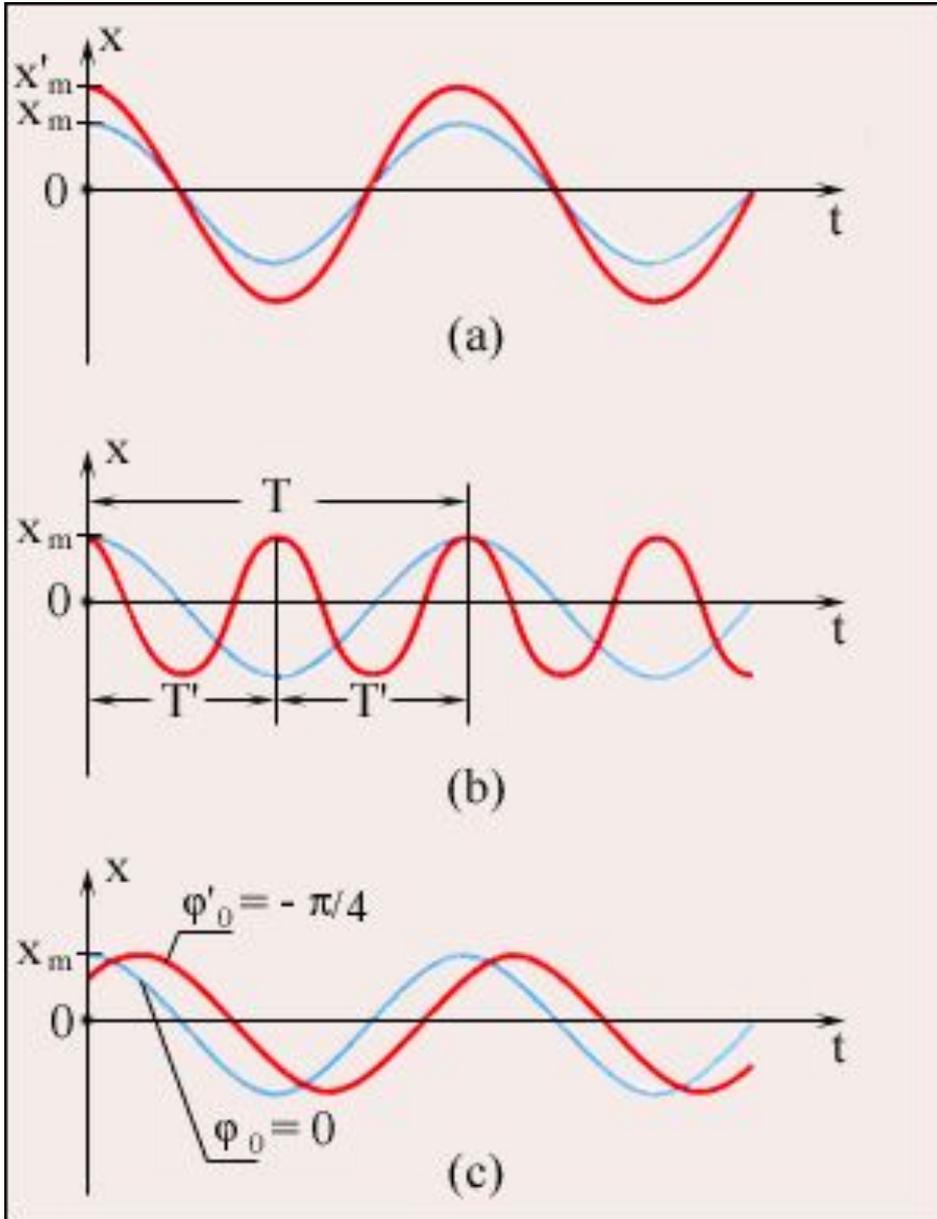
Тригонометрия в физике

Колебания, при которых изменения физических величин происходят по закону косинуса или синуса (гармоническому закону), **называются гармоническими колебаниями.**

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad x = x_m \sin(\omega t + \varphi'_0)$$

