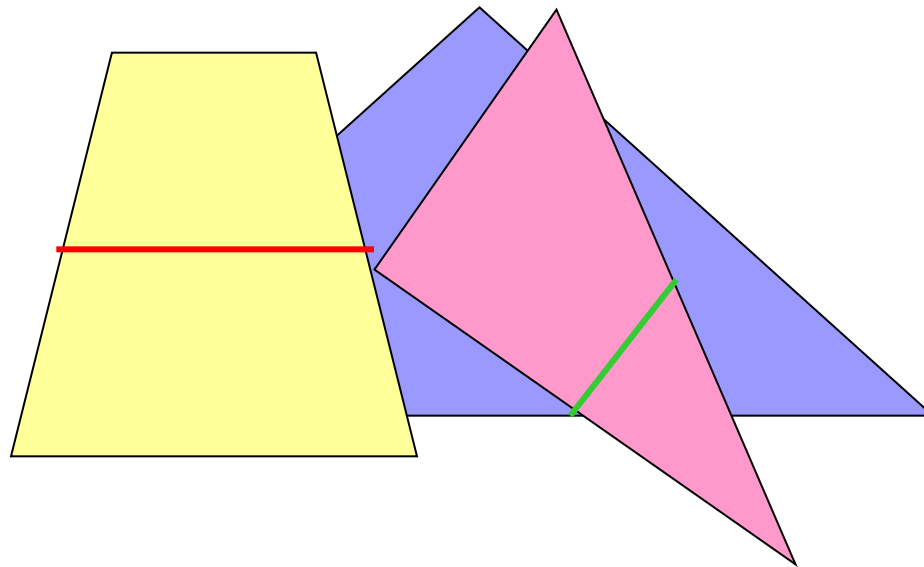
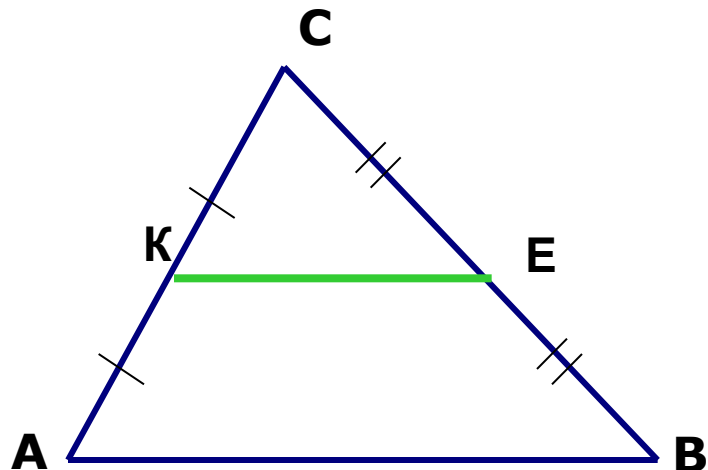


Средняя линия треугольника, средняя линия трапеции.



Определение: средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

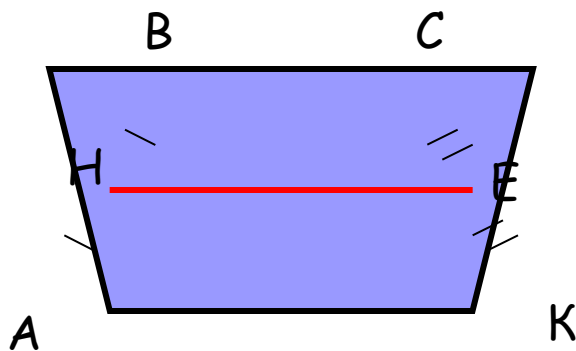


$$\begin{aligned} AK &= KC \\ BE &= CE \end{aligned}$$

KE - средняя линия
 $\triangle ABC$

Сколько средних линий в треугольнике ?

