

Белорусский государственный университет транспорта  
кафедра «ЛОКОМОТИВЫ»

## МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

TRIBO-  
FATIGUE

*Лекторы: д.т.н., проф. Сосновский Леонид Адамович  
к.т.н., доц. Комиссаров Виктор Владимирович*

*Ассистент:  
асс. Таранова Елена Сергеевна*



*Лекции – 4 часа  
Лаб. работы – 4 часа  
Форма контроля знаний – экзамен*

*(по всем вопросам обращаться в ауд. 1415а, 1403)*

WEAR

**ГОМЕЛЬ, 2019**



**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ  
МЕХАНИКИ МАТЕРИАЛОВ  
(введение в механику материалов)**



## Основная литература

1. Старовойтов, Э. И. Механика материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2011. – 380 с.
2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / В.И. Феодосьев. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1999. – 592 с.
3. Горшков, А. Г. Сопротивление материалов / А.Г.Горшков, В.Н.Трошин, В.И.Шалашилин – учеб. пос. 2-е изд., испр. – М.: ФИЗ-МАТЛИТ, 2005. – 544с.
4. Макаров, Е.Г. Сопротивление материалов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 512 с.
5. Сопротивление материалов. Прикладная теория колебаний / С. А. Воробьев. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 257 с.
6. Смирнов, В. А. Строительная механика / В. А. Смирнов, С. А. Ива-нов, М. А. Тихонов – М.: Стройиздат, 1984.– 208 с.

## Дополнительная литература

7. Тимошенко, С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Гере. СПб.: Издательство “Лань”, 2002. – 672 с.
8. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
9. Александров, А. В. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; под ред. А.В. Александрова. – 3-е изд. испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 560 с.
10. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М., 1975.
11. Сборник задач по сопротивлению материалов с теорией и приме-рами/ Б. А. Антуфьев и др.; под ред. акад. А. Ю. Ишлинского. – М.: Изд-во МАИ, 2001. – 544 с.
12. Сборник задач по сопротивлению материалов; под ред В.К. Качурина – М.: 1972.
13. Строительная механика. Стержневые системы: учеб. для вузов / А.Ф. Смирнов [и др.]; под ред. А.Ф. Смирнова – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.
14. Киселёв, В.А. Строительная механика / В.А. Киселёв – М.: Стройиз-дат, 1986. – 520 с.
15. Заяц, В. Н. Сопротивление материалов / В.Н. Заяц, М.К. Балыкин, И.А. Голубев – Мн.: Выш. школа 1998



# 1.1. Основные понятия механики материалов



При проектировании любой машины или конструкции необходимо обеспечить ее работоспособность и надежность в течение всего срока эксплуатации. Безотказная работа конструкции, в первую очередь, гарантируется ее прочностью и жесткостью.

**Механика материалов** – это инженерная наука о методах расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при одновременном удовлетворении требований надежности и экономичности.

*Механика материалов* это введение в науку о прочности, жесткости и надежности элементов, конструкций, приборов и машин. Механика материалов относится к фундаментальным дисциплинам общеинженерной подготовки специалистов с высшим техническим образованием.

Это первая дисциплина, устанавливающая связь между фундаментальными научными дисциплинами (физикой, высшей математикой и теоретической механикой) и прикладными задачами и методами их решения возникающими при проектировании машин, приборов и конструкций.

**Прочность** – способность материала или конструкции воспринимать внешние воздействия (нагрузки, температурные перепады, просадки грунтов и т. п.), не разрушаясь.

**Жесткость** – способность конструктивных элементов деформироваться при внешнем воздействии без существенного изменения геометрических размеров.



# 1.1. Основные понятия механики материалов

**Устойчивость** – способность конструкций и их элементов сохранять под нагрузкой первоначальную форму и положение равновесия.

**Надежной** считается конструкция, которая сохраняет свою эксплуатационную способность, характеризующуюся возможностью выполнять требуемые функции в заданных условиях в течение заранее предусмотренного промежутка времени.

Основной задачей механики материалов является создание практически удобных простых приемов расчета типичных элементов конструкций. Она решается с использованием теоретических гипотез и экспериментальных данных.

Если бы твердые тела не обладали этими фундаментальными свойствами, на Земле не было бы ничего – ни леса, ни машин, ни домов, ни даже человека. Впрочем, не было бы самой Земли – ведь она тоже представляет собой твердое тело, которое воспринимает и выдерживает, не разрушаясь и существенно не изменяя своих размеров и формы, многообразные и огромные нагрузки в течение невообразимо длительного периода времени, исчисляемого миллиардами лет... Для образного восприятия этих двух терминов приведем их характеристику, данную Джеймсом Гордоном в книге «Почему мы не проваливаемся под пол»: «Печенье жестко, но не прочно, сталь – и жесткая, и прочная, нейлон – не жесткий, гибкий, но прочный, малиновое желе – и не жесткое, и не прочное». В дальнейшем мы будем иметь дело в основном с некоторыми искусственными твердыми телами – металлическими и полимерными материалами, поскольку их применяют для изготовления элементов конструкций, машин, механизмов, оборудования, приборов.



## 1.2. Гипотезы и допущения механики материалов



В сопротивлении материалов вводится модель идеализированного деформируемого тела. При этом принимаются следующие *гипотезы и допущения*:

**1. Гипотеза сплошности и однородности:** материал представляет собой однородную сплошную среду; свойства материала во всех точках тела одинаковы и не зависят от размеров тела.

Сплошная среда – это такая среда, которая непрерывно (без пустот) заполняет отведенный ей объем. Свойство непрерывности позволяет использовать в расчетах дифференциальное и интегральное исчисление.

**2. Гипотеза об изотропности материала:** физико-механические свойства материала одинаковы по всем направлениям.

В некоторых случаях эта гипотеза неприменима. Например, к анизотропным материалам относятся древесина, армированные материалы, свойства которых существенно различны при работе вдоль и поперек волокон.

**3. Гипотеза об идеальной упругости материала:** тело способно восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших его деформацию.

Деформации, полностью исчезающие после снятия нагрузки, называются упругими в отличие от пластических, или остаточных, которые не исчезают. Гипотеза позволяет не учитывать малые остаточные деформации, неизбежно присутствующие в реальных материалах.



## 1.2. Гипотезы и допущения механики материалов



**4. Гипотеза (допущение) о малости деформаций:** деформации в точках тела считаются настолько малыми, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу.

Эта гипотеза позволяет вести расчеты по недеформированной схеме, т. е. при составлении уравнений равновесия считают, что конструкция имеет после нагружения те же геометрические размеры, что и до нагружения.

**5. Допущение о справедливости закона Гука:** перемещения точек конструкции в упругой стадии работы материала прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения.

**6. Принцип независимости действия сил (суперпозиции):** результат воздействия нескольких внешних факторов равен сумме результатов воздействия каждого из них, прикладываемого в отдельности, и не зависит от последовательности их приложения.

Этот принцип позволяет сложную задачу разбивать на ряд простых, решать их, а затем полученные результаты суммировать. В отдельных случаях, если несправедливо хотя бы одно из трех предыдущих допущений, он неприменим.



