*Показательные неравенства

11 класс

Показательные неравенства

Определение

Простейшие неравенства

Решение сложных неравенств

*Определение

Показательные неравенства –

это неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Примеры: $3^x \le 9;$ $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \qquad a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$$

$$a^{f(x)} < a^{g(x)} \qquad a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$$

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – *любое число*.

При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$\left.\begin{array}{l} a^{f(x)} > a^{g(x)} \\ a > 1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow f(x) > \mathrm{g(x)}$$

$$\left.\begin{array}{l} a^{f(x)} > a^{g(x)} \\ 0 < a < 1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow f(x) < \mathrm{g(x)}$$

Для решения более **сложных** показательных неравенств используются те же способы, что и при решении показательных уравнений.

Решение показательных неравенств

- Простейшие показательные неравенства
- Двойные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени
- Неравенства, решаемые заменой переменной

Простейшие показательные неравенства

?

$$1).\quad 3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2$$

Ответ : $x > 2.$

?

$$2).\quad \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x < 2$$

Ответ : $x < 2.$

Двойные неравенства

$$\frac{1}{3} < 3^{3+x} < 9$$

$$3^{-1} < 3^{3+x} < 3^{2}$$

?, то

$$-1 < 3 + x < 2$$

$$-1 - 3 < x < 2 - 3$$

$$-4 < x < -1$$

Ответ: (- 4; -1).

Решение показательных неравенств

<u>Метод:</u> Вынесение за скобки степени о одинаковым показателем степени

$$3^{x-3} + \frac{1}{3}\cdot 3^{x} > 10$$

$$3^{x}\left(\frac{1}{27} + \frac{1}{3}\right) > 10$$

$$3^{x}\cdot\left(\frac{1+9}{27}\right) > 10$$

$$3^{x}\cdot\frac{10}{27} > 10 \quad \Big| : \frac{10}{27}$$

$$3^{x} > 27$$

$$3^{x} > 3^{3}$$

?, то $\quad x > 3$

Ответ: $x > 3$

Решение показательных неравенств

Метод: Замена переменной

$$3\cdot 9^x+11\cdot 3^x<4$$

$$3\cdot 3^{2x}+11\cdot 3^x-4<0$$

$$3^x=t\quad (t>0)$$

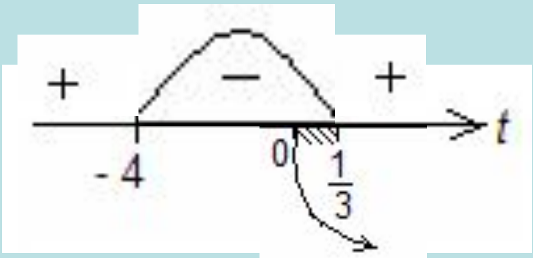
$$3t^2+11t-4<0$$

$$D=11^2-4\cdot 3\cdot(-4)=121+48=169=13^2$$

$$t_1=\frac{-11+13}{2\cdot 3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$$t_2=\frac{-11-13}{6}=\frac{-24}{6}=-4$$

$$3(t+4)\left(t-\frac{1}{3}\right)<0$$



$$0<t<\frac{1}{3};0<3^x<\frac{1}{3}$$

$$3^x<3^{-1};$$

? $x<-1.$

Ответ: $x<-1.$