Определение: средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины боковых её сторон.



$$\begin{aligned} AH &= HD \\ BE &= EC \end{aligned}$$

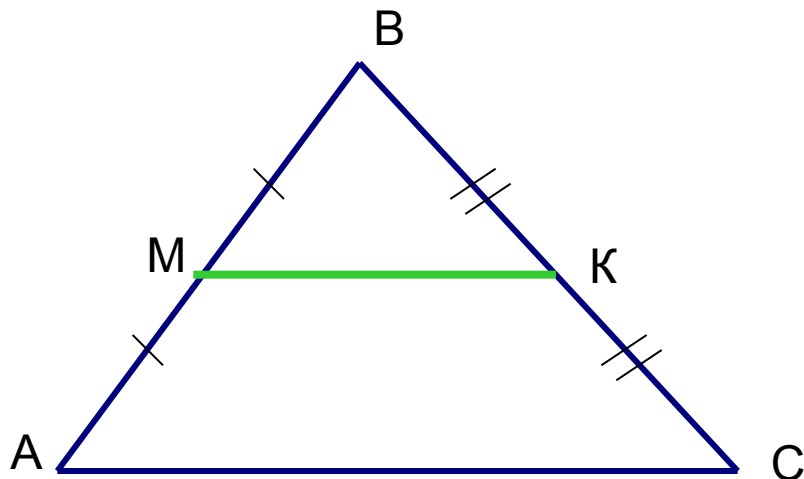
HE - средняя линия
ABCD

Сколько средних линий в трапеции ?



Средняя линия треугольника

Теорема. **Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.**



Дано: $\triangle ABC$, МК – средняя линия.

Доказать: $МК \parallel AC$, $МК = \frac{1}{2} AC$.

Доказательство:

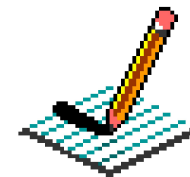
Т. к. по условию МК – средняя линия,
то $AM = MB = \frac{1}{2} AB$, $CK = KB = \frac{1}{2} BC$.

Значит, $\frac{BM}{AB} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{2}$, $\angle B$ – общий для $\triangle ABC$ и $\triangle MBK$,

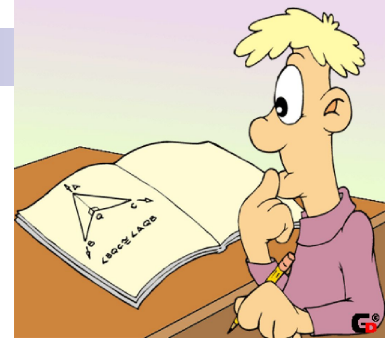
значит, $\triangle ABC$ и $\triangle MBK$ подобны по второму признаку подобия,

следовательно, $\angle BKM = \angle A$, значит, $МК \parallel AC$.

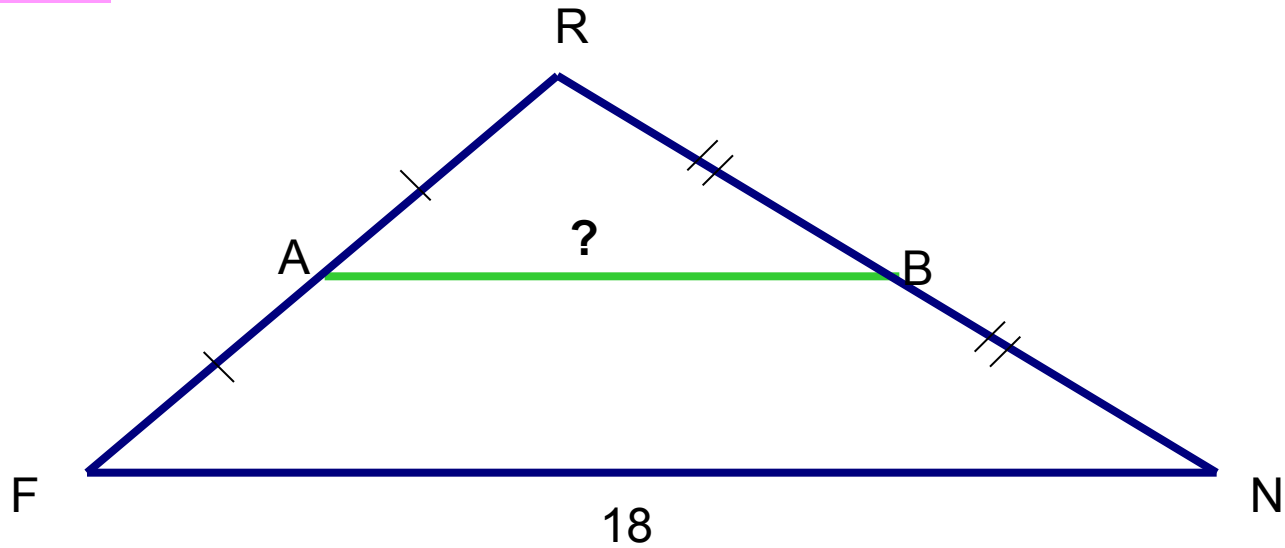
Из подобия треугольников также следует, что $\frac{МК}{AC} = \frac{1}{2}$, т. е. $МК = \frac{1}{2} AC$.



