# Последовательное соединение RLC-элементов

Соберем установку (рис. 1) из трех последовательно соединенных потребителей: реостат имеет активное сопротивление R, катушка - индуктивное $j\omega L$ сопротивление , конденсатор – емкостное $-j\frac{1}{\omega C}$,

сопротивление Приборы измеряют действующие значения тока I и напряжения на отдельных элементах и источнике. RLC-параметры можно изменять; источник может быть синусоидальным (U = 127 В) или постоянным (U = 110 В).

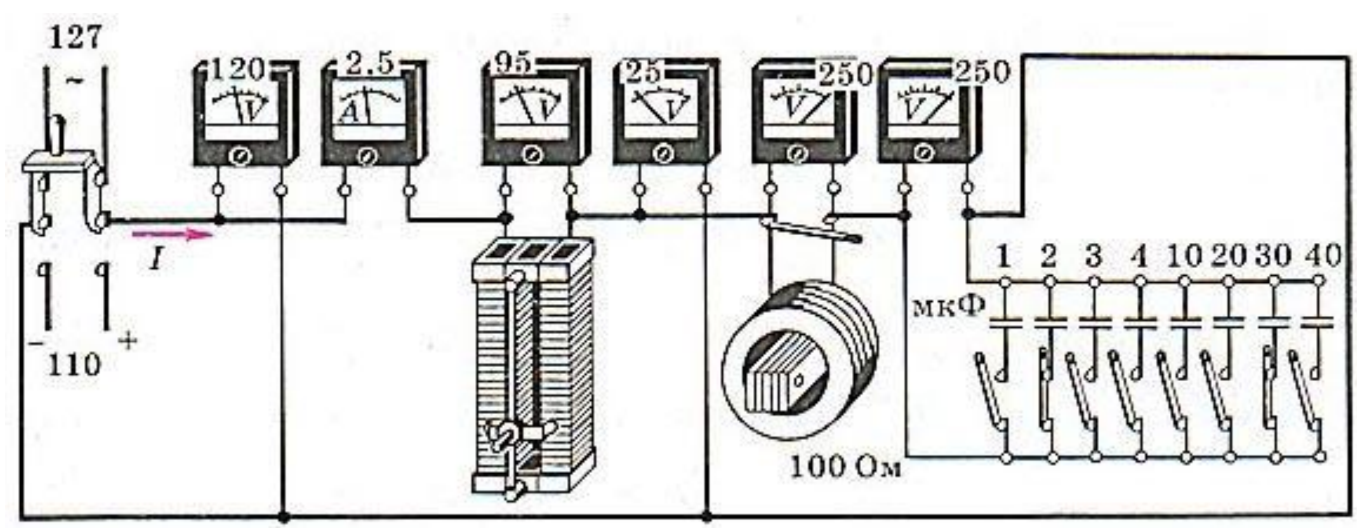



рис. 1

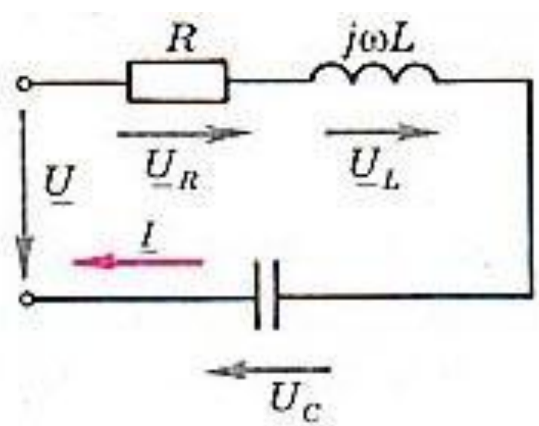
- Если включить цепь на постоянный ток, то ток сначала постепенно возрастает, а затем спадает до нуля: происходит заряд емкости током, проходящим через обмотку катушки индуктивности, которая по закону электромагнитной индукции (самоиндукции) сначала препятствует его возрастанию, а затем его уменьшению. Чем больше R, L и C, тем дольше будет длиться этот процесс; чем меньше R, тем более выражается колебательный характер этого процесса. Колебания возникают вследствие того, что ранее накопленная энергия магнитного поля катушки переходит в энергию электрического поля конденсатора и далее наоборот; колебания затухают благодаря тому, что часть их энергии необратимо поглощается активным сопротивлением R. Чем больше R, тем меньше колебания по амплитуде, но и тем дольше происходит заряд емкости (конденсатора).

- Подключим цепь к синусоидальному току U = 127 В (рис. 1). Если f = 50 Гц, С = 32 мкФ, L = 0,32 Гн, R = 38 Ом, в стабильном режиме вынужденных колебаний приборы покажут: U = 127 В, $U_{BC}$ = 25 В, I = 2,5 А. Как видим, для действующих значений напряжений второй закон Кирхгофа не выполняется

$$(U \neq U_R + U_L + U_C,\ U_{LC} \neq U_L + U_C).$$

- поскольку эти напряжения векторные и имеют свои начальные фазы. Законы Кирхгофа справедливы для комплексной формы выражения напряжений (рис. 2):

$$\underline{U} = R\underline{I} + j\omega L I + \frac{I}{j\omega C}.$$



- Откуда

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{\underline{U}}{R + jX},$$

где X = $U_L$ + $U_C$ - реактивное сопротивление электрической цепи.
Полное сопротивление $\underline{Z}$ в алгебраической, показательной и тригонометрической формах:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\, e^{j\varphi} =$$

