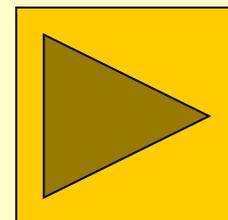


Тема

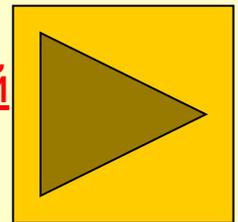
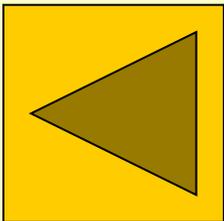
урока:

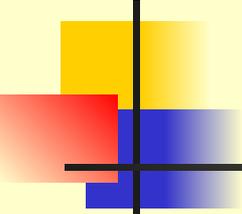
*Решение
иррациональных
уравнений*



Содержание

1. Эпиграф.
2. Виды уравнений.
3. Определение иррациональных уравнений.
4. Упражнения на распознавание видов уравнений.
5. Работаем устно.
6. Методы решения.
7. Графический метод.
8. Функционально-графический метод.
9. Решите уравнения.
10. Возведение в степень (алгоритм 1).
11. Алгоритм 2.
12. Пример по алгоритму 1.
13. Пример по алгоритму 2.
14. Специальные методы решения уравнений.
15. Справка по ОДЗ.
16. Справка. Корень Справка. Корень n-Справка. Корень n-й степени.
17. Справка. Модуль.
18. Об авторах

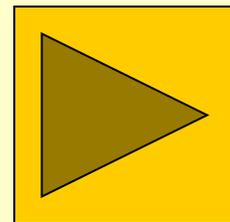
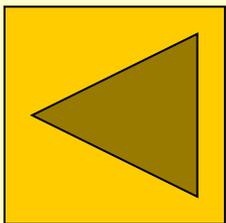


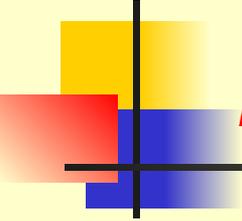


*Именно математика
дает надежнейшие правила:
кто им следует – тому
не опасен обман чувств.*



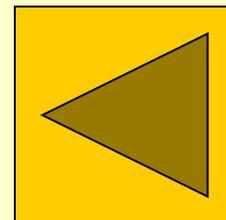
Л. Эйлер

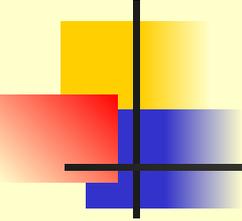




Виды уравнений

- Целые уравнения
- Дробно-рациональные
- Иррациональные
- Тригонометрические
- Показательные
- Логарифмические

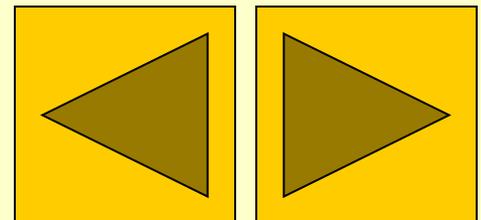




Определение

Иррациональное уравнение –
уравнение, содержащее
переменную под знаком
корня (радикала).

(примеры
дсправка
)



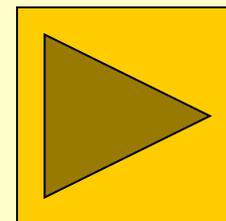
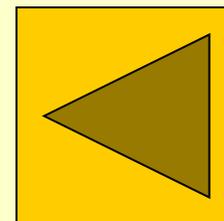
Какие из данных уравнений являются иррациональными?

1. $\frac{x}{\sqrt{2}-1} + 3x^2 = 4$

2. $3x - \sqrt[3]{7} = 0$

3. $\sqrt{x-1} = x-3$

4. $2^{\sqrt{x}} = 2^x$



Работаем устно

1) $\sqrt[3]{x} = 2;$

2) $\sqrt{x-1} = 2;$

3) $\sqrt[3]{x} = 0;$

4) $\sqrt{2-x} = 0;$

5) $\sqrt[4]{-x} = -1$

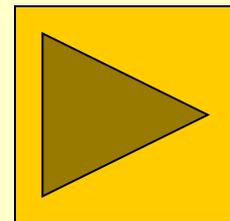
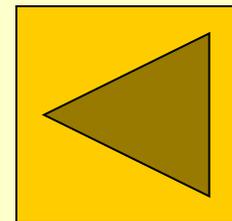
6) $\sqrt[8]{2x} = 1$