Реши задачу

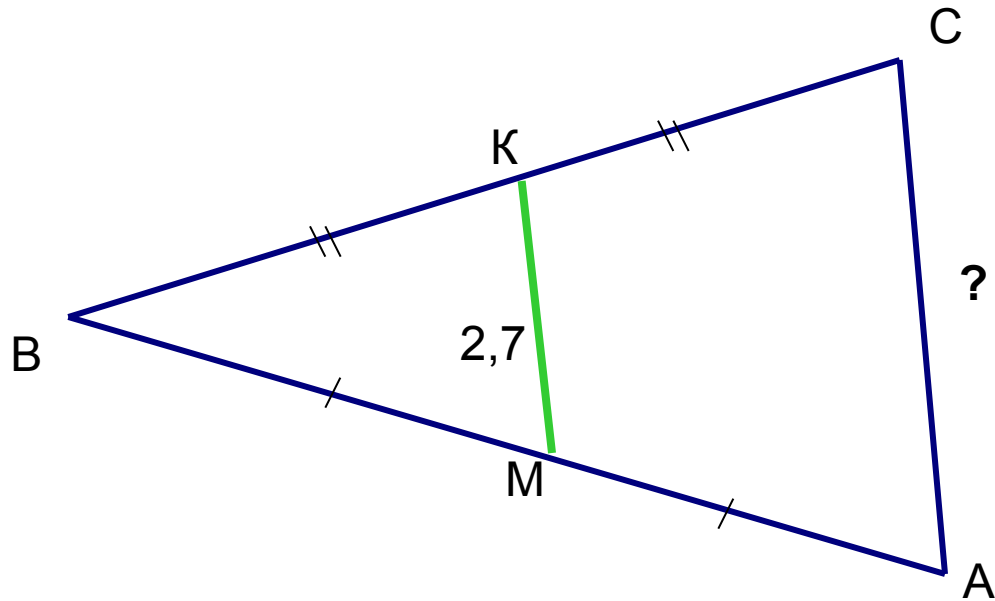
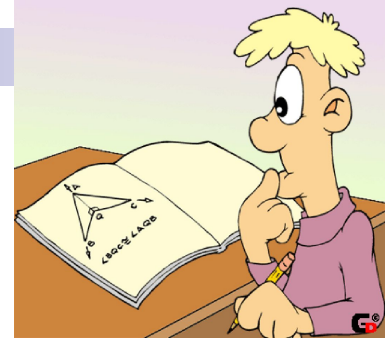


1.

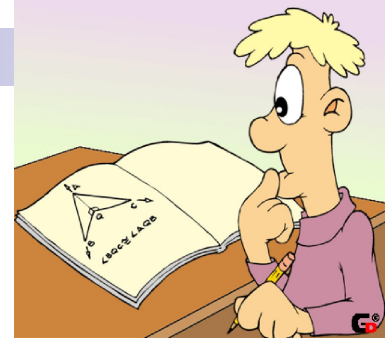


Реши задачу

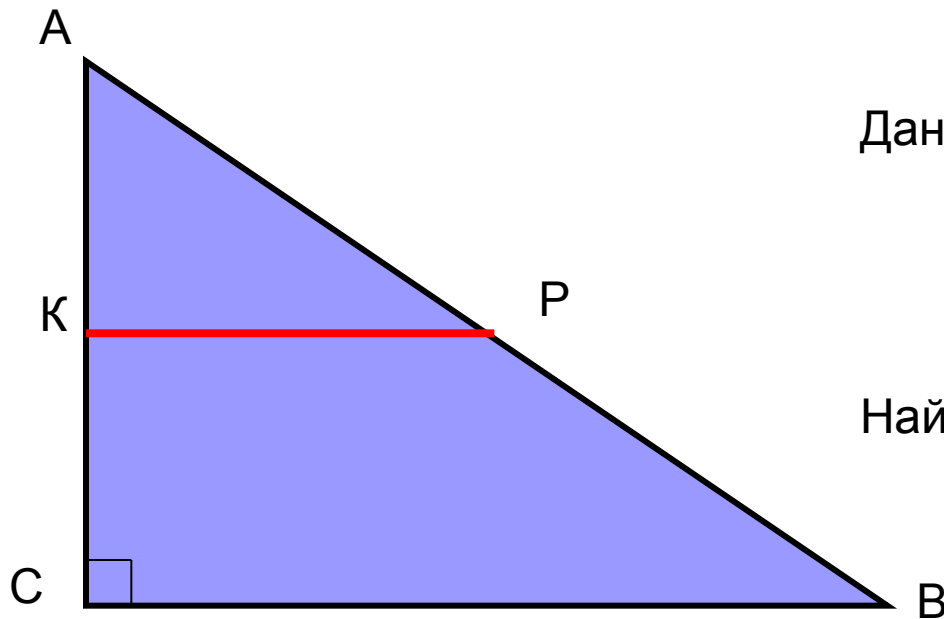
2.



