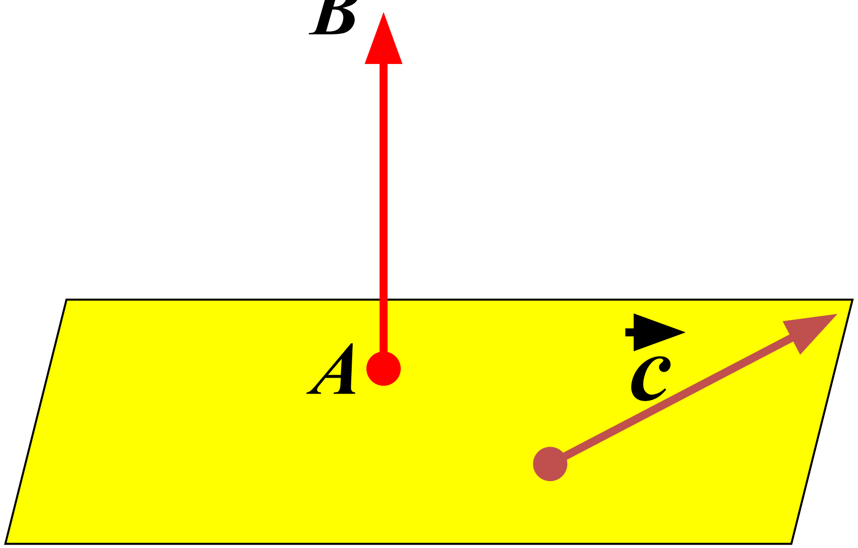
Векторы в пространстве

Определение вектора в пространстве

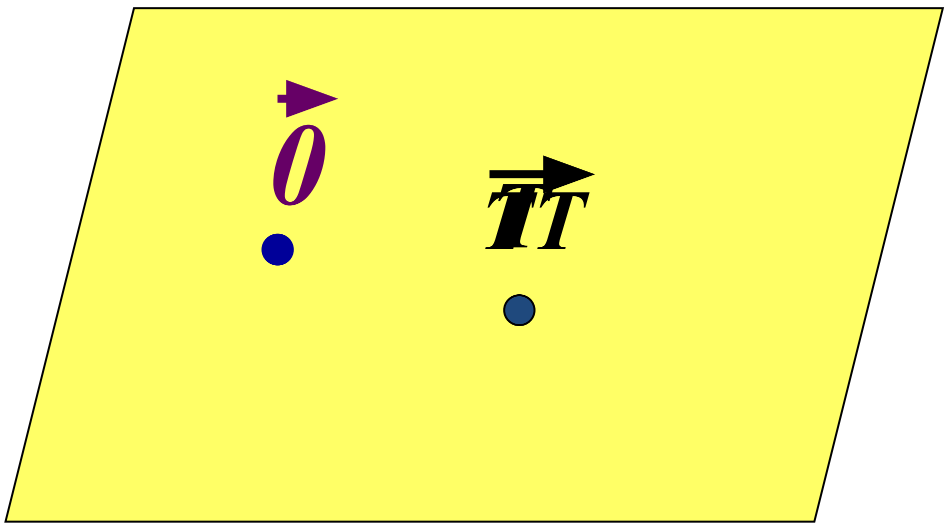
Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой-концом, называется *вектором.*



Обозначение вектора

$\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}$

Любая *точка* пространства также может рассматриваться как *вектор.* Такой вектор называется *нулевым.*



Обозначение нулевого вектора

$$\overrightarrow{TT},\ \vec{0}$$

Длина ненулевого вектора

- ***Длиной вектора*** $\overrightarrow{AB}$ **называется длина отрезка** AB**.**
- **Длина вектора** $\overrightarrow{AB}$ **(вектора** $\vec{a}$**)** ***обозначается*** **так:**