7) $\sqrt{x-2} = -\sqrt{2};$

8) $\sqrt[4]{-5-x^2} = 25;$

9) $\sqrt{x} + \sqrt{2x-3} = -2;$

10) $\sqrt{2-x} + 0,01 = 0.$



Методы решения

Графический

(Функционально

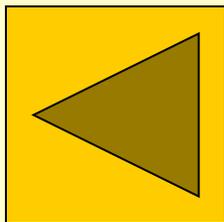
=

графический)

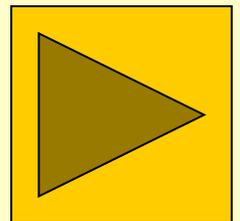
Основные
алгебраические

Специальны
е

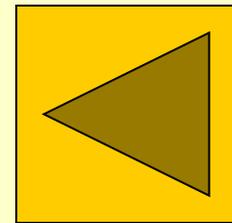
- Возведение обеих частей уравнения в степень
(подробнее)



- Переход к равносильной системе
(подробнее)



Графический МЕТОД (пример 1)



- Решите графически уравнение

$$\sqrt{x+4} = x^2 - 4x + 2$$

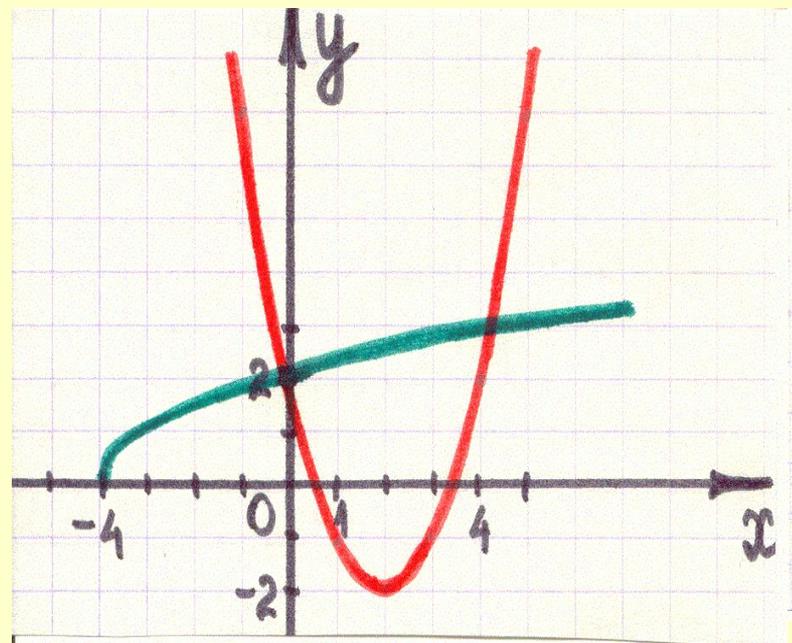
- 1) Строим график $y = \sqrt{x+4}$.
- 2) Строим график $y = x^2 - 4x + 2$ в той же системе координат.

3) Находим абсциссы точек

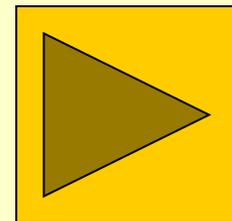
Пересечения графиков

(значения берутся приближенно).

4) Записываем ответ.



Ответ. $x=0$; $x=4,2$.



Функционально-графический

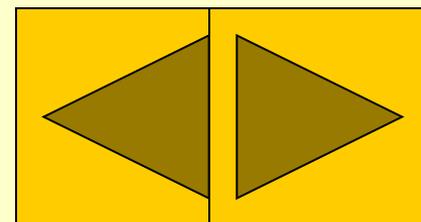
МЕТОД

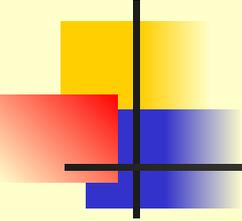
Пример: решите уравнение $\sqrt{x+7} = 5-x$

Решение.

1. $f(x) = \sqrt{x+7}$ - возрастает на $D(f)$.
2. $g(x) = 5-x$, убывает на $D(g)$.
3. Уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более одного корня.
4. Подбором находим, что $x=2$.

Ответ. 2.