Реши задачу



3.

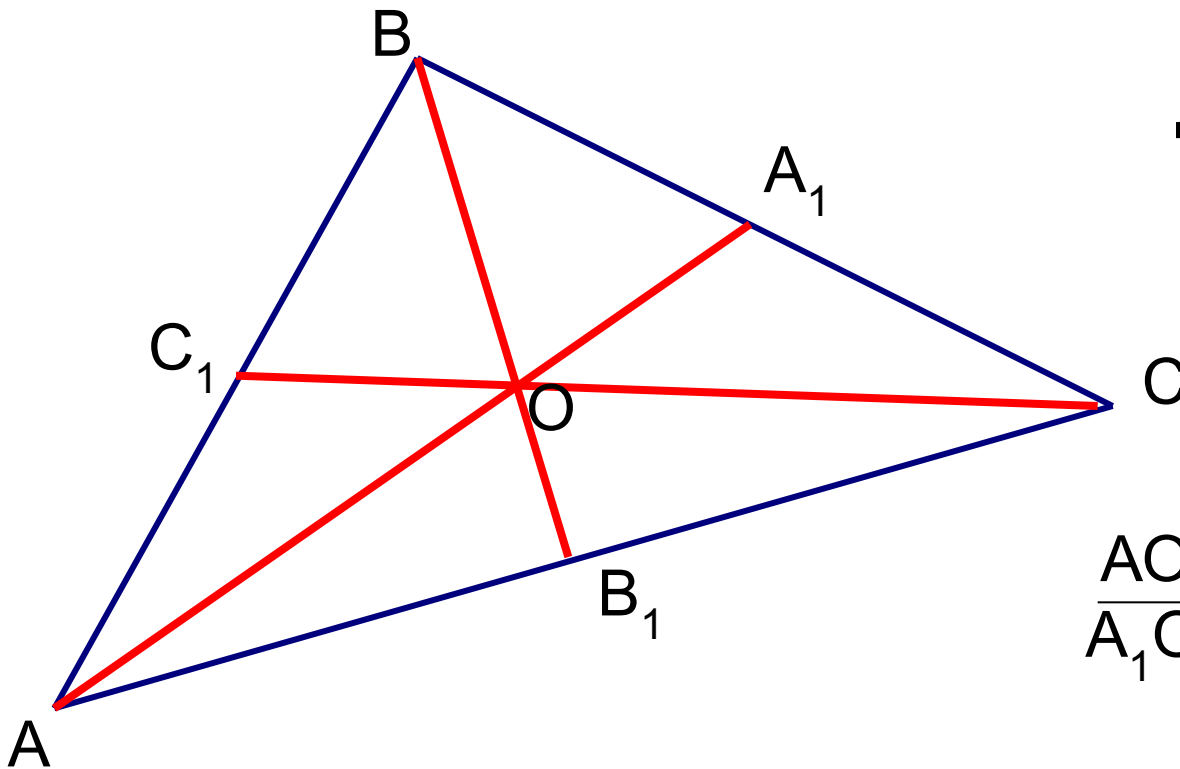


Дано: $AB = 1$ дм,
 $AC = 6$ см,
 $AK = KC$,
 $AP = PB$.

Найти: KP .

Нужное свойство медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1, считая от вершины.