Выражение, стоящее под знаком косинуса или синуса, называется **фазой колебания:**

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$



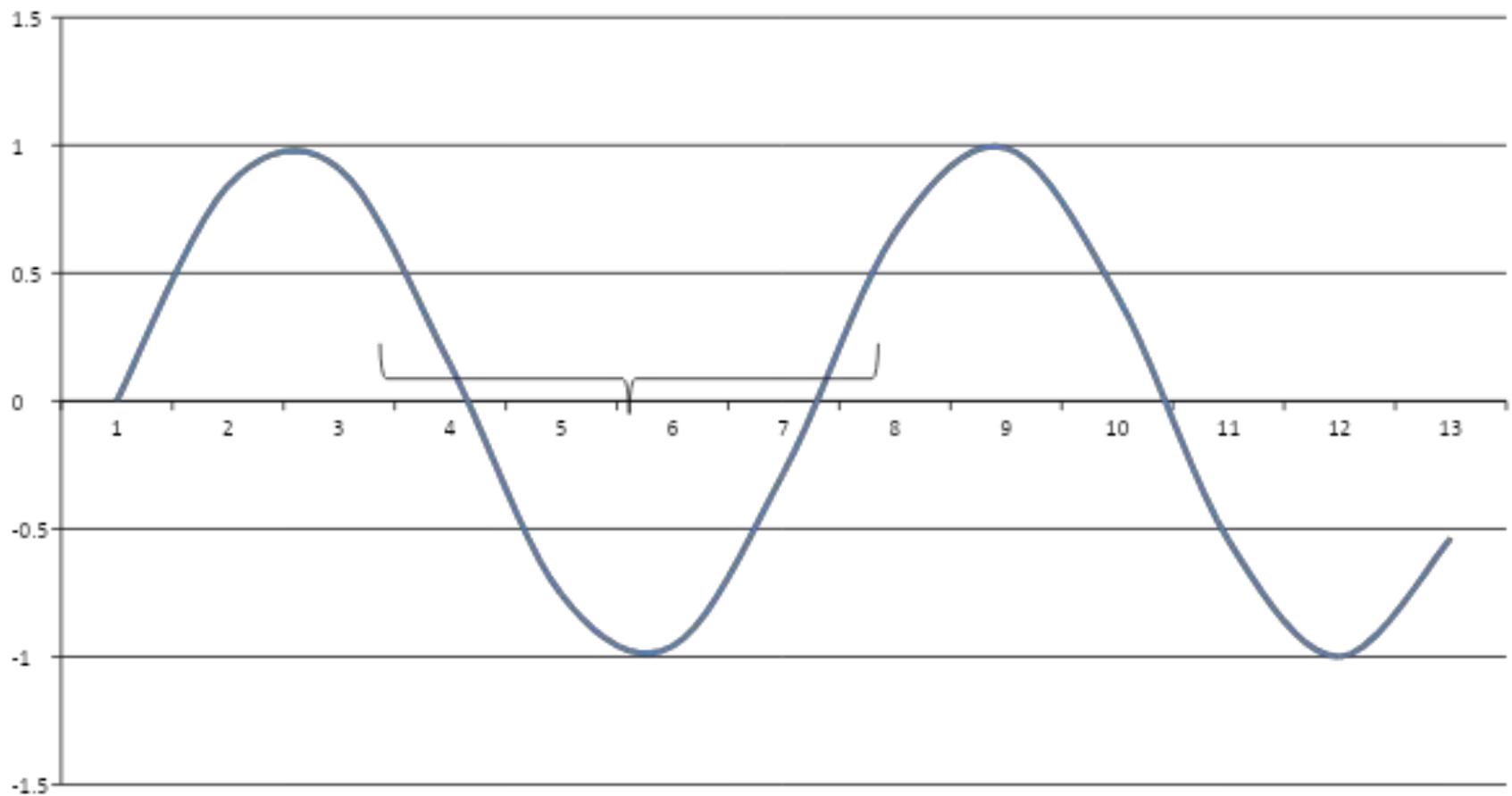
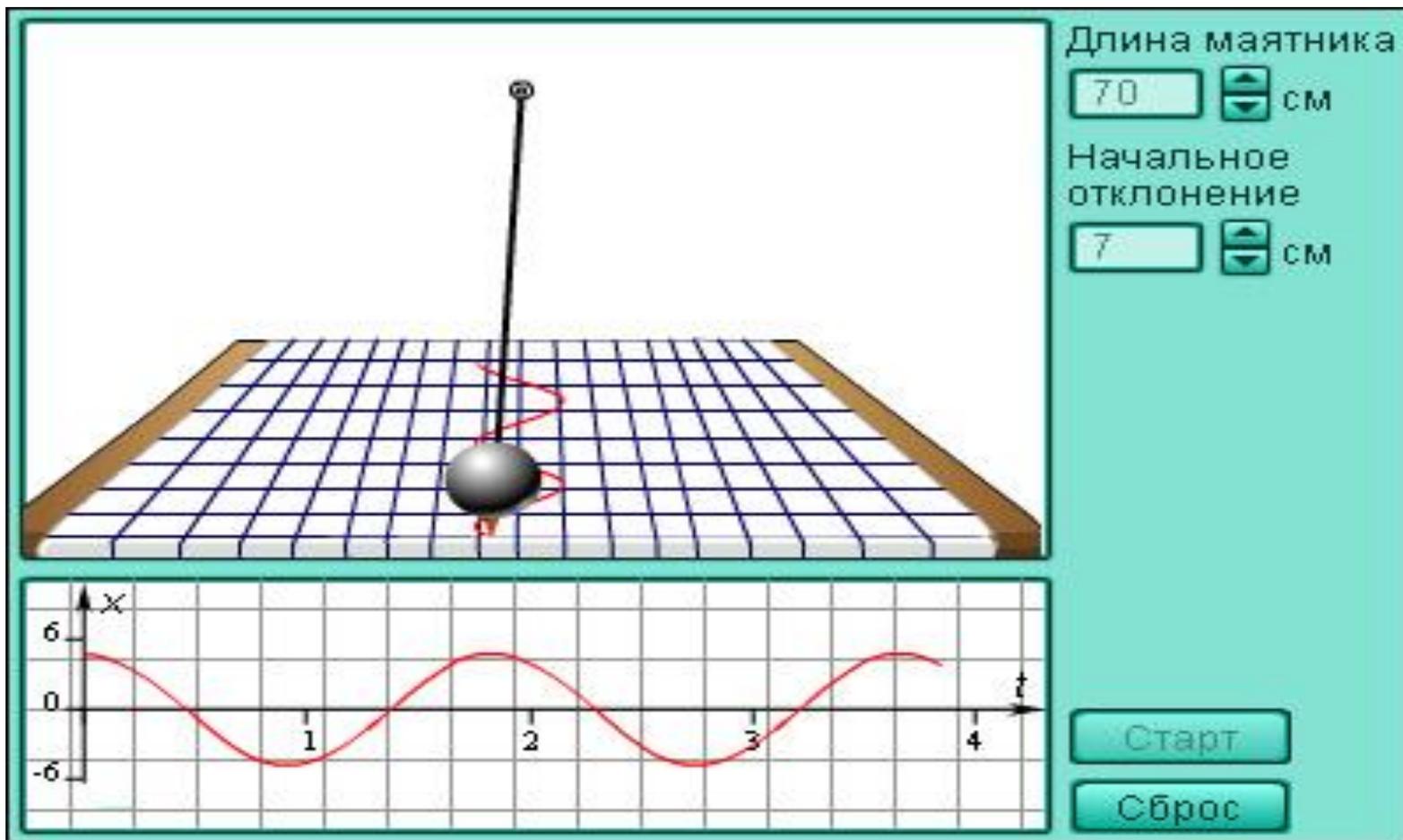