## 1.2. Гипотезы и допущения механики материалов



**7. Гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли Якоб старший):** поперечные сечения, плоские и нормальные к оси стержня до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси после деформации (рисунок 1.1).

Использование этой гипотезы позволяет существенно упростить математическую сторону решаемых задач.

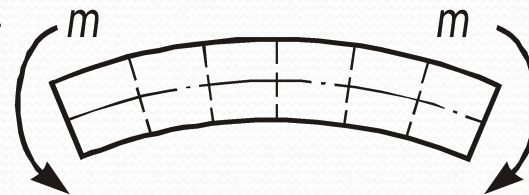


рисунок 1.1

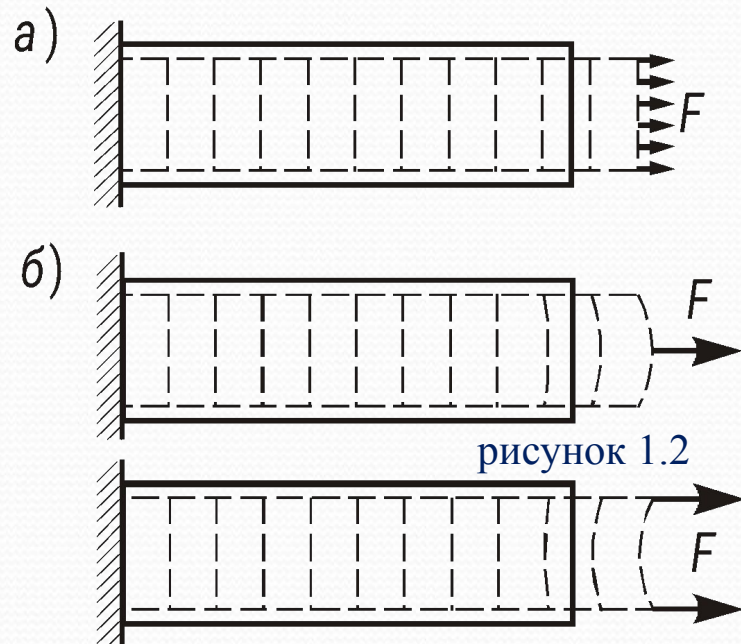


рисунок 1.2

**8. Принцип Сен-Венана:** в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, деформация тела не зависит от конкретного способа нагружения и определяется только статическим эквивалентом нагрузки.

Принцип позволяет существенно упрощать граничные условия задачи, заменяя реальную нагрузку ее статическим эквивалентом (равнодействующей).



## 1.3. Внешние силы.

### Внутренние усилия в стержнях

9

Первую группу составляют элементы, два размера которых малы по сравнению с третьим. Такие элементы называют брусьями (стержнями, балками).

Под *стержнем* понимается тело, длина которого много больше его поперечных размеров. Осевая линия стержня является геометрическим местом центров тяжести поперечных сечений.

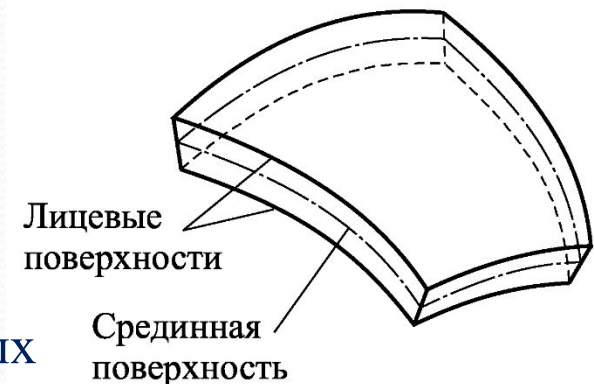
Стержень, работающий на изгиб, часто называют *брусом* или *балкой*.

Ко второй группе относятся тела, у которых один из размеров мал по сравнению с двумя другими.

Такие тела называют *оболочками*. Их форма образуется двумя близко расположенными поверхностями, которые называют лицевыми.

Поверхность, равноудаленная от лицевых, называется срединной. Расстояние между лицевыми поверхностями, измеренное по нормали к срединной поверхности, называют толщиной оболочки. Оболочки с плоской срединной поверхностью называют пластинами.

Третью группу образуют тела, все три размера которых одного порядка. Такие тела иногда называют *массивами*.





## 1.3. Внешние силы.

### Внутренние усилия в стержнях



**Внешние силы.** Все внешние силовые воздействия на стержень будем называть нагрузками. **Нагрузка**, в самом общем понимании, – это любое воздействие на тело (или объект).

Если дело имеет с механической нагрузкой, приложенной в точке, то важнейшим параметром, ее характеризующим, является **сила** (измеряемая, например, в ньютонах – Н). **Сила** – это мера механического взаимодействия тел.

По способу приложения нагрузки могут быть объемными и поверхностными. **Объемные силы** непрерывно распределены по всему объему тела и приложены к каждой его частице. К ним, например, относятся силы веса (гравитационные силы), инерции, электромагнитного притяжения.

**Поверхностные нагрузки (силы)** приложены к участкам поверхности и характеризуют контактное взаимодействие с другими телами. К ним относятся: давление жидкости или газа на стенки сосуда, снеговая или ветровая нагрузка и т. п. Поверхностные нагрузки могут быть *сосредоточенными* (приложенными в точке) и *распределенными по длине* (погонные силы) или по площади.

Погонные и сосредоточенные силы реально не существуют. Они являются статическим эквивалентом нагрузок, распределенных по вытянутой или малой площади, объему.

По характеру изменения в процессе приложения различают нагрузки статические, динамические и повторно-переменные.

**Статические нагрузки** не изменяются со временем или меняются настолько медленно, что вызываемые ими ускорения и силы инерции пренебрежимо малы.

**Динамические нагрузки** изменяют свое значение, положение или направление в короткие промежутки времени, вызывая большие ускорения и силы инерции (движущиеся, ударные нагрузки и др.).

**Повторно-переменные нагрузки** многократно (до нескольких миллионов раз) изменяют со временем свое значение или значение и знак. Разрушение материала под действием таких нагрузок называется *усталостным*.



## 1.3. Внешние силы.

### Внутренние усилия в стержнях



Внешние силы стремятся деформировать тело, путем изменения межатомных расстояний. В механике материалов рассматривается поведение макрообъемов материала, которые позволяют считать материал сплошным и однородным. Целостность обеспечивают внутренние связи.

Из теоретической механики *известна аксиома связей*: равновесие тела сохранится, если действие связей, закрепляющих тело в пространстве, заменить их реакциями.

Пусть на тело (стержень) действует система взаимно уравновешенных внешних сил. Применяя аксиому связей к деформируемому телу, можно мысленно рассеять его произвольной плоскостью, отделить одну часть от другой и *взамен нарушенных связей приложить к каждой части силы, равные усилиям связей*. Такие силы называются **внутренними**. Они непрерывно распределяются по сечению.

