

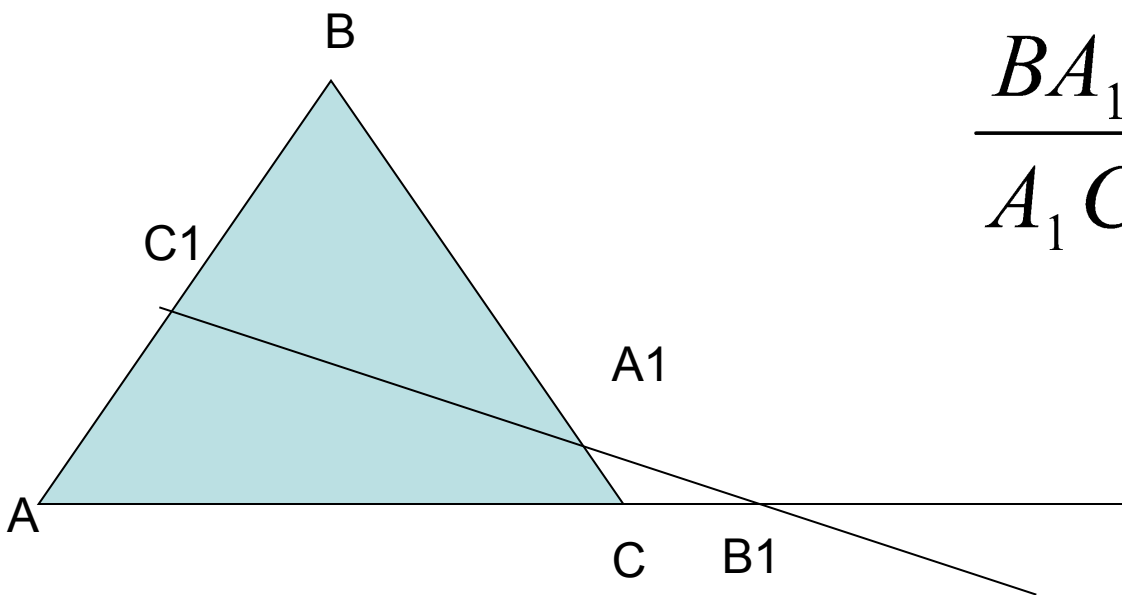
Геометрия

Теоремы Менелая

Теорема Менелая:

- Пусть точка A_1 лежит на стороне BC треугольника ABC , точка C_1 – на стороне AB , точка B_1 – на продолжении стороны AC за точку C . Точки A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда выполняется равенство

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$



$$\frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} \cdot \frac{AC_1}{C_1B} = 1$$

$$\frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} \cdot \frac{AB_1}{B_1C} = 1.$$

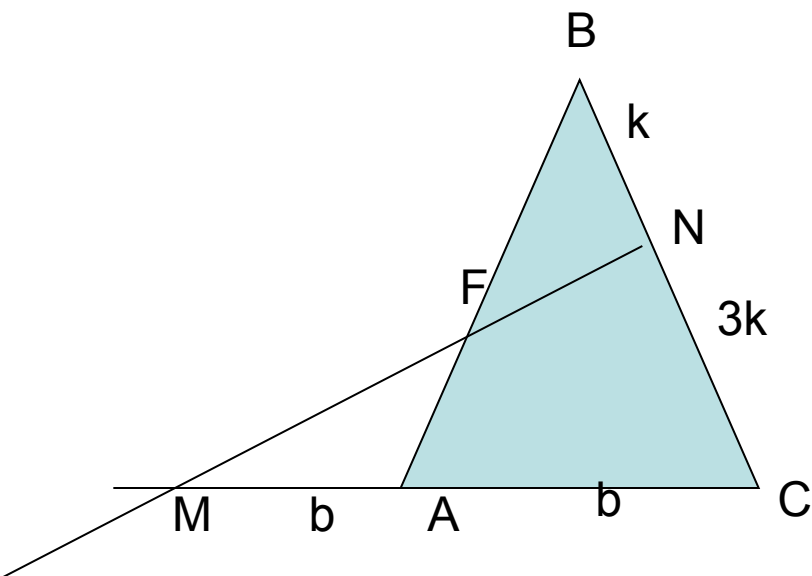
Эта теорема Входит в золотой фонд древнегреческой математики. Она дошла до нас в арабском переводе книги «Сферика» Менелая Александрийского. Равенство Менелая можно записывать, начиная с любой вершины треугольника, в любом направлении (по часовой стрелке, против часовой стрелки).