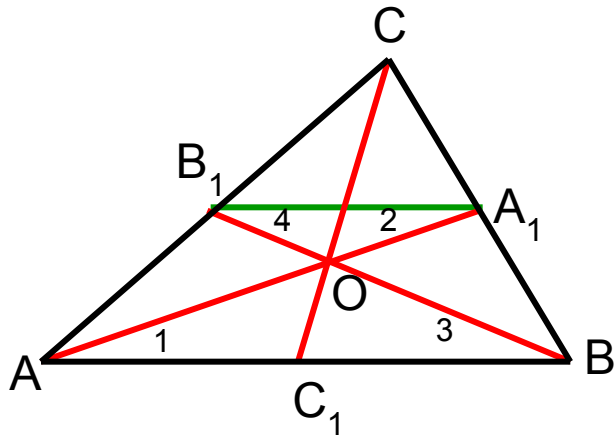


Дано: $\triangle ABC$,
 AA_1 , BB_1 , CC_1 –
медианы.

Доказать:

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$

Доказательство:



Проведём A_1B_1 .

По условию AA_1 , BB_1 – медианы значит,

$BA_1 = CA_1$, $AB_1 = CB_1$, т. е. A_1B_1 – средняя линия.

Значит, $A_1B_1 \parallel AB$, поэтому

$$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4.$$

Следовательно, треугольники AOB и A_1OB_1 подобны по двум углам.

Значит, их стороны пропорциональны: $\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AB}{A_1B_1}$

По свойству средней линии треугольника $AB = 2 A_1B_1$, т. е.

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{1}$$

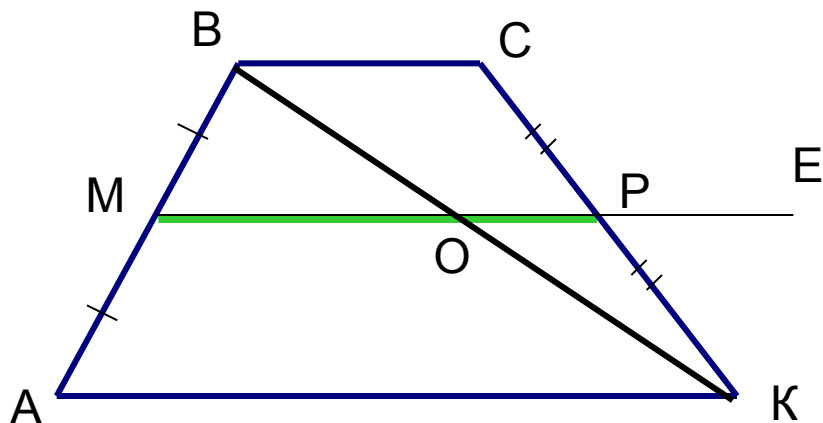
Аналогично, $\frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$

Получим: $\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$



Средняя линия трапеции

Теорема. **Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.**



Дано: $ABCK$ – трапеция,
 MP – средняя линия.

Доказать: $MP \parallel AK$, $MP \parallel BC$,

$$MP = \frac{AK + BC}{2}$$

Доказательство:

Проведём через точку M прямую $ME \parallel AK$, докажем, что ME пройдёт через P .

Т. к. $ABCK$ – трапеция, то $BC \parallel AK$, а, значит, $BC \parallel ME \parallel AK$.

Т. к. MP – средняя линия, то $AM = MB$, $KP = CP$.

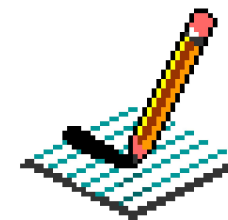
По теореме Фалеса ME пересечёт CK в середине CK , т. е. в точке P .

Следовательно, MP лежит на ME , значит, $MP \parallel AK$, $MP \parallel BC$.

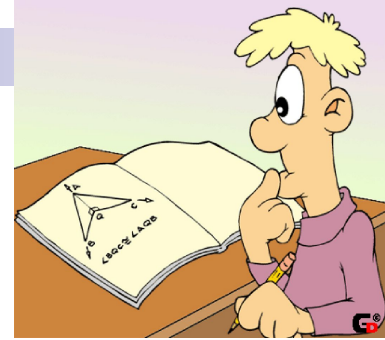
Проведём BK . По теореме Фалеса O – середина BK , значит,

MO – средняя линия $\triangle ABK$, OP – средняя линия $\triangle BCK$.