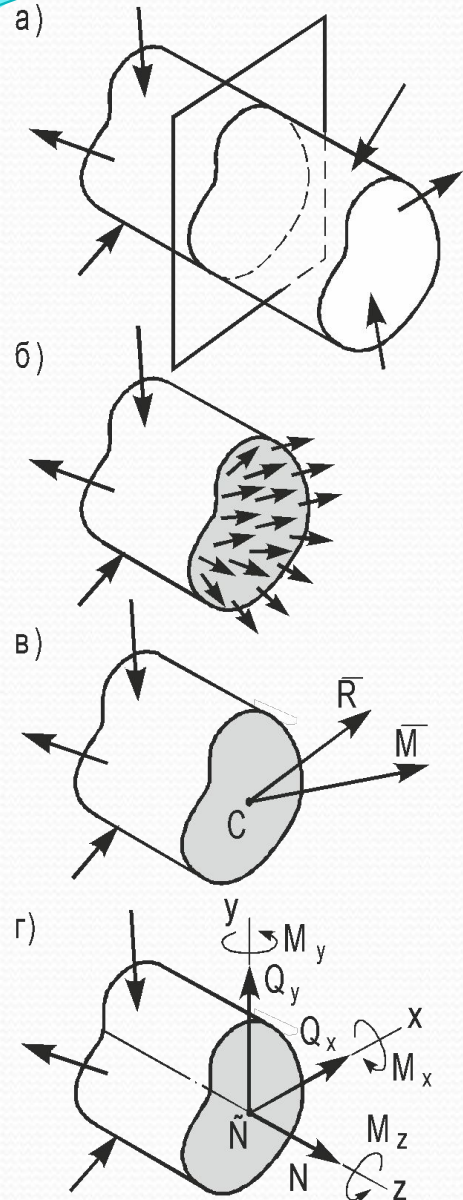
Внутренние силы в стержне определяют методом сечений:

- а) мысленно рассекают стержень в интересующем месте плоскостью;
- б) отбрасывают одну из образовавшихся частей;
- в) заменяют действие отброшенной части на оставшуюся внутренними усилиями;
- г) составляют уравнения равновесия всех сил, приложенных к оставшейся

# 1.3. Внешние силы.

## Внутренние усилия в стержнях

12



Внутренние силы могут быть приведены к центру тяжести сечения  $C$  и заменены главным вектором  $\bar{R}$ , и главным моментом  $\bar{M}$ , которые раскладываются следующим образом:

$$\bar{R} = \{Q_x, Q_y, N\}; \bar{M} = \{M_x, M_y, M_z\}.$$

Здесь ось  $z$  перпендикулярна поперечному сечению, т. е. совпадает с осью стержня; оси  $x, y$  лежат в плоскости поперечного сечения.

Компоненты внутренних усилий:

$N$  – продольная сила;

$Q_x, Q_y$  – поперечные силы;

$M_z$  – крутящий момент;

$M_x, M_y$  – изгибающие моменты.

В зависимости от наличия внутренних факторов в поперечных сечениях судят о виде деформации. Возможны следующие простые виды деформирования стержней:

только  $N \neq 0$  – центральное растяжение (сжатие);

только  $M_z \neq 0$  – кручение;

только  $M_x \neq 0$  (или  $M_y \neq 0$ ) – прямой чистый изгиб;

только  $M_x \neq 0$  и  $Q_y \neq 0$  (или  $M_y \neq 0$  и  $Q_x \neq 0$ ) – поперечный изгиб.

Выделяют также сложные виды деформирования стержней:

только  $M_x \neq 0$  и  $M_y \neq 0$  – косоугольный изгиб;

$N \neq 0, M_x \neq 0, (M_y \neq 0)$  – изгиб с растяжением (сж.);

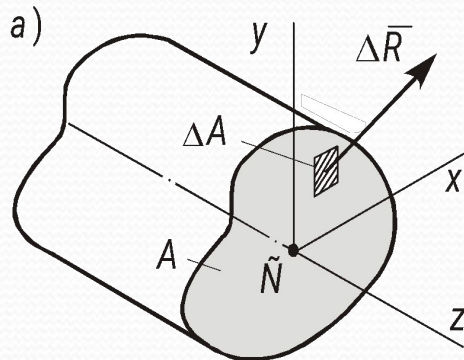
$M_x \neq 0, (M_y \neq 0), M_z \neq 0$  – изгиб с кручением/



## 1.4. Напряжения в точке тела

13

**Понятие о напряжениях.** Выделим вокруг произвольной точки сечения  $A$  площадку  $\Delta A$ , а равнодействующую внутренних сил на этой площадке обозначим  $\Delta \bar{R}$ .

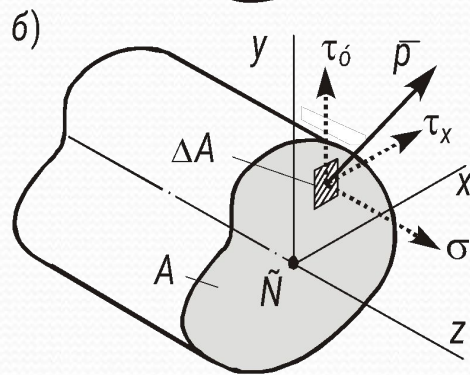


Отношение  $\bar{p}_m = \Delta \bar{R} / \Delta A$

—*среднее напряжение* на указанной площадке.

В пределе получаем *напряжение в точке* рассматриваемого сечения

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A}$$



Вектор  $\bar{p}$  называют *полным напряжением* в рассматриваемой точке. Эта векторная величина является мерой интенсивности внутренних сил.

В СИ для измерения напряжений принимается *паскаль*;  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ . В практических расчетах используют мегапаскаль ( $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ ).

### Нормальные и касательные напряжения.

Вектор напряжения можно разложить по введенным ранее осям координат на нормальное напряжение  $\sigma$ , перпендикулярное к сечению, и два касательных напряжения  $\tau_x, \tau_y$ , лежащих в плоскости сечения

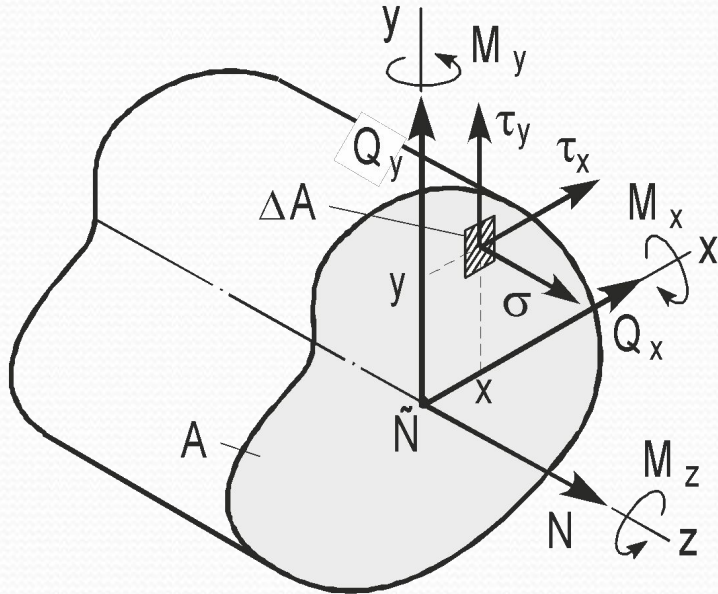
$$\bar{p} = \{\tau_x, \tau_y, \sigma\}$$