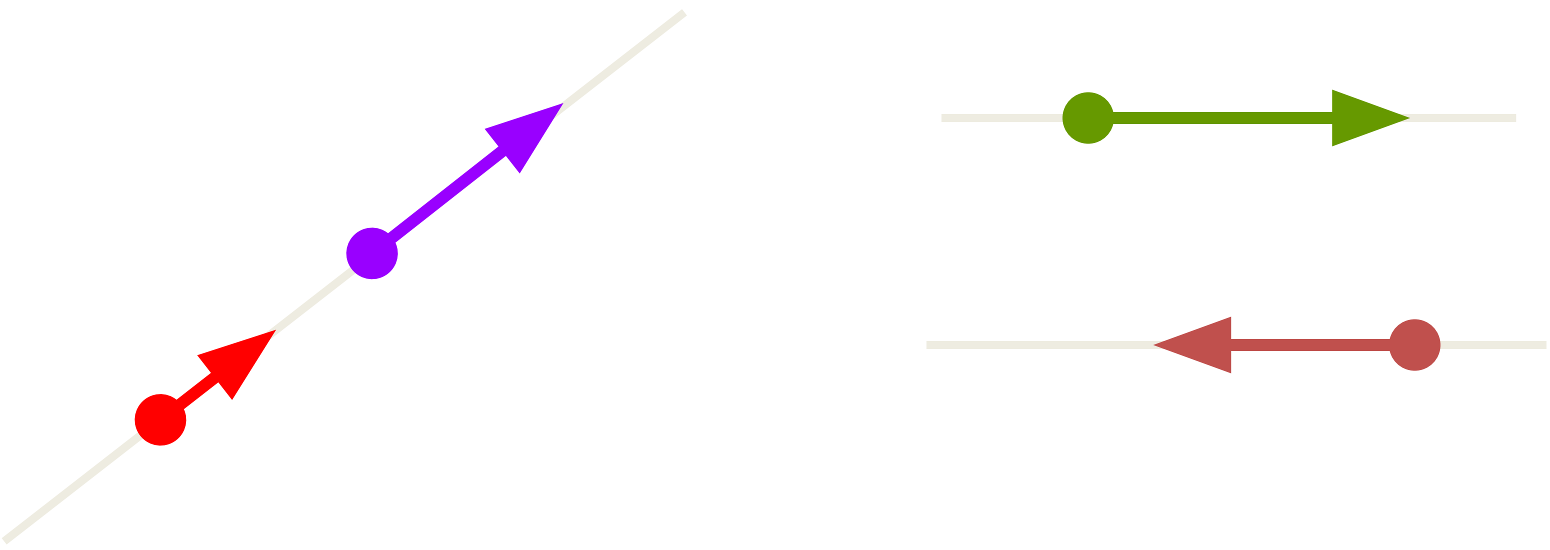
$$|\overrightarrow{AB}|, |\vec{a}|$$

- ***Длина нулевого вектора*** **считается равной** ***нулю:***

$$|\vec{0}| = 0$$

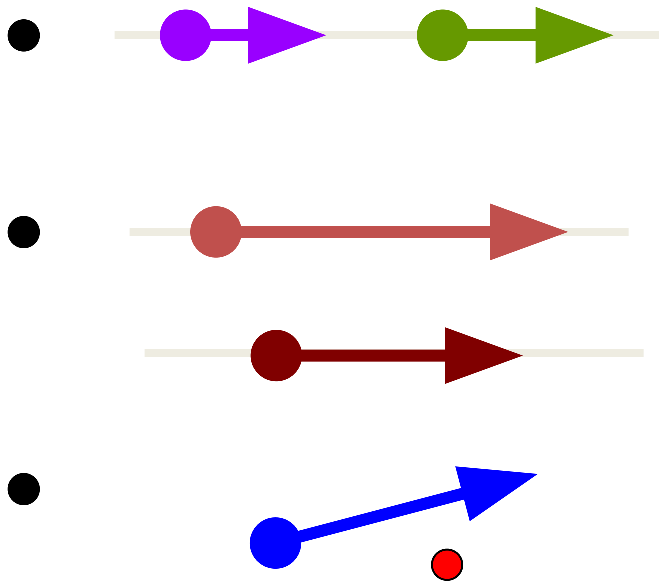
Определение коллинеарности векторов

- **Два ненулевых вектора называются *коллинеарными*, если они лежат *на одной прямой* или *на параллельных прямых.***