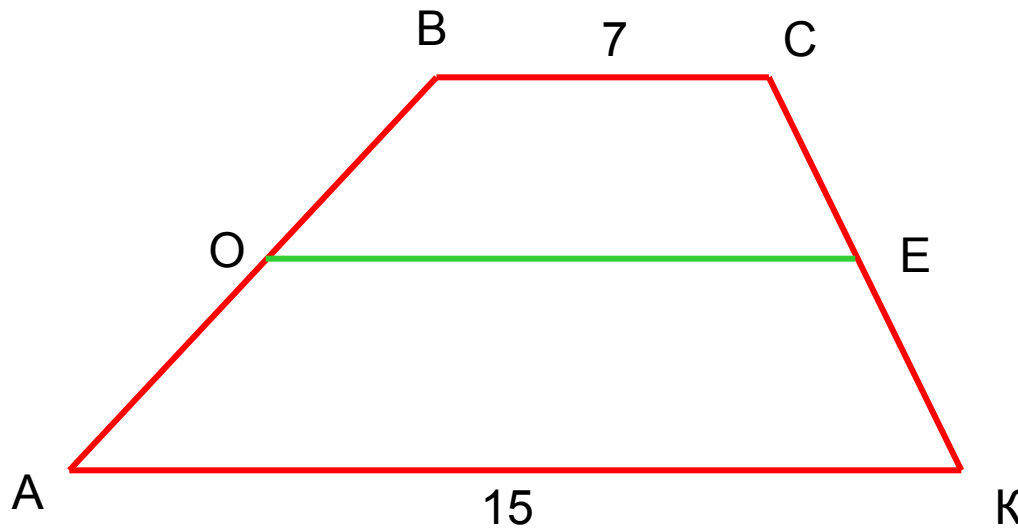
$$MP = MO + OP = \frac{1}{2} AK + \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (AK + BC) = \frac{AK + BC}{2}$$



Реши задачу

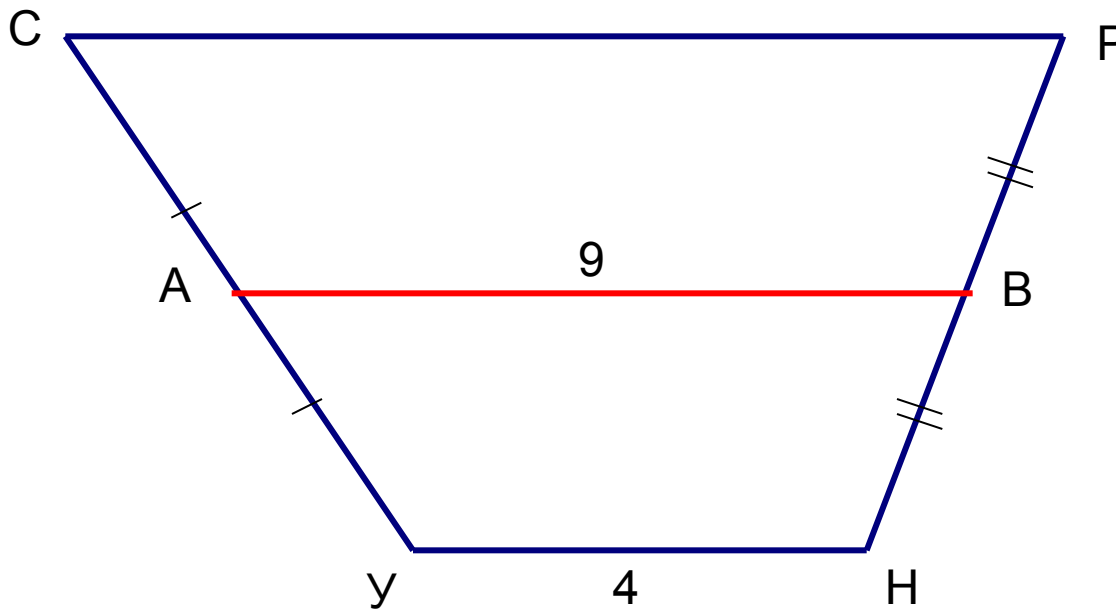
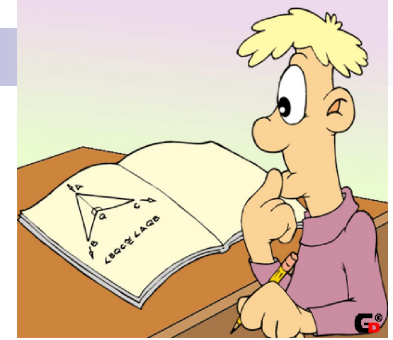