## 1.4. Напряжения в точке тела

14

### Связь напряжений с внутренними усилиями



$$N = \int_A \sigma dA$$

$$Q_x = \int_A \tau_x dA$$

$$Q_y = \int_A \tau_y dA$$

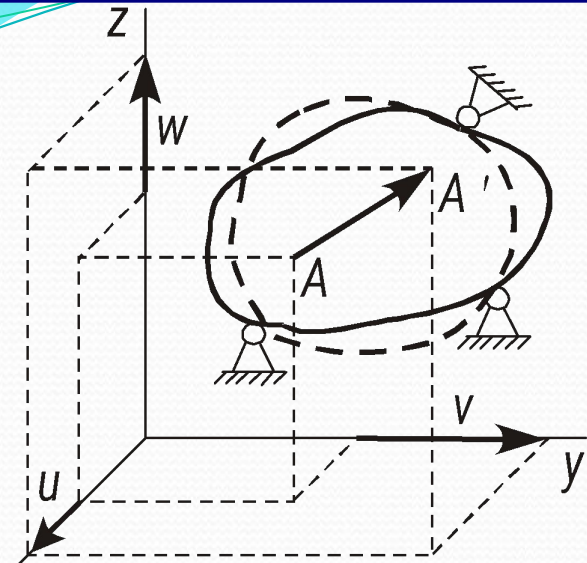
$$M_y = \int_F \sigma x dF$$

$$M_x = \int_A \sigma y dA$$

$$M_z = \int_A (\tau_y x - \tau_x y) dA$$



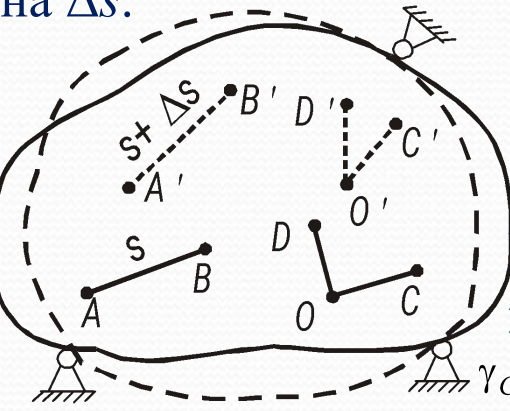
# 1.5. Перемещения и деформации



**Перемещения.** Вектор, исходящий из начального положения произвольной точки тела в недеформированном состоянии и оканчивающийся в новом положении этой точки после деформации тела, называется *вектором полного перемещения* точки. Его проекции на оси координат  $x, y, z$  носят название *перемещений по осям*. Они обозначаются  $u, v$  и  $w$ .

**Деформации.** Для того, чтобы характеризовать интенсивность изменения формы и размеров, рассмотрим точки  $A$  и  $B$  недеформированного тела, расположенные друг от друга на малом расстоянии  $s$ . Пусть в результате изменения формы тела отрезок  $AB$  занял положение  $A'B'$ , и его длина изменилась на  $\Delta s$ . Отношение приращения длины отрезка  $\Delta s$  к его начальной длине  $s$  назовем *средним относительным удлинением* на отрезке  $s$ :

$$\epsilon_m = \frac{\Delta s}{s} \quad \epsilon_{AB} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}$$



Уменьшая отрезок, в пределе получим  $\epsilon_{AB}$ . Величина  $\epsilon_{AB}$  называется *линейной деформацией* в точке  $A$  по направлению отрезка  $AB$

называется *угловой деформацией* или *углом сдвига* в точке  $O$  в плоскости

$$\gamma_{COD} = \lim_{\substack{OC \rightarrow 0 \\ OD \rightarrow 0}} (COD - C'O'D')$$

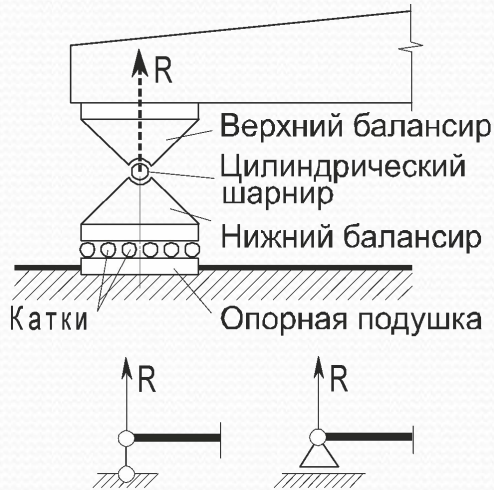


## 2.1 Опоры. Расчетная схема сооружения

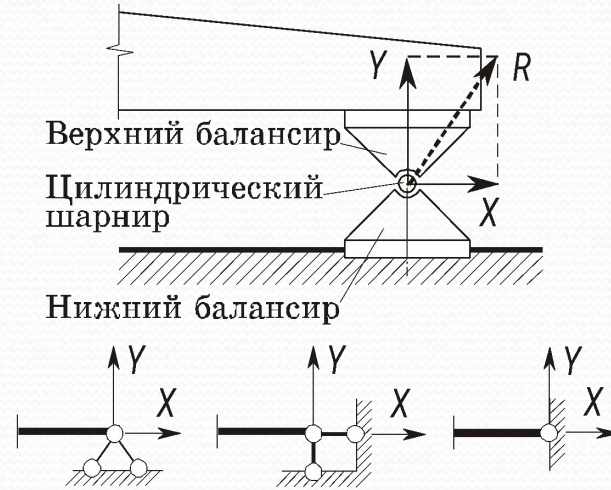
16

Устройство, соединяющее брус или стержневую систему с основанием и налагающее ограничения на его перемещения, называется *опорой*.

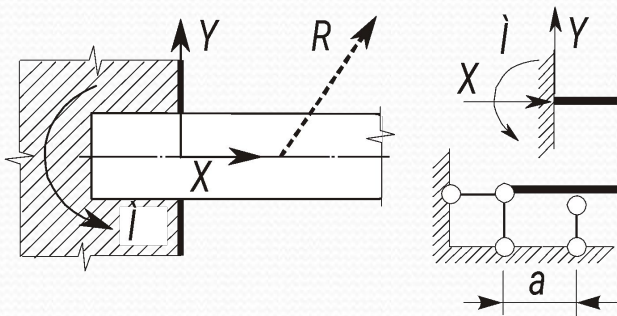
### Шарнирно-подвижная опора



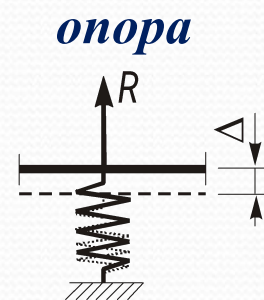
### Шарнирно-неподвижная опора



### Жесткая заделка



### Упруго-податливая опора

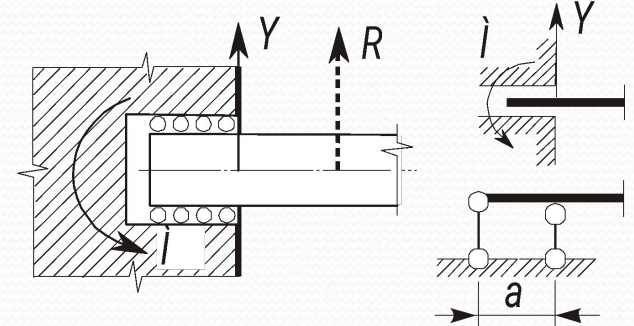


$$R = K\Delta \text{ (или } \Delta = cR),$$

где  $K$  – коэффициент жесткости опоры, Н/м;

$c$  – коэффициент податливости, м/Н.