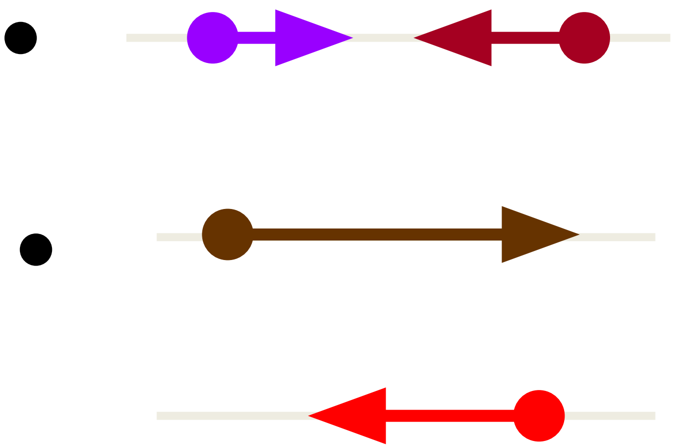


Коллинеарные векторы

Сонаправленные векторы



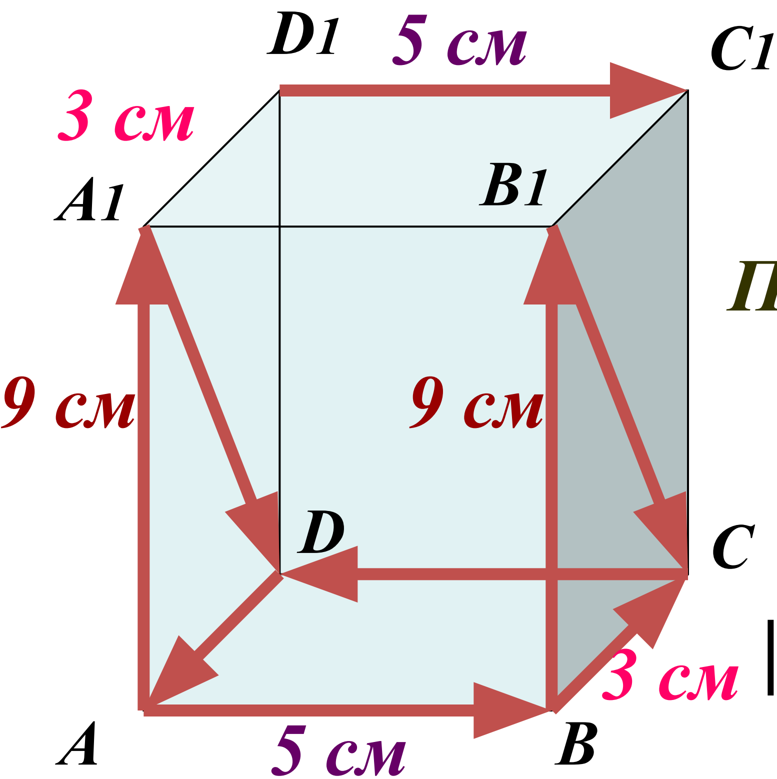
Противоположно направленные векторы



Какие векторы на рисунке сонаправленные?

Какие векторы на рисунке противоположно направленные?

Найти длины векторов $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CC_1}$.



Сонаправленные векторы:

$\overrightarrow{AA_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{A_1D} \uparrow\uparrow \overrightarrow{B_1C}$

$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{D_1C_1}$

Противоположно-направленные:

$\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1C_1}$, $\overrightarrow{CD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AB}$,