График
синусоиды



На рисунке изображены колебания маятника, он движется по кривой, называемой косинусом.

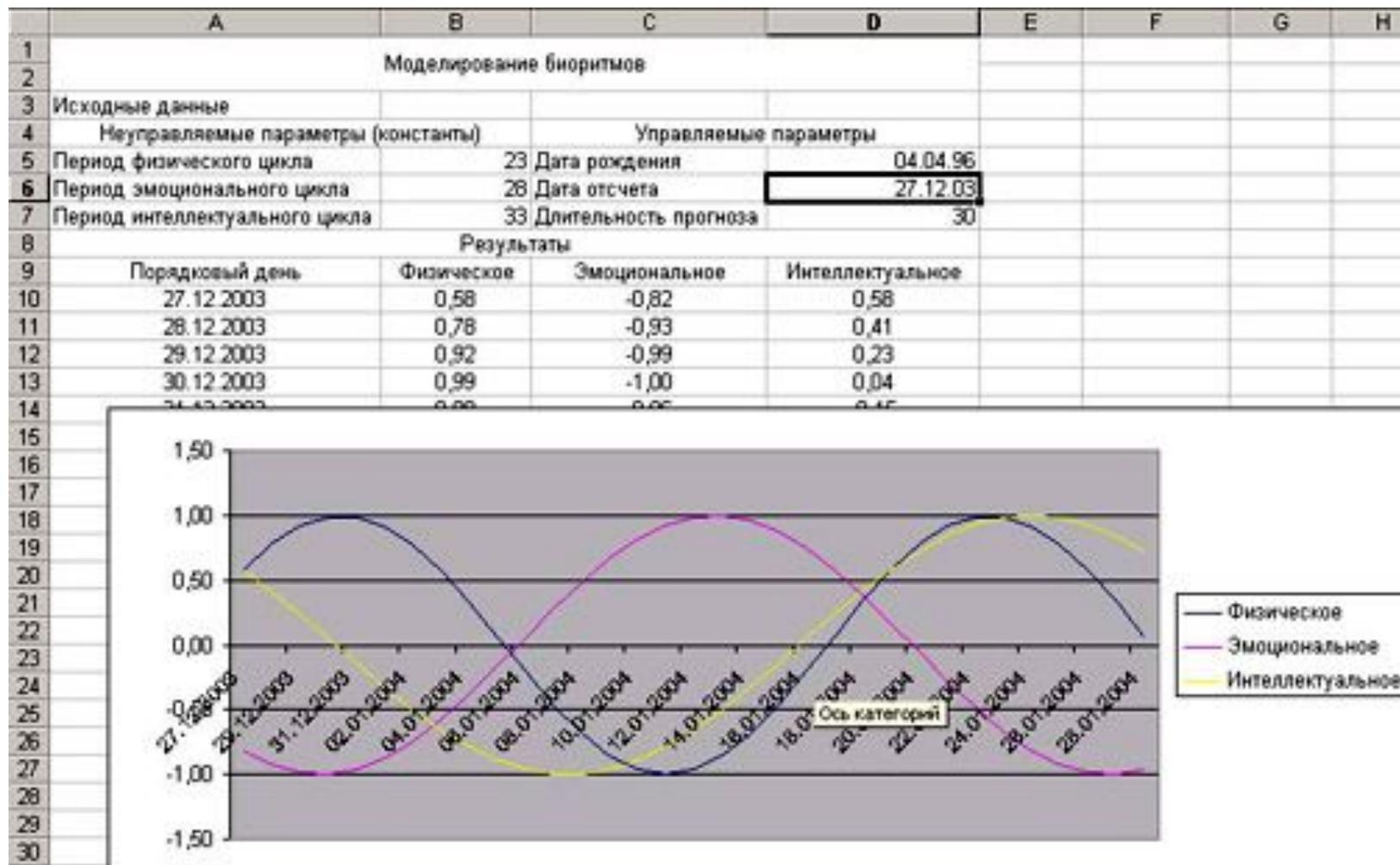
Тригонометрия и тригонометрические функции в медицине и биологии.

Одно из **фундаментальных свойств** живой природы - это цикличность большинства происходящих в ней процессов.

Биологические ритмы, биоритмы – это более или менее регулярные изменения характера и интенсивности биологических процессов.