### Скользящая заделка







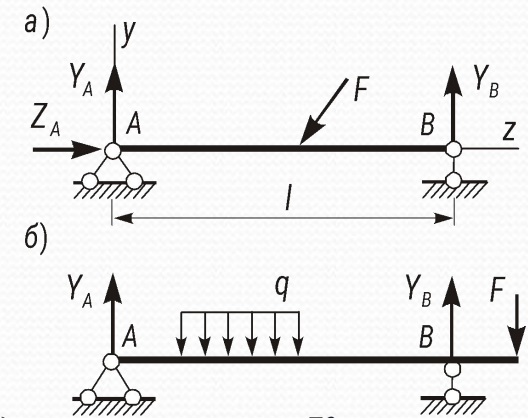
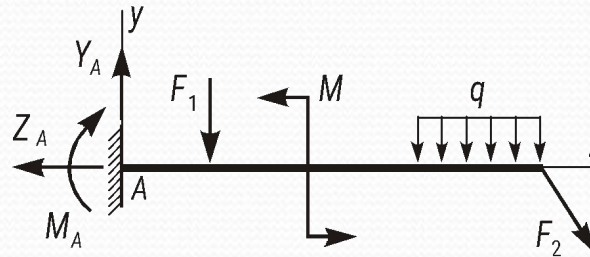
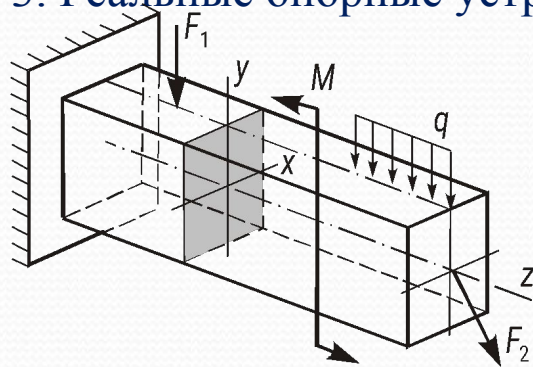
## 2.2 Понятие о расчетной схеме

17

**Расчетная схема** – упрощенное изображение элемента и его опор, учитывающее только основные факторы, определяющие их поведение под нагрузкой.

При составлении расчетной схемы используются следующие **принципы**:

1. Стержни заменяются осевыми линиями;
2. Нагрузки с поверхности стержней переносятся на оси, при этом силовая плоскость будет совпадать с плоскостью рисунка;
3. Реальные опорные устройства и связи между элементами заменяются их моделями



Балка бывает **простой**, однопролетной, расстояние  $l$  между опорами – **длиной пролета**. **Консолью** называют балку, защемленную одним концом и не имеющую других опор. Балки, имеющие свешивающиеся части, называются **консольными**.

**Фермой** называется стержневая система, состоящая из прямых стержней, соединенных шарнирами. Если внешняя нагрузка приложена в узлах, элементы фермы работают на центральное растяжение–сжатие.

**Рама** – стержневая система с жестким соединением прямолинейных элементов во всех или некоторых узлах. Стержни рамы работают на изгиб с растяжением (сжатием) или кручение.

Вертикально расположенные стержни рамы принято называть **стойками**, горизонтальные – **ригелями**.



## 2.3 Построение эпюр внутренних силовых факторов

18

Под *эпюрой* внутреннего усилия будем в дальнейшем понимать график изменения этой величины вдоль оси стержня.

### Правила введения внутренних усилий

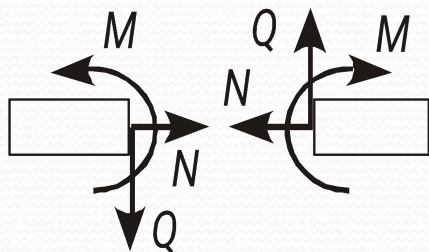
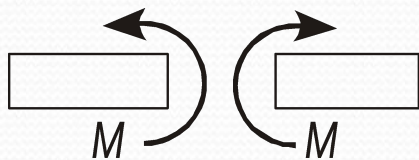
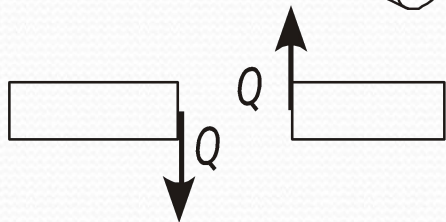
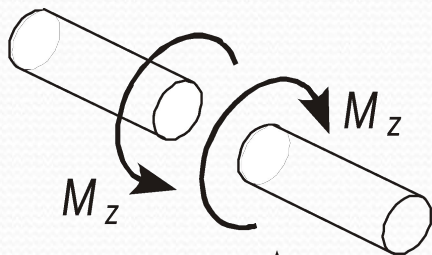
**Продольная сила  $N$**  направляется от сечения в сторону отброшенной части. В этом случае значение  $N > 0$  соответствует растяжению,  $N < 0$  – сжатию.

**Крутящий момент  $M_z$**  направляется против часовой стрелки, если смотреть на сечение со стороны отброшенной части.

**Поперечная сила  $Q$**  направляется так, чтобы она вращала оставленную часть стержня по часовой стрелке. (На эпюрах  $N$ ,  $M_z$ ,  $Q$  положительные значения откладываются сверху от оси стержня, отрицательные – снизу)

**Изгибающий момент  $M$**  прикладывается к сечению так, чтобы верхние волокна балки испытывали сжатие, а нижние – растяжение.

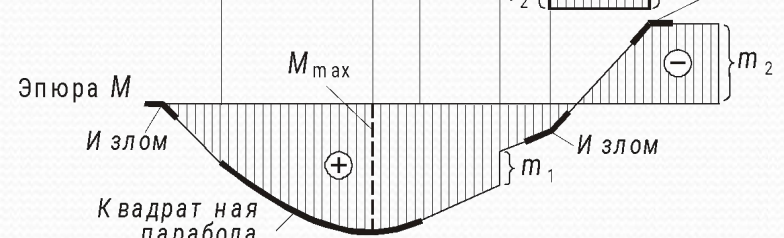
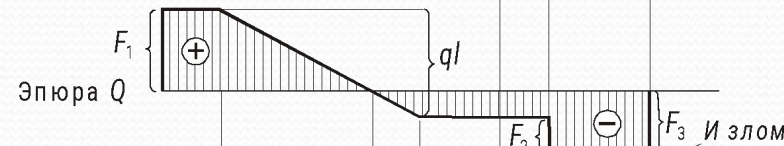
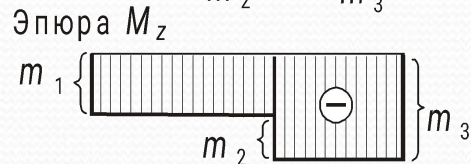
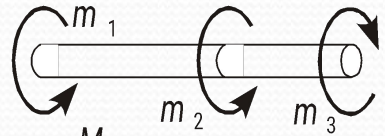
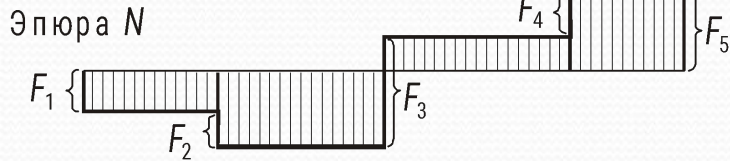
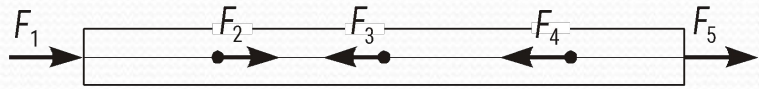
Для многих строительных материалов растяжение опаснее сжатия, поэтому эпюру изгибающих моментов  $M$  будем строить *на растянутом волокне*. Для этого отрицательные значения моментов будем откладывать сверху от оси стержня, положительные – снизу