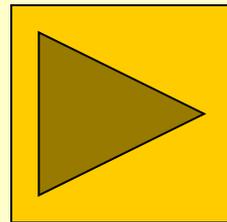
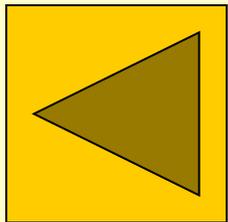
Решите уравнения

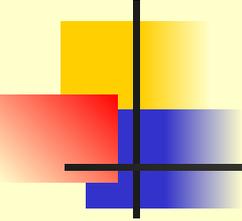
1) $\sqrt[3]{3x-1} = x-1,$ (алгоритм 2)

2) $\sqrt{3-3x} = x-1.$ (алгоритм 1)

3) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$

(алгоритм 1)



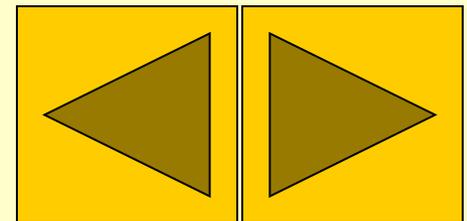


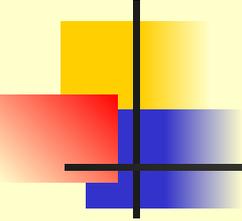
Алгоритм 1

При n – четном

1. Уедини корень (если необходимо);
2. Возведи обе части уравнения в степень n ;
3. Если необходимо, то выполни п.1;
4. Реши полученное уравнение Реши полученное уравнение;
5. Выполни проверку!
6. Запиши ответ.

(к методам)



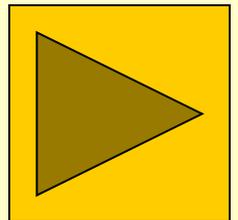
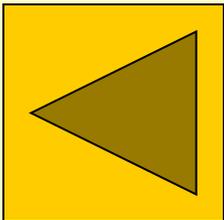


Алгоритм 2

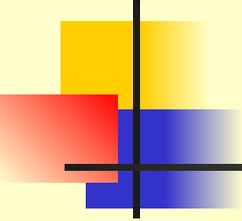
При n - **нечетном**

1. **Уедини** корень (если необходимо);
2. Возведи обе части уравнения в степень n ;
3. Если необходимо, то выполни п.1;
4. Реши полученное **уравнение** Реши полученное уравнение;
5. Запиши ответ.

(к методам)



Возведение в степень


$$* \sqrt{3 - 3x} = x - 1$$

Решение. Возведем обе части уравнения в квадрат:

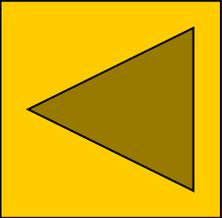
$$3 - 3x = x^2 - 2x + 1$$

Преобразуем: $x^2 + x - 2 = 0$

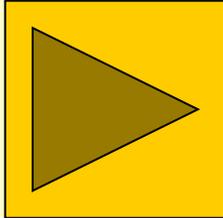
$$x = 1, \quad x = -2$$

Проверка. Если $x=1$, то в левой части 0, в правой части 0,
 $0=0$ (верно).

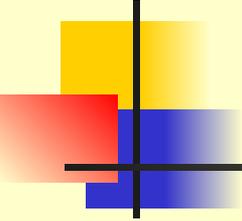
Если $x=-2$, то в левой части 3, в правой части -3,
3 не равно -3, значит, -2 не является корнем.



Ответ. 1.



Возведение в степень


$$* \quad \sqrt[3]{3x-1} = x-1$$

Решение. Возведем обе части уравнения
в 3-ю степень:

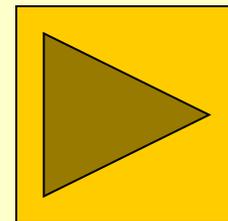
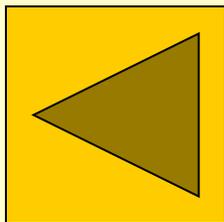
$$3x-1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

Преобразуем: $x^3 - 3x^2 = 0$

$$x^2(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = 3$$

Ответ. 0 ; 3.



Переход к равносильной системе



1. Определить условия (если n –четно), при которых обе части уравнения неотрицательны;
2. Возвести обе части уравнения в n -ю степень;
3. Составить систему из уравнения и неравенства;
4. Решить систему;
5. Записать ответ.

Определение. $\sqrt[2n]{f(x)} = g(x)$, что 1) $g(x) \geq 0$,

2) $g^{2n}(x) = f(x)$.