$$= Ze^{j\varphi} = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi,$$

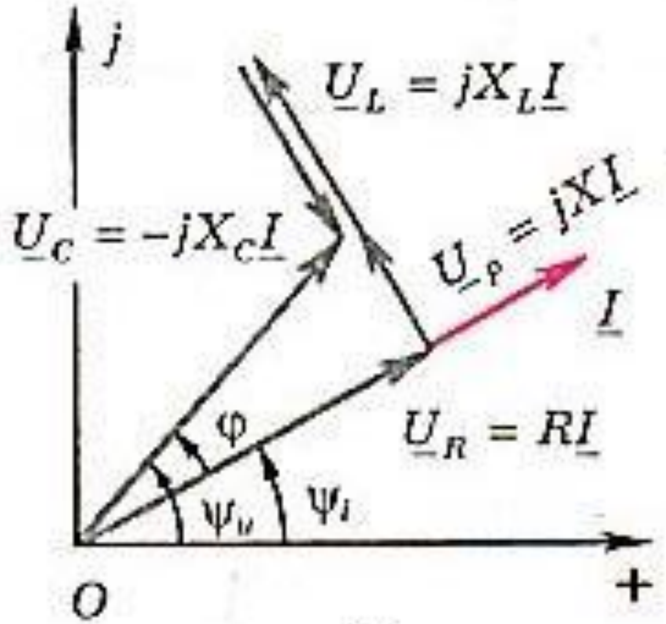
- Где

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \operatorname{arctg}\frac{X_L - X_C}{R}; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

- Для $\underline{U} = Ue^{j\psi}$ и $\underline{I} = IE^{j\psi i}$

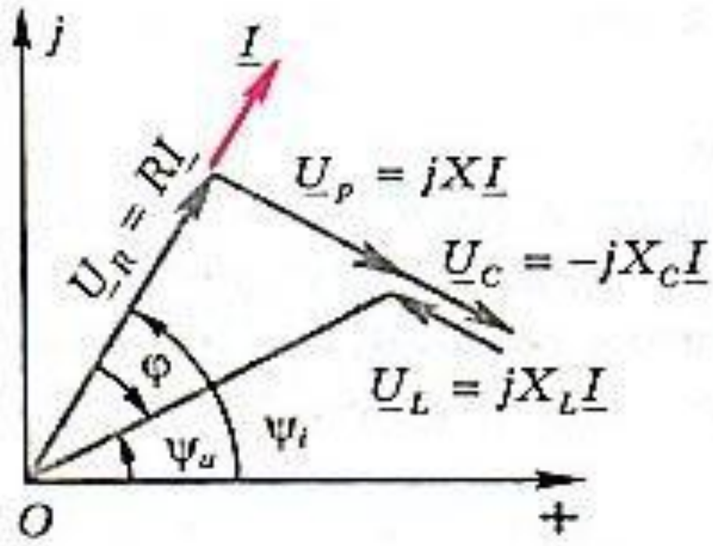
комплексное сопротивление Z соста $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Ze^{j\varphi}.$

- Отсюда видно, что разность начальных фазовых углов напряжения и тока определяет аргумент комплексного полного сопротивления Z , т.е $\psi_u - \psi_i = \varphi$. Векторные диаграммы токов и на комплексной плоскости в соответствии с уравнением Кирхгофа, учитывая сдвиг фаз между напряжениями $\underline{U}_R, \underline{U}_L, \underline{U}_C$
- и током I (рис.3).



j
$\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$
$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$
$\underline{U}_p = jX\underline{I}$
$\underline{I}$
φ
$\underline{U}_R = R\underline{I}$
$\psi_u$
$\psi_i$
O
+


*а*



j
$\underline{I}$
$\underline{U}_R = R\underline{I}$
$\underline{U}_p = jX\underline{I}$
$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$
φ
$\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$
$\psi_i$
$\psi_u$
O
+


*б*

- Первая диаграмма (а) построена для цепи, в которой преобладает индуктивное сопротивление. Ток I отстает от напряжения U, и сдвиг фаз положительный; диаграмма (б) - для цепи, в которой преобладает емкостное сопротивление, ток I опережает напряжение U , и сдвиг фаз  отрицательный. От треугольников напряжений, разделив каждую сторону треугольника на ток, переходим к подобному ему треугольнику сопротивлений.
  Мгновенная мощность, в зависимости от знака $\varphi$, идентична мощности RL-цепи ($\varphi$ > 0)
  ил

  $$P = UI\cos\varphi$$

  Ак

- определяется произведением действующих значений напряжения, тока и коэффициента мощности

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{P}{S},$$

- где S = UI - полная мощность.
- Величина $Q = UI\sin\varphi$ является реактивной мощностью. Она положительна, когда > 0, и отрицательна, когда < 0. Абсолютное значение

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

- Комплекс мощности

$$\underline{S} = \underline{U}\overset{*}{\underline{I}} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ,$$

- где $\overset{*}{\underline{I}} = Ie^{-j\varphi_i}$ - сопряженный комплекс тока. Треугольник напряжений подобен соответствующему треугольнику сопротивлений (рис. 4).