Основной земной ритм – суточный.

Модель биоритмов можно построить с помощью тригонометрических функций.



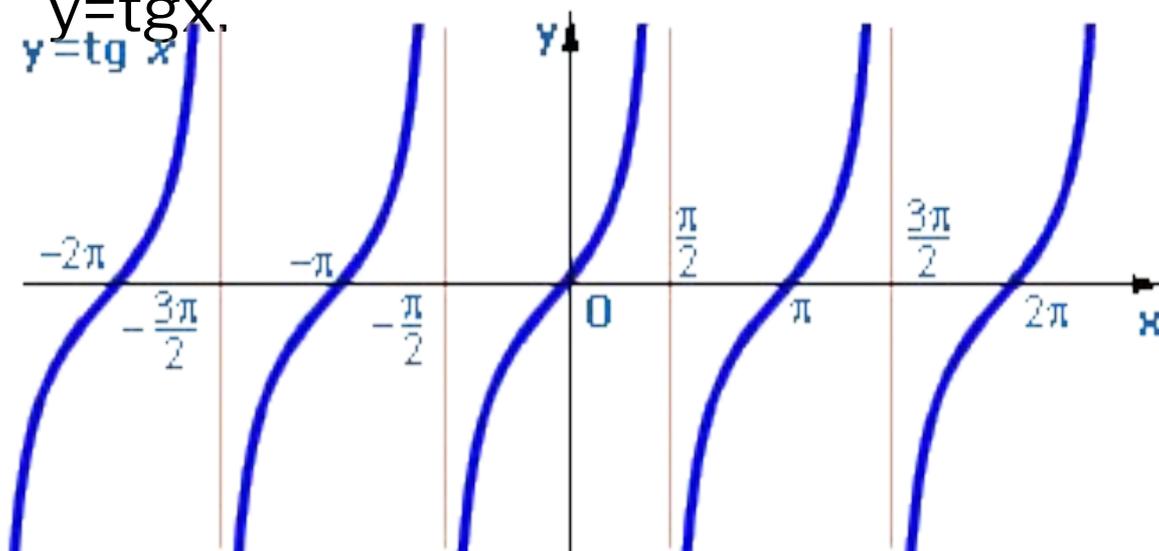
Для построения модели биоритмов необходимо ввести дату рождения человека, дату отсчета (день, месяц, год) и длительность прогноза (кол-во дней).



Движение рыб в воде происходит по закону синуса или косинуса, если зафиксировать точку на хвосте, а потом рассмотреть траекторию движения.

При плавании тело рыбы принимает форму кривой, которая напоминает график функции

$$y = \text{tg} x.$$



Тригонометрия в архитектуре



Детская школа Гауди в Барселоне



Сантьяго Калатрава
Винодельня «Бодегас Исиос»