## 2.3 Построение эпюр внутренних силовых факторов

### ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР



эпюра *продольных сил*  $N$  имеет скачки в тех сечениях, где приложены внешние сосредоточенные продольные силы; величина скачка равна величине силы; скачок происходит вниз, если внешняя сила направлена вправо,

эпюра *крутящих моментов*  $M_z$  имеет скачки в тех сечениях, где приложены внешние крутящие моменты; величина скачка совпадает с величиной момента; скачок происходит вниз, если момент направлен против часовой стрелки, вверх – если по часовой стрелке; при этом необходимо смотреть

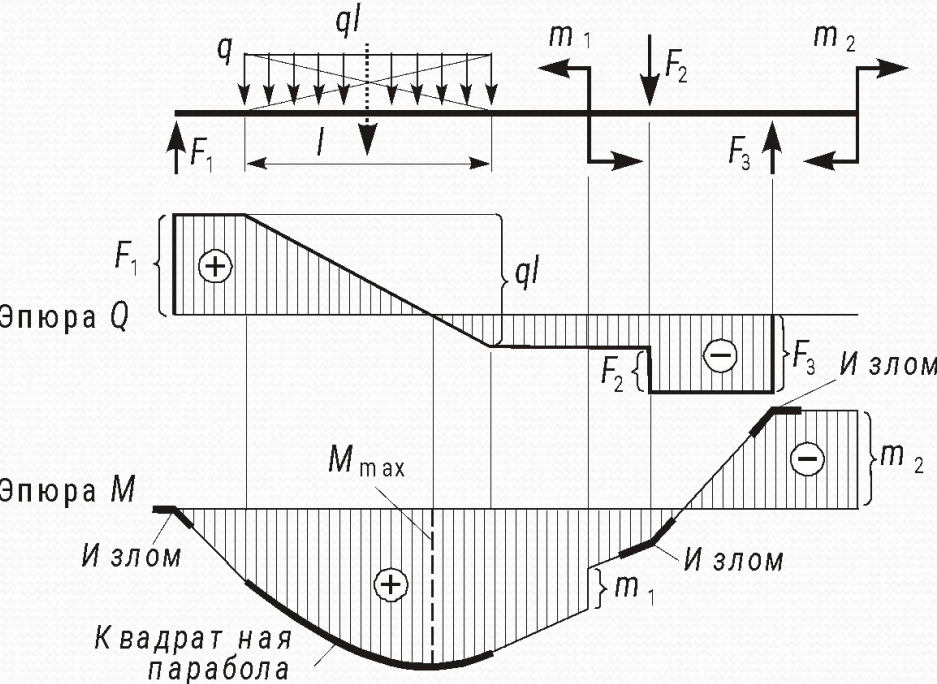
на стержень с *правого торца*. эпюра *поперечных сил*  $Q$  имеет скачки в тех сечениях, где приложены внешние сосредоточенные силы; направление и величина скачка совпадают с направлением и величиной внешней силы  $Q_y$  имеет *перепад* на величину равнодействующей равномерно распределенной нагрузки на участке, где приложена эта нагрузка



## 2.3 Построение эпюр внутренних силовых факторов

20

### ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР



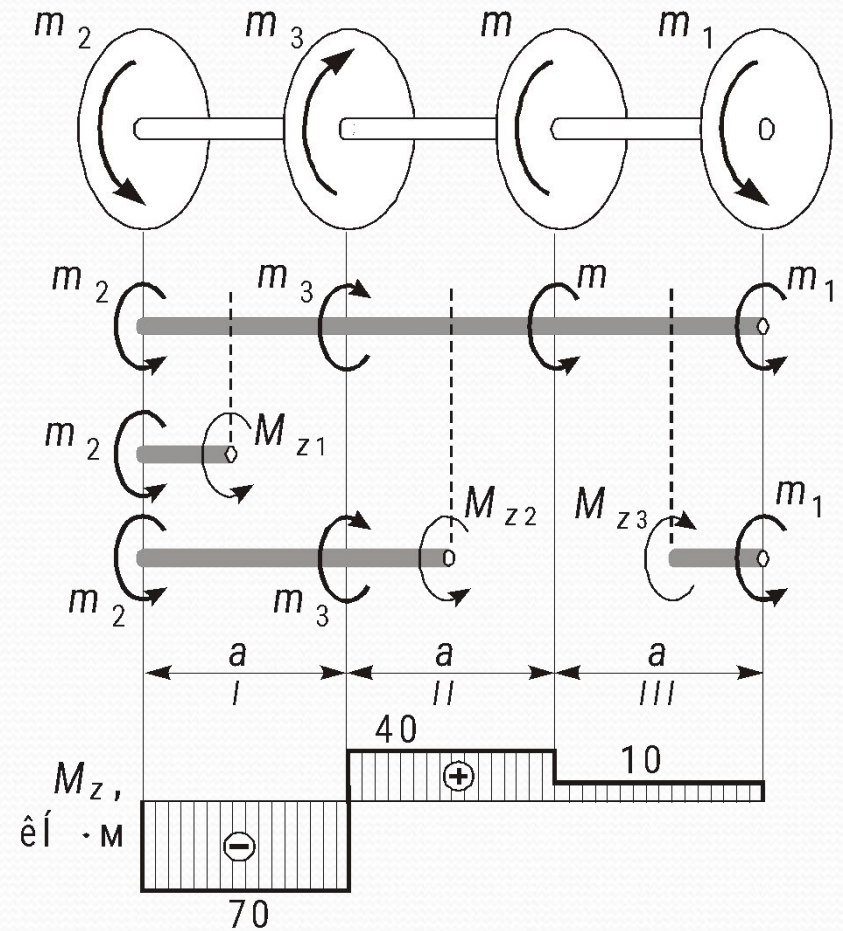
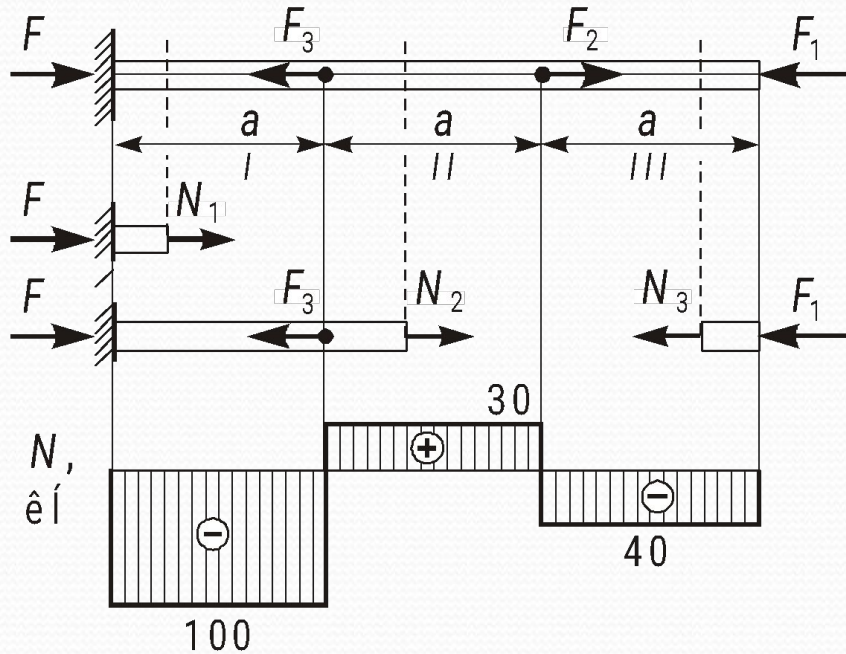
эпюра *изгибающих моментов*  $M$  имеет *скачки* в тех сечениях, в которых приложены внешние моменты; величина скачка совпадает с величиной момента; если внешний момент положителен (направлен против часовой стрелки), то происходит скачок вверх, если отрицателен (направлен по часовой стрелке) — вниз, эпюра *изгибающих моментов*  $M$  имеет *изломы* в тех сечениях, в которых приложены сосредоточенные поперечные силы; направление излома совпадает с направлением силы