Переход к равносильной системе

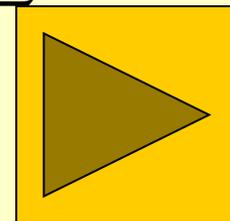
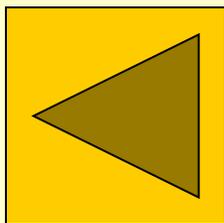
$$* \quad \sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$$

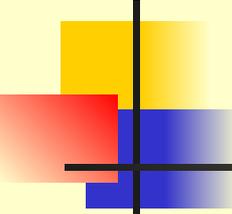
Решение. Перейдем к равносильной системе

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 0, \\ x^2 + 2x + 10 = 4x^2 - 4x = 1; \\ \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Откуда $x=3$.

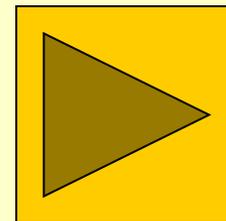
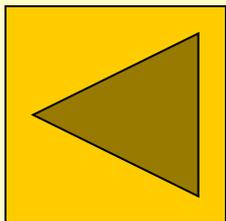
Ответ. 3.

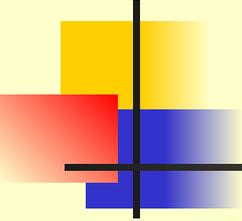




Специальные МЕТОДЫ решения

- Метод пристального взгляда *(справка)*
- Найди ОДЗ *(справка)*
- Выполни замену *(справка)*
- Умножай на сопряженное
- Переходи к модулю *(справка)*
- Оцени обе части уравнения *(справка)*

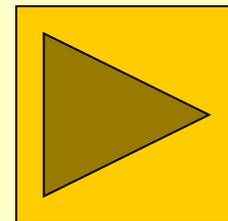
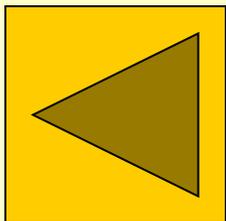




Область определения уравнения (ОДЗ) –

**это все значения переменной, при
которых данное уравнение имеет смысл.**

*Замечание. Если **ОДЗ** уравнения есть
пустое множество, то говорят, что
данное уравнение не определено на
множестве R и решений заведомо быть
не может.*



Справка

• Корень n -й степени из a ($\sqrt[n]{a}$) - это такое число b , что $b^n = a$

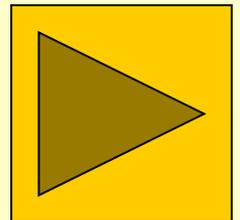
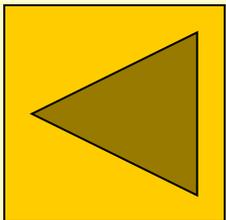
• Арифметический корень n -й степени:

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ что } 1) b \geq 0, \quad 2) b^n = a.$$

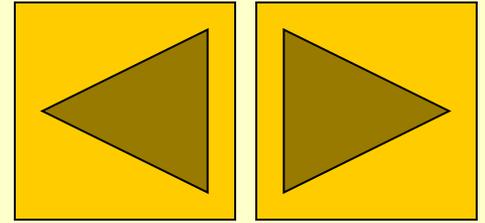
$$\sqrt[n]{a^n} = a, \quad n - \text{нечетно,}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|, \quad n - \text{четно,}$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad n - \text{любое.}$$

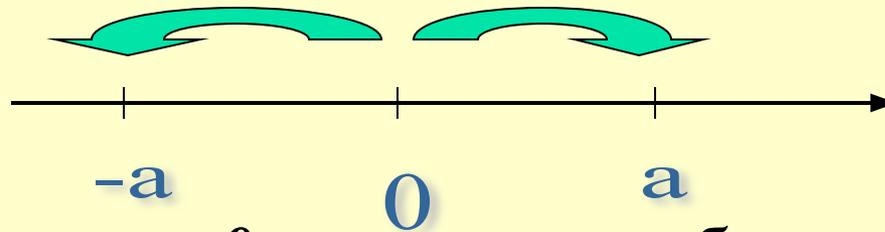


Справка

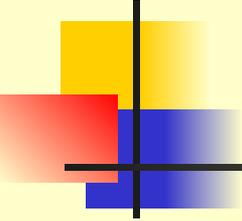


Модуль числа:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ 0, & \text{если } a = 0, \\ -a, & \text{если } a \leq 0. \end{cases}$$



Расстояние от 0 до точки, изображающей a на
числовой оси



Спасибо за урок!

Успехов в изучении темы!