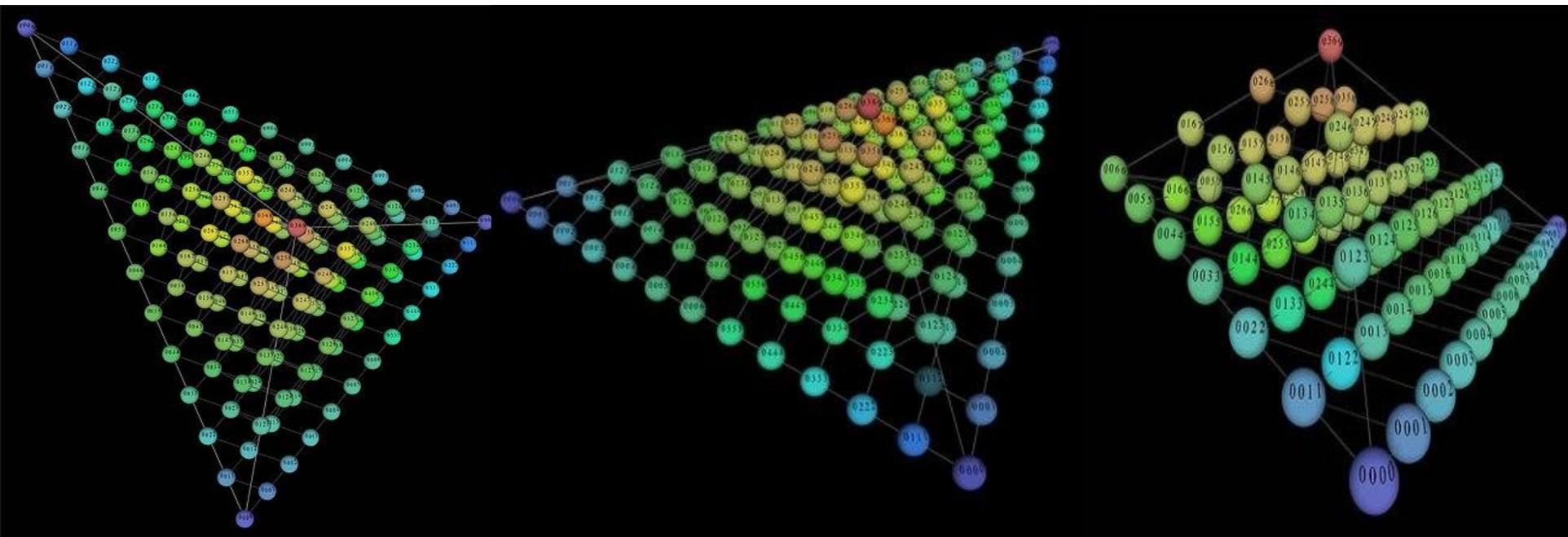


Феликс Кандела
Ресторан в Лос-Манантиалесе

Тригонометрия в музыке

- Согласно дошедшим из древности преданиям, первыми, кто попытался сделать это, были Пифагор и его ученики.
- Частоты, соответствующие одной и той же ноте в первой, второй и т.д. октавах, относятся, как $1:2:4:8 \dots$
- диатоническая гамма $2:3:5$





Тетраэдр из различных типов аккордов четырех звуков:

синий – малые интервалы;

более теплые тона - более «разряженные» звуки аккорда; красная сфера- наиболее гармоничный аккорд с равными интервалами между нотами.

Теория радуги

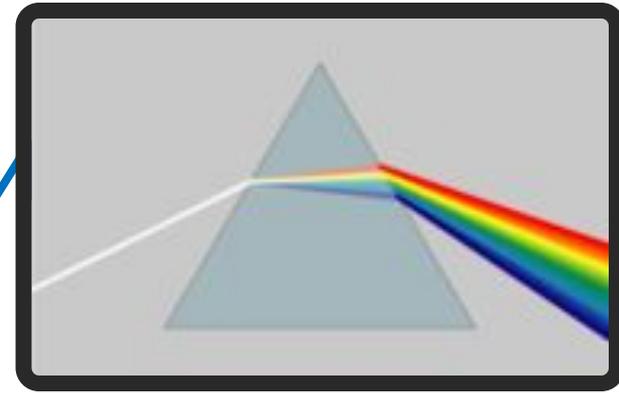
Радуга возникает из-за того, что солнечный свет испытывает преломление в капельках воды, взвешенных в воздухе по закону преломления:

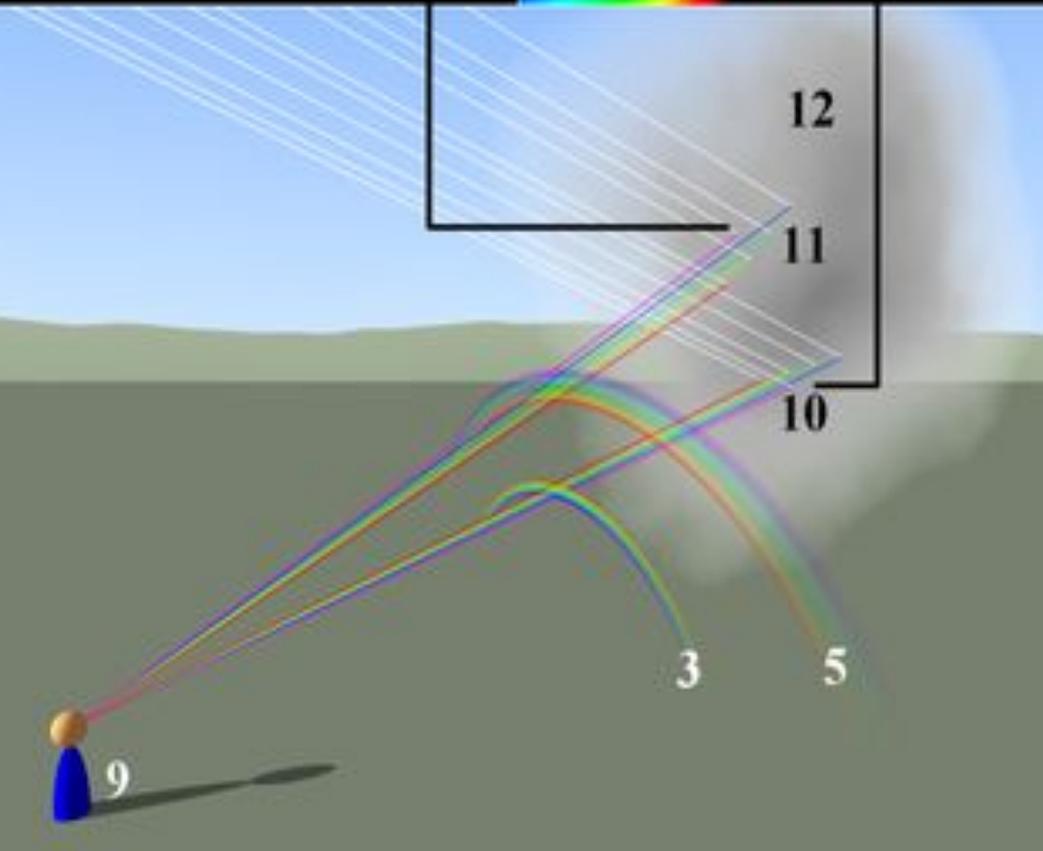
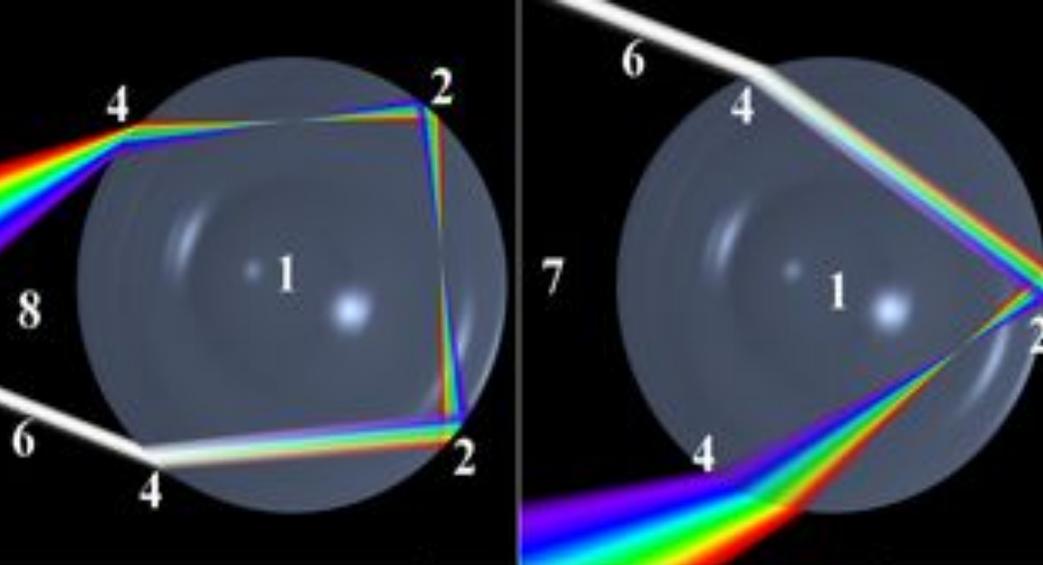
$$\sin \alpha / \sin \beta = n_1 / n_2$$