если на участке балки поперечная сила положительна ( $Q_y > 0$ ), то изгибающий момент  $M_x$  на этом участке *возрастает*; при  $Q_y < 0$  момент  $M_x$  *убывает*;  
если в некотором сечении  $Q_y = 0$ , то эпюра  $M_x$  может иметь здесь *экстремум*;

если на всем участке балки поперечная сила  $Q_y$  равна нулю, то эпюра изгибающих моментов  $M_x$  *постоянна*; если эпюра  $Q_y$  постоянна, то эпюра  $M_x$  *изменяется линейно*; если эпюра  $Q_y$  линейна, то эпюра  $M_x$  *ограничена параболой*,

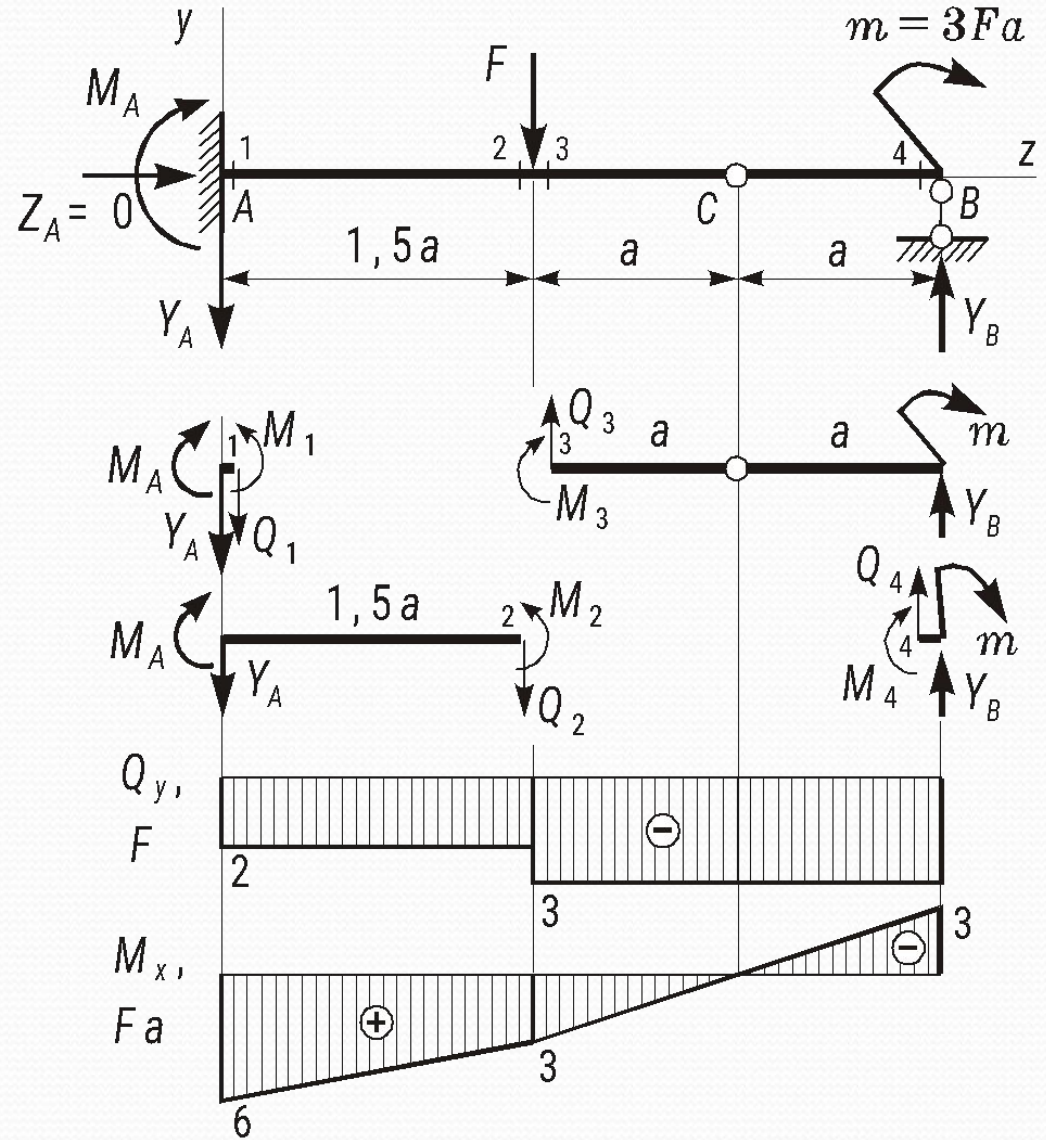
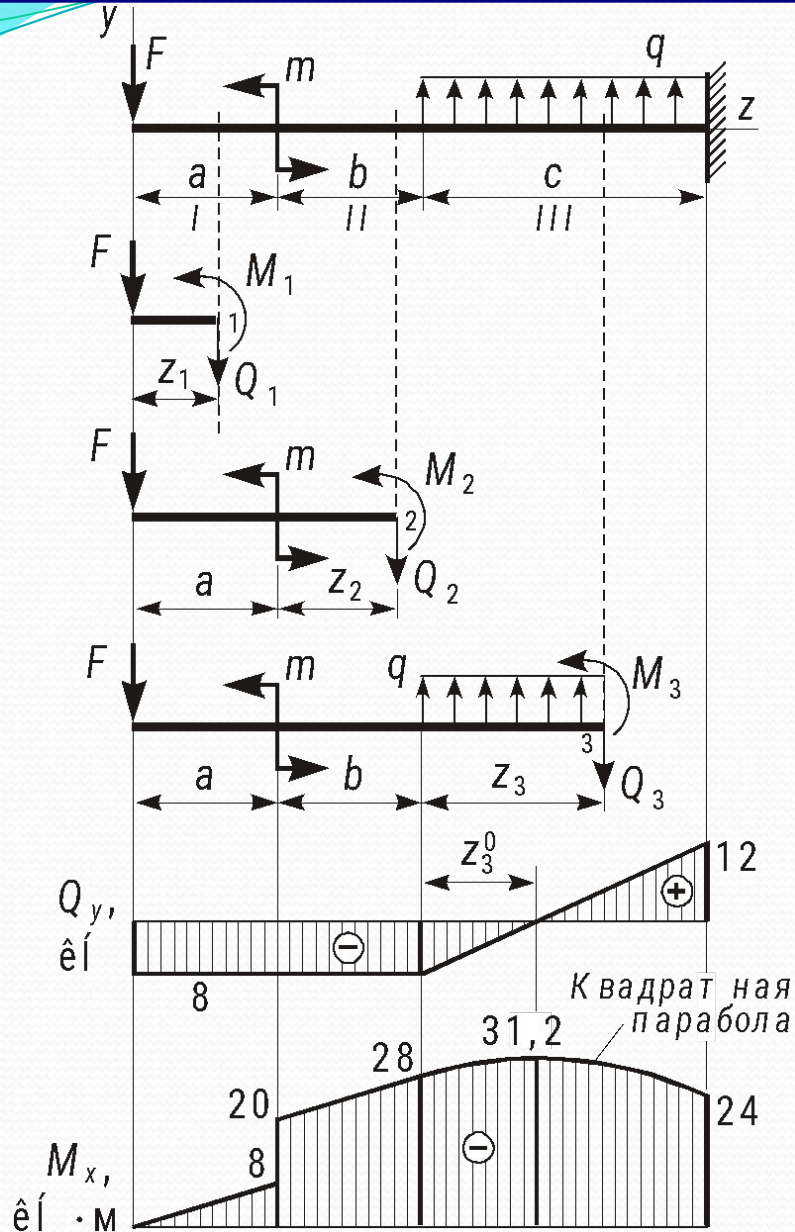