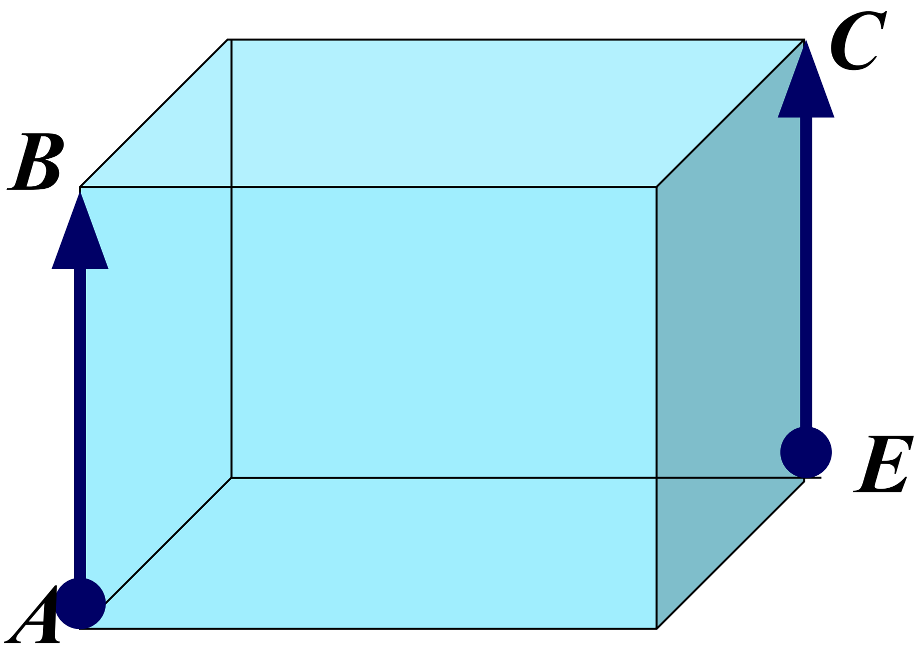
$\overrightarrow{DA} \uparrow\downarrow \overrightarrow{BC}$

$|\overrightarrow{AB}| = 5$ *см*; $|\overrightarrow{BC}| = 3$ *см*; $|\overrightarrow{BB1}| = 9$ *см.*

