



**ВЕРОЯТНОСТЬ,  
КОМБИНАТОРИКА В ЕГЭ**

# Классическое определение вероятности

*Стохастическим* называют опыт, если заранее нельзя предугадать его результаты. Результаты (исходы) такого опыта называются *событиями*.

**Пример:** выбрасывается игральный кубик (опыт);  
выпадает двойка (событие).



Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется *достоверным*, а которое не может произойти, - *невозможным*.

**Пример:** В мешке лежат три картофелины.



Опыт – изъятие овоща из мешка.

Достоверное событие – изъятие картофелины.

Невозможное событие – изъятие кабачка.

# Классическое определение вероятности

*Равновозможными* называют события, если в результате опыта ни одно из них не имеет большую возможность появления, чем другие.

**Примеры:** 1) Опыт - выбрасывается монета.  
Выпадение орла и выпадение решки –  
равновозможные события.

2) В урне лежат три шара. Два белых и синий.  
Опыт – извлечение шара.

События – извлекли синий шар и извлекли  
белый шар - неравновозможны.

Появление белого шара имеет больше шансов..



# Классическое определение вероятности

*Несовместимыми (несовместными)* называют события, если наступление одного из них исключает наступление других.

**Пример:** 1) В результате одного выбрасывания выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - несовместны.

2) В результате двух выбрасываний выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - совместны.

Выпадение орла в первый раз не исключает выпадение решки во второй

# Классическое определение вероятности

*Полной группой событий* называется множество всех событий рассматриваемого опыта, одно из которых обязательно произойдет, а любые два других несовместны.

События образующие полную группу называют *элементарными*.

**Пример:** 1) Опыт – один раз выбрасывается монета.

Элементарные события: выпадение орла и выпадение решки образуют полную группу.

# Классическое определение вероятности

*Вероятностью* случайного события  $A$  называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу

$$P(A) = m/n$$

Для конечных множеств событий при нахождении  $m$  и  $n$  широко используют правила комбинаторики.

**Задача №1:** Сколько двузначных чисел можно составить используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

В данном случае легко перебрать все комбинации.

77	88	99
78	87	97
79	89	98



9 вариантов

**Задача №2:** Сколько пятизначных можно составить используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

Как видим, в этой задаче перебор довольно затруднителен. Решим задачу иначе.

На первом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На втором месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На третьем месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На четвертом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На пятом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

**Комбинаторное правило умножения**

# КОМБИНАТОРНОЕ ПРАВИЛО СУММЫ

- Если некоторый объект  $A$  можно выбрать  $m$  способами, а другой объект  $B$  можно выбрать  $n$  способами, то выбор «либо  $A$ , либо  $B$ » можно осуществить  $(m+n)$  способами.
- При использовании правила суммы надо следить, чтобы ни один из способов выбора объекта  $A$  не совпадал с каким-либо способом выбора объекта  $B$ .
- 
- Если такие совпадения есть, правило суммы утрачивает силу и мы получаем лишь  $(m + n - k)$  способов выбора, где  $k$  — число совпадений.



+



=5

В коробке находится 10 шаров: 3 белых, 2 черных, 1 синий и 4 красных.

Сколькими способами можно взять из ящика цветной шар?

Решение:

Цветной шар – это синий или красный, поэтому применим правило суммы

# Задачи открытого банка

№ 283479

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.



Благоприятное событие  $A$ : первой выступает спортсменка из Канады

К-во всех событий группы:  $n=?$

К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству всех гимнасток.  
 $n=50$

Соответствует количеству гимнасток из Канады.  
 $m=50-(24+13)=13$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{13}{50} = 0,26$$

№ 283479

В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.



Благоприятное событие  $A$ : выбранный насос не подтекает.

К-во всех событий группы:  $n=?$

Соответствует количеству всех насосов.  
 $n=1400$

К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству исправных насосов

$$m=1400-14=1386$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1386}{1400} = 0,99$$

№ 283639

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.



К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству качественных сумок.  
 $m=190$

Благоприятное событие  $A$ : купленная сумка оказалась качественной.

К-во всех событий группы:  $n=?$

Соответствует количеству всех сумок.  
 $n=190+8$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{190}{198} = 0,959... \approx \boxed{0,96}$$

№ 283445

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.



Опыт: выпадают три игральные кости.

Благоприятное событие A: в сумме выпало 7 очков.

К-во благоприятных событий  $m=?$

331 223 511  
313 232 151  
133 322 115

412 142  
421 214  
124 241

18

К-во всех событий группы  $n=?$

1-я кость - 6 вариантов  
2-я кость - 6 вариантов  
3-я кость - 6 вариантов

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{216} \approx 0,08$$

№ 283471

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.



Условие можно трактовать так: какова вероятность того, что все четыре раза выпадет решка?

К-во благоприятных событий  $m=?$

$$m=1$$

Четыре раза выпала решка.

К-во всех событий группы  $n=?$

1-й раз - 2 варианта  
2-й раз - 2 варианта  
3-й раз - 2 варианта  
4-й раз - 2 варианта

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{16} = 0,0625$$



В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.



- Вероятность и правило произведения.

- Решение:

- Всего 6 монет. Возможны варианты перекалывания:

- 1 карман                      2 карман

- 5 1 1                              5 1 1

- 1 1 5                              1 1 5

- 1 5 1                              1 5 1

- $P = (2/6 * 4/5 * 3/4) * 3 = 3/5 = 0,6$

- «5» «1» «1»



В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что обе пятирублевые монеты лежат в одном кармане.



- Вероятность и правило произведения. Сочетания

- Решение:

- Всего 6 монет. Возможны варианты переключивания:

- 1 карман                      2 карман

- 5 5 1                              1 1 1

- 5 1 5                              1 1 1     **ИЛИ** наоборот

- 1 5 5                              1 1 1

- $P = ( 2/6 * 1/5 * 4/4 ) * 2 = 2/5 = \mathbf{0,4}$

- «5» «5» «1»

- 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.
- 2. В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых
- 2. В среднем из 1300 садовых насосов, поступивших в продажу, 13 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.