## 2.4 Примеры построения эпюр





## 2.4 Примеры построения эпюр



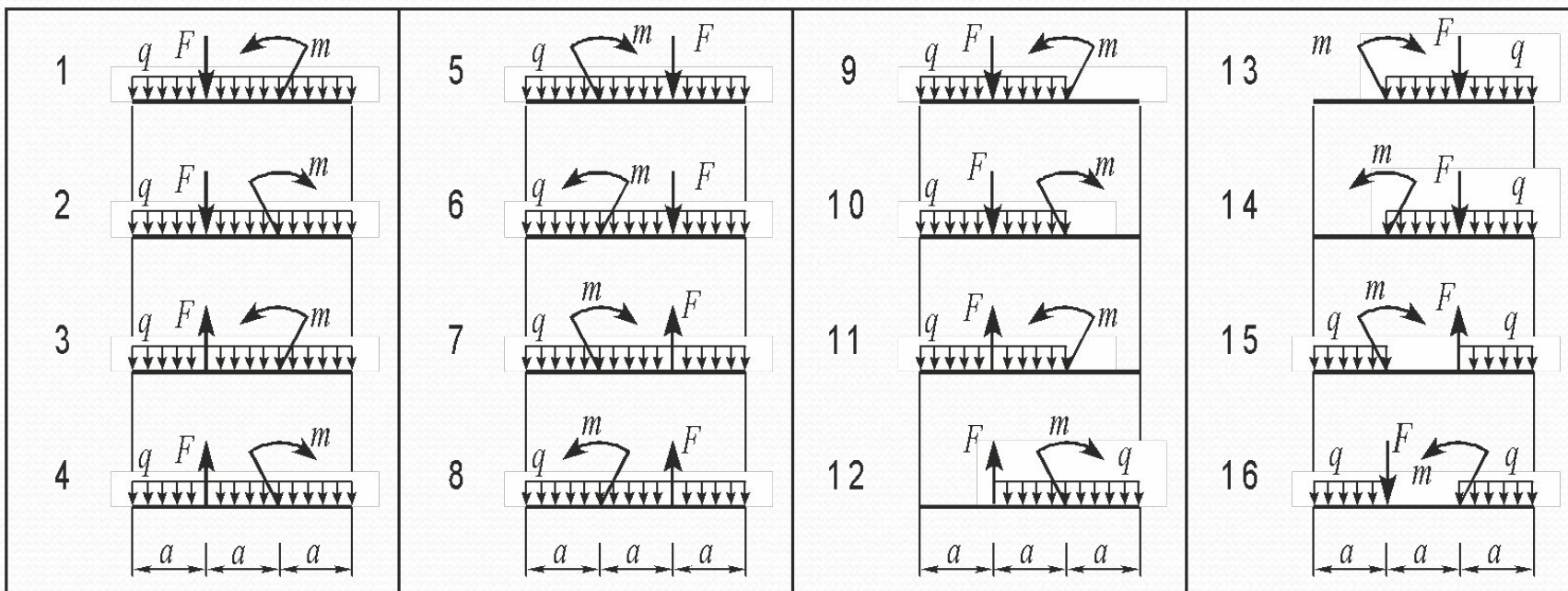
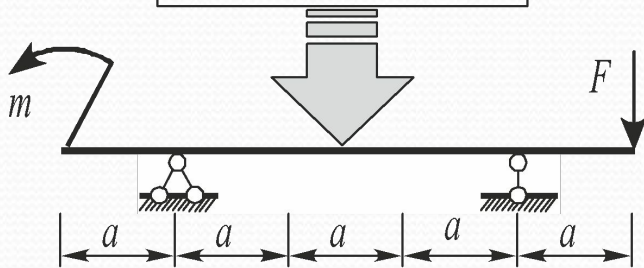


## 2.4 Примеры построения эпюр

между опорами  
разместить  
нагрузки  
из таблицы

Исходные данные

$F$	$0,5qa$		$qa$		$1,5qa$		$2qa$		$2,5qa$		
$m$	$0,5qa^2$		$qa^2$		$1,5qa^2$		$2qa^2$		$2,5qa^2$		
$q$ , кН/м	25	22	20	18	16	15	14	12	10	8	6





## 2.5 Статически определимые и статически неопределимые системы

24

**Статически определимыми** называются такие системы, для которых все реакции связей и внутренние силы можно определить из статических уравнений равновесия.

**Статически неопределимыми** называются системы, у которых для вычисления всех реакций связей и внутренних усилий уравнений статики недостаточно.

Под *n* раз **статически неопределимой** системой понимается такая, в которой число связей превышает число независимых уравнений статики на *n* единиц.