Равенство векторов

Векторы называются *равными*, если они

***сонаправлены* и их *длины равны*.**



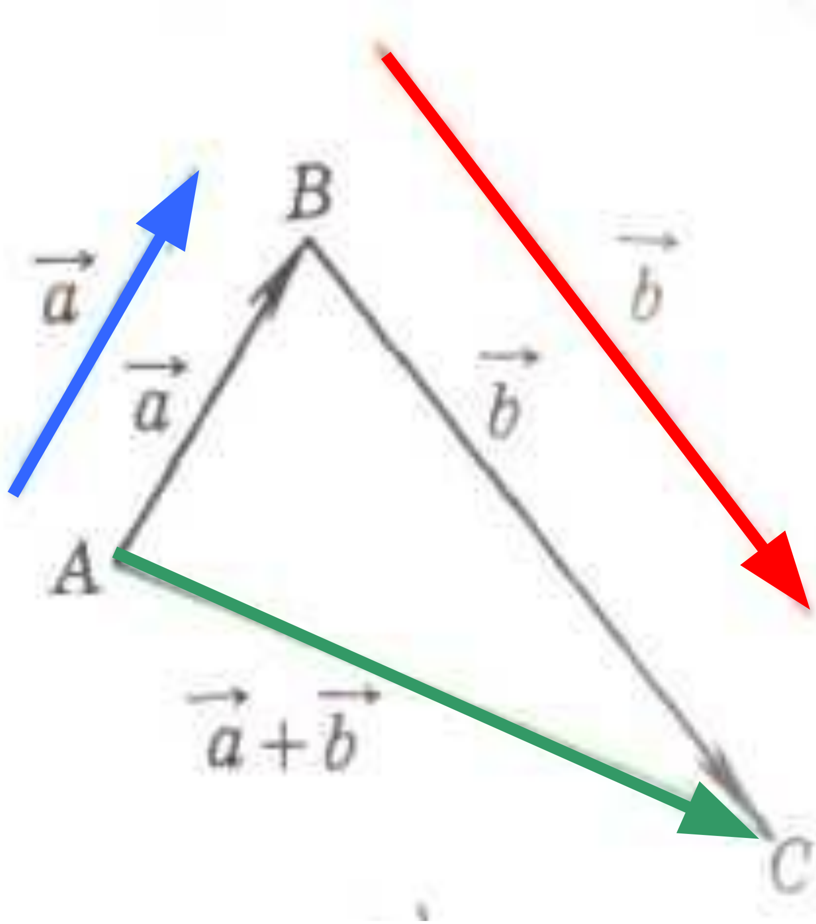
$\vec{AB} = \vec{EC}$, *так как*

$\vec{AB} \uparrow\uparrow \vec{EC}$ *и* $|\vec{AB}| = |\vec{EC}|$

Действия над векторами

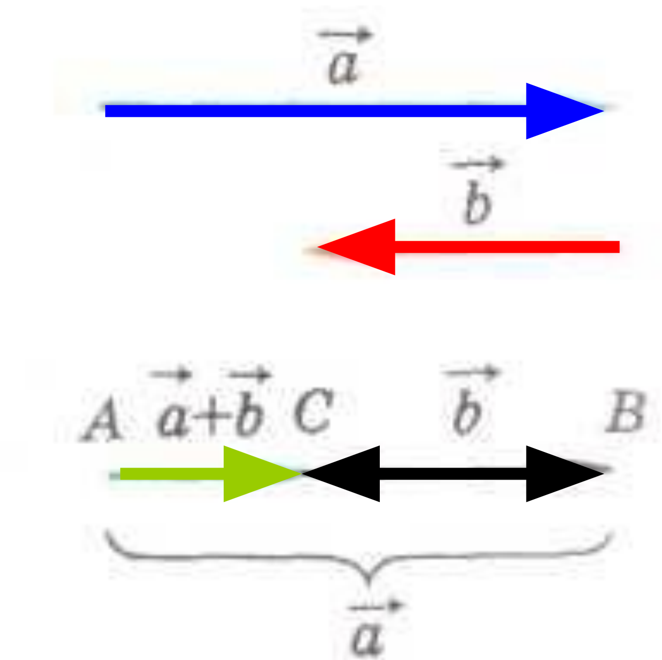
Сложение векторов.

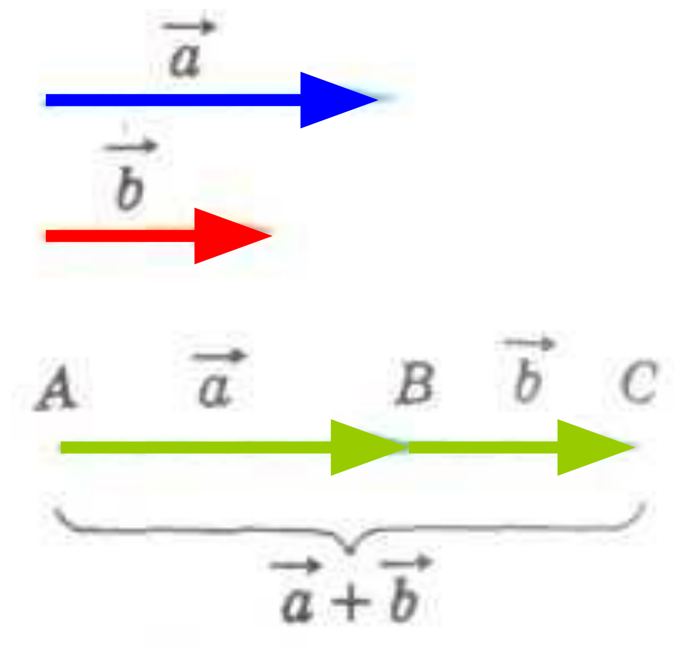
Правило треугольника.



Сложение коллинеарных векторов.

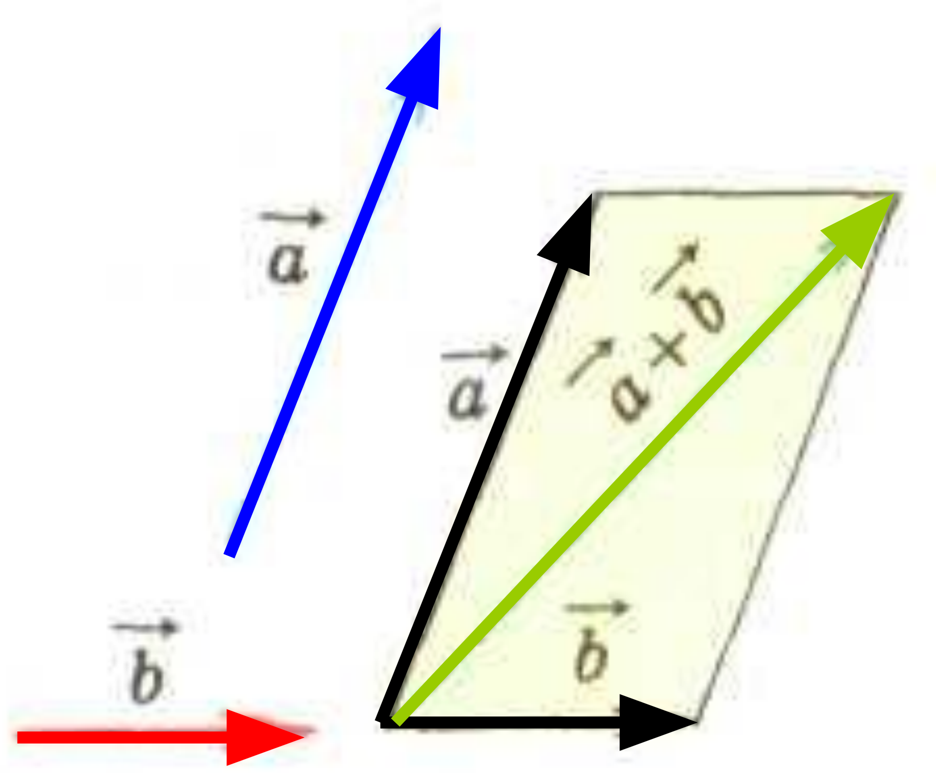
- По этому же правилу складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении и не получается треугольника.