Найти длину средней линии OE трапеции $ABCK$ по данным на чертеже:



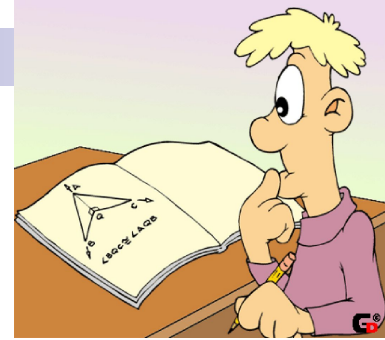
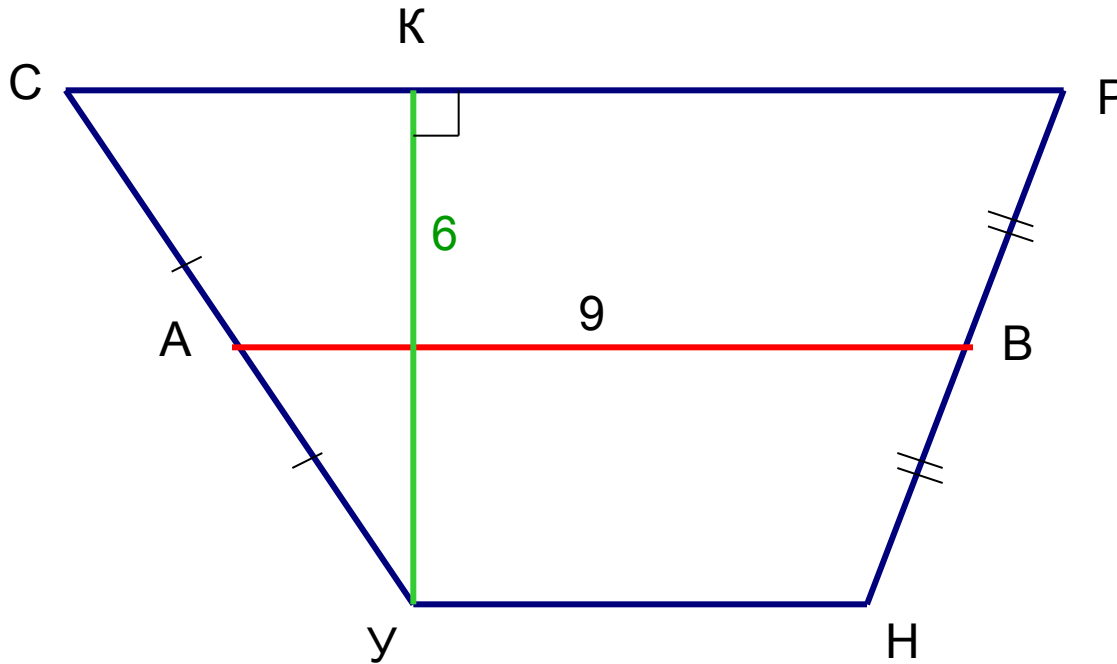
Реши задачу

Найти длину верхнего основания трапеции
УСРН по данным на чертеже:



Реши задачу

Найти площадь трапеции УСРН по данным на чертеже:



Решение задачи



В ромбе $ABCD$ O - точка пересечения диагоналей, E и F - середины сторон BC и DC . Докажите, что $EF = BO$, $EF \perp AC$

Дано:

$ABCD$ - ромб,

O - точка пересечения диагоналей,

E - середина BC ,

F - середина DC .

Доказать:

$EF = BO$, $EF \perp AC$.

Доказательство:

Так как $ABCD$ - ромб, то $BO = OD = \frac{1}{2} BD$, $BD \perp AC$.

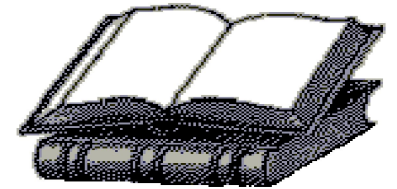
Рассмотрим $\triangle BCD$. Так как E - середина BC , F - середина DC , то EF - средняя линия $\triangle BCD$,

значит, $EF = \frac{1}{2} BD$, и, следовательно, $EF = BO$.

По свойству средней линии треугольника: $EF \parallel BD$,

а по доказанному $BD \perp AC$, значит, и $EF \perp AC$, что и т. д.





Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.