n_1 - показатель преломления первой среды

n_2 - показатель преломления второй среды

α -угол падения, β -угол преломления света



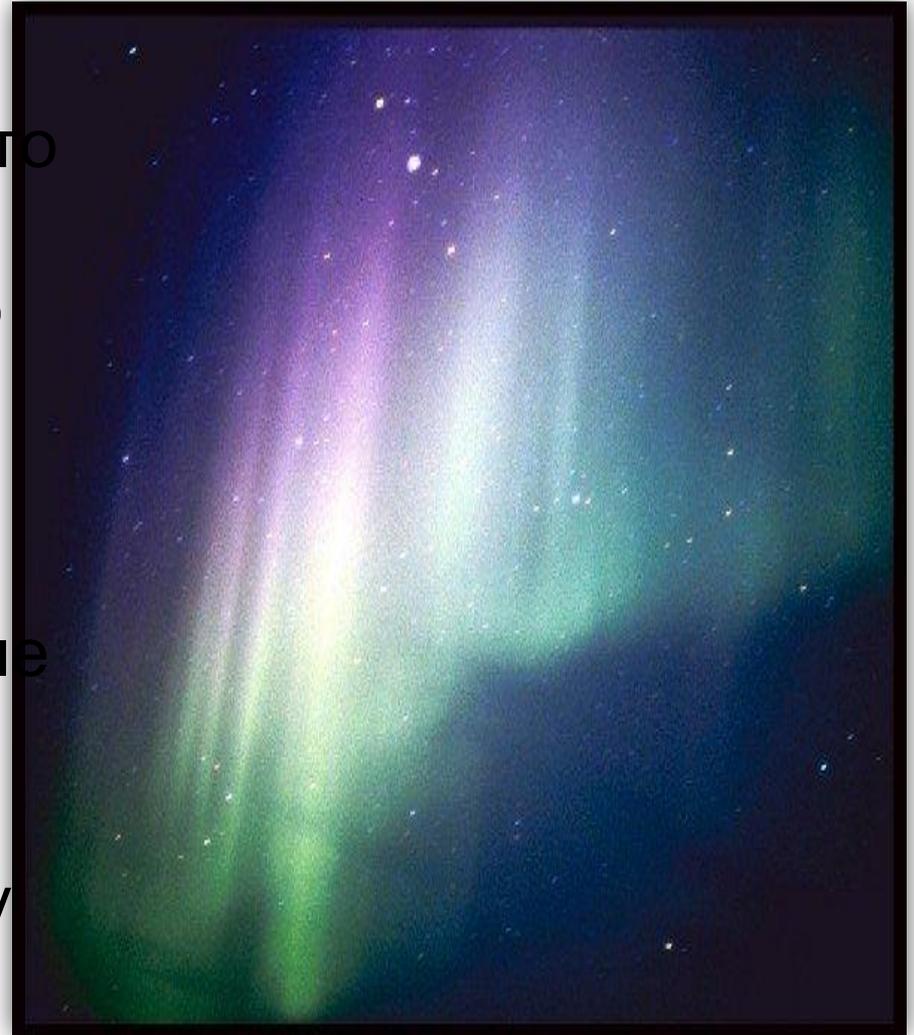


1. Сферическая капля
2. Внутреннее отражение
3. Первичная радуга
4. Преломление
5. Вторичная радуга
6. Входящий луч света
7. Ход лучей при формировании первичной радуги
8. Ход лучей при формировании вторичной радуги
9. Наблюдатель
- 10-12. Область формирования радуги.

Северное сияние

Проникновение в верхние слои атмосферы планет заряженных частиц солнечного ветра определяется взаимодействием магнитного поля планеты с солнечным ветром.

Сила, действующая на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу называется силой Лоренца. Она пропорциональна заряду частицы и векторному произведению поля и скорости



**Область определения и
множество значений,
четность и нечетность,
периодичность
тригонометрических
функций**

Удачи!!!