Сложение векторов.

- Для сложения двух неколлинеарных векторов можно пользоваться также ***правилом параллелограма***, известным из курса планиметрии.



Свойства сложения векторов.

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

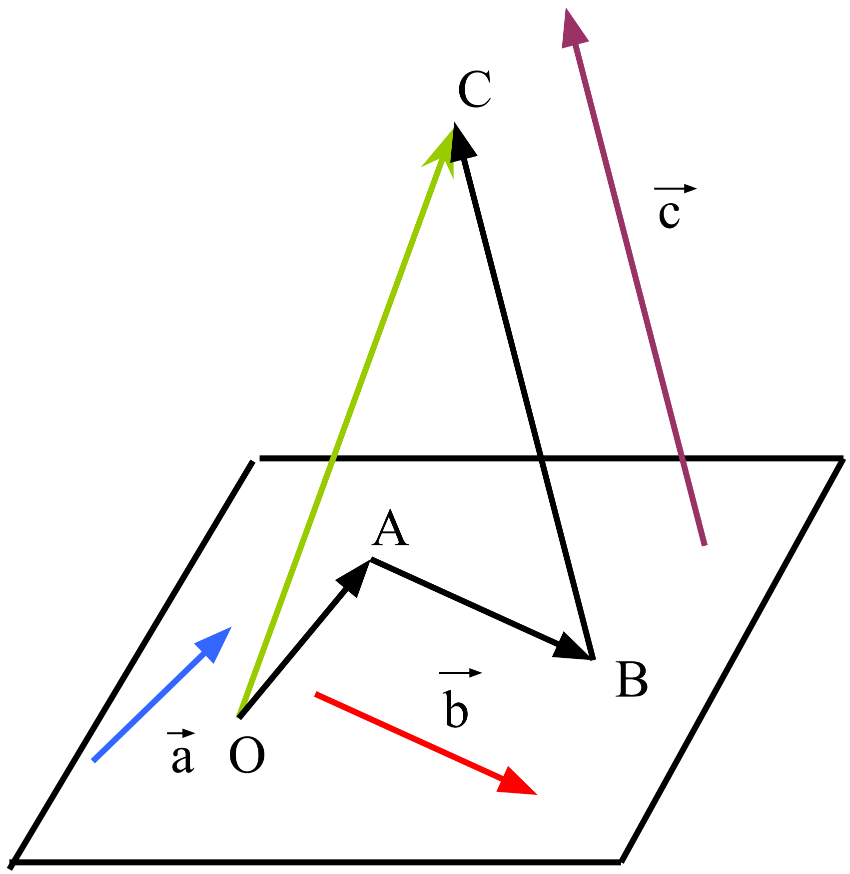
(***переместительный закон***);

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

(***сочетательный закон***).

Сложение нескольких векторов.