Задача 1.

В треугольнике ABC на стороне BC взята точка N так, что $NC = 3BN$; на продолжении стороны AC за точку A взята точка M так, что $MA = AC$. Прямая MN пересекает сторону AB в точке F.

Найдите: отношение $\frac{BF}{FA}$

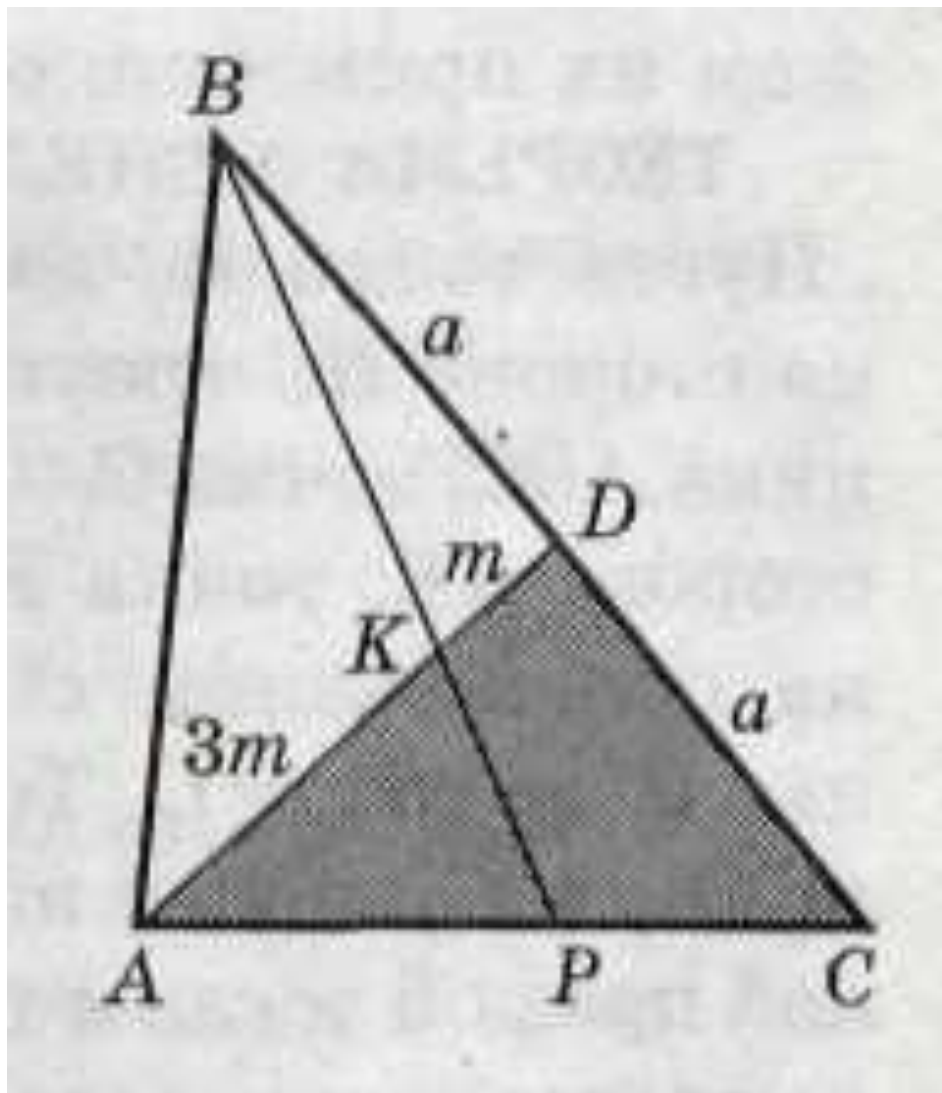
Решение



- По условию задачи $MA = AC$, $NC = 3BN$. Пусть $MA = AC = b$,
- $BN = k$, $NC = 3k$. Прямая MN пересекает две стороны треугольника ABC и продолжение третьей. По теореме Менелая

$$\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BF}{FA} \cdot \frac{AM}{MC} = 1, \frac{3_k}{k} \cdot \frac{BF}{FA} \cdot \frac{b}{2_b} = 1, \frac{BF}{FA} \cdot \frac{3}{2} = 1, \frac{BF}{FA} = \frac{2}{3}.$$

Ответ: 2:3.



- **Задача 2.**
- Пусть AD – медиана треугольника ABC. На стороне AD взята точка K так, что $AK:KD=3:1$. Прямая BK разбивает треугольник ABC на два. Найдите отношение площадей этих треугольников.