Числовые неравенства

- **Числовое неравенство** – это неравенство, в записи которого по обе стороны от знака неравенства находятся числа или числовые выражения.
- ***Решить неравенство*** - значит указать границы, в которых должны заключаться значения неизвестных величин, чтобы неравенство было верным.

$a<b$

$a>b$

$a\leq b$

$a\geq b$

*Свойства числовых неравенств

* На практике работать с неравенствами позволяет ряд **свойств числовых неравенств**. Они вытекают из введенного нами понятия неравенства. По отношению к числам это понятие задается следующим утверждением, которое можно считать определением отношений «меньше» и «больше» на множестве чисел:

* *Определение.*

* число a больше числа b тогда и только тогда, когда разность $a−b$ является положительным числом;

* число a меньше числа b тогда и только тогда, когда разность $a−b$ – отрицательное число;

* число a равно числу b тогда и только тогда, когда разность $a−b$ равна нулю.

* Это определение можно переделать в определение отношений «меньше или равно» и «больше или равно». Вот его формулировка:

* *Определение.*

* число a больше или равно числу b тогда и только тогда, когда $a−b$ – неотрицательное число;

* число a меньше или равно числу b тогда и только тогда, когда $a−b$ – неположительное число.

* Данные определения мы будем использовать при доказательстве свойств числовых

Основные свойства

Свойство антирефлексивности

* **Свойство антирефлексивности**, выражающееся в том, что для любого числа а неравенства $a<a$ и $a>a$ неверные.
* Действительно, известно, что для любого числа a выполняется равенство $a-a=0$, откуда в силу разностного определения равных чисел следует равенство $a=a$. Следовательно, $a<a$ и $a>a$ – неверные неравенства.
* Например, $3<3$- неверное неравенство.

Свойство антисимметричности

- **Свойство антисимметричности**: если числа a и b такие, что $a<b$, то $b>a$, и если $a>b$, то $b<a$.
- Обоснуем его, обратившись к данному выше определению отношений «больше» и «меньше». Начнем с первой части. Так как $a<b$, то $a-b$ – отрицательное число. При этом $b-a=-(a-b)$ – положительное число, как число, противоположное отрицательному числу $a-b$. Следовательно, $b>a$. Аналогично доказывается и вторая часть рассматриваемого свойства.
- Приведем пример: из неравенства $5<11$ вытекает, что $11>5$, а числовое неравенство $-0{,}27>-1{,}3$ можно переписать как $-1{,}3<-0{,}27$.

*Свойство транзитивности

* **Свойство транзитивности**: если числа *a*, *b* и *c* таковы, что $a<b$ и $b<c$, то $a<c$, и если $a>b$ и $b>c$, то $a>c$.
* Докажем его первое утверждение.
  Условия $a<b$ и $b<c$ означают, что $a-b$ и $b-c$ – отрицательные числа. Разность $a-c$ можно представить как $(a-b)+(b-c)$, а это есть отрицательное число как сумма двух отрицательных чисел $a-b$ и $b-c$, что следует из правила сложения отрицательных чисел. Таким образом, $a-c$ – отрицательное число, откуда следует, что $a<c$, что и требовалось доказать. Абсолютно аналогично доказывается и вторая часть свойства транзитивности.
* Покажем примеры применения разобранного свойства неравенств. Например, из неравенств $-1<5$ и $5<8$ можно заключить, что $-1<8$

Спасибо за внимание