- Сложение нескольких векторов в пространстве выполняется так же, как и на плоскости: первый вектор складывается со вторым, затем их сумма — с третьим вектором и т. д. Из законов сложения векторов следует, что **сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.**

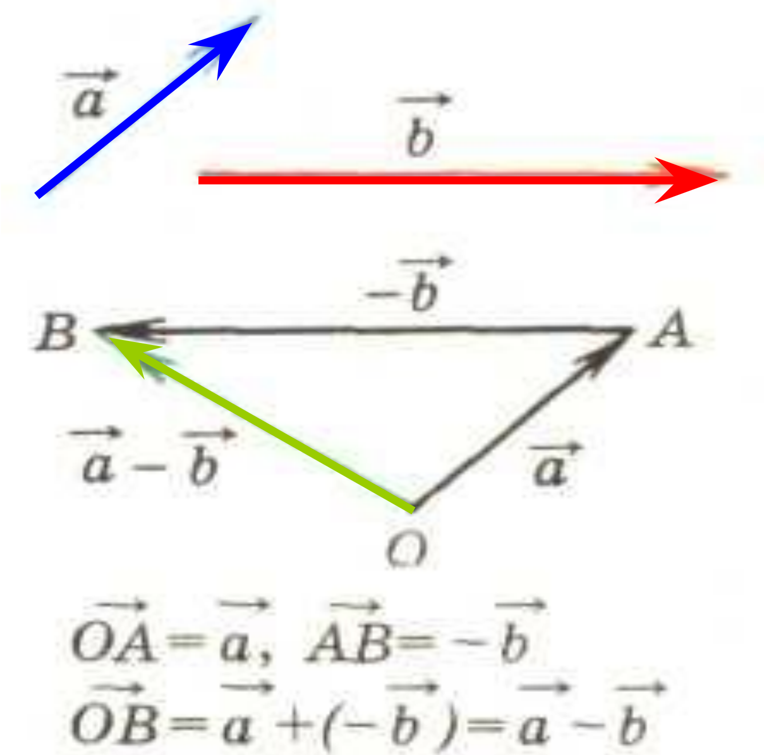


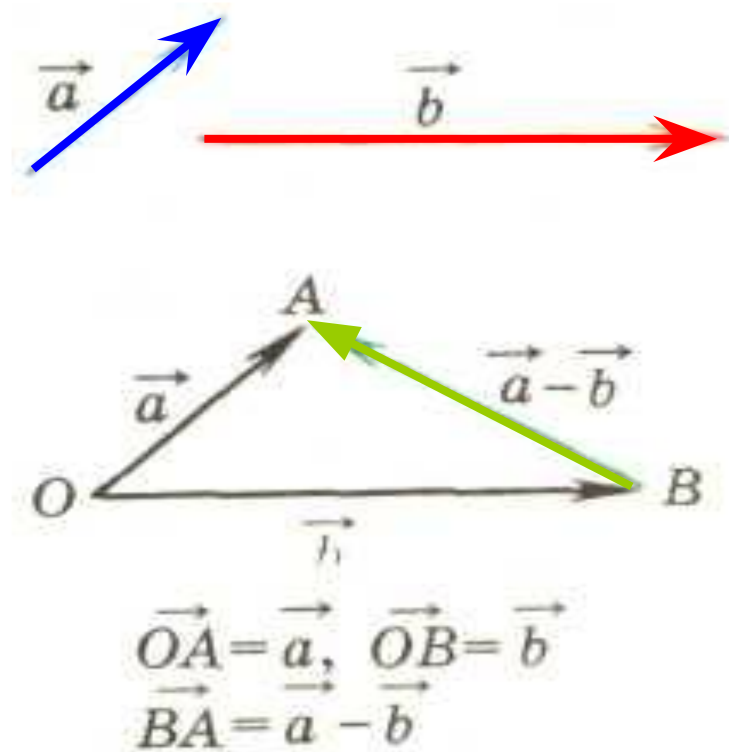
$$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Разность векторов.

- ***Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$*** называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$. Разность $\vec{a}-\vec{b}$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ можно найти по формуле:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$





Правила умножения вектора на число.

Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}$ и любых чисел k, f справедливы равенства:

$(kf)\vec{a}=k(f\vec{a})$ **(сочетательный закон);**

$k(\vec{a} + \vec{b})= k\vec{a} + k\vec{b}$

(первый распределительный закон);

$(k + f)\vec{a} = k\vec{a} + f\vec{a}$

(второй распределительный закон).