ЭЛЕКТР

О

ТЕХНИК

А

Вариант контрольного задания определяется двумя последними цифрами номера зачетки. Если получаемое число больше 49, то следует для нахождения номера варианта вычесть 50.

Задание 10.1: пункты 1, 2, 3, 4.
Можно удалить из схемы источники тока.

Задание 10.2: пункты 1, 2, 6.
Ваттметр на схеме указывать не нужно.

Литература

1. Сивяков Б.К. Электротехника и электроника: учеб. пособие / Б.К. Сивяков, В.С. Джумалиев. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2009. 116 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов / Л.А. Бессонов. М.: Гардарики, 2009. 638 с.

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

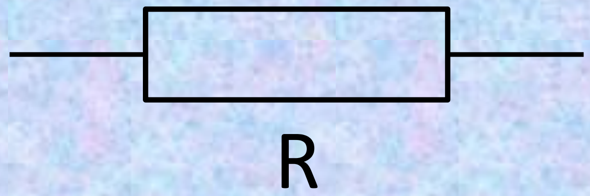
В теории электрических цепей заменяем реальное электромагнитное устройство некоторым расчетным эквивалентом – электрической цепью.

Электрическая цепь - совокупность соединенных источников и нагрузок, по которым может протекать электрический ток.

СИЛА ТОКА - I, A НАПРЯЖЕНИЕ - U, B ЭДС - E, B ПОТЕНЦИАЛ - ϕ, B СОПРОТИВЛЕНИЕ - R, Ом ПРОВОДИМОСТЬ - G=1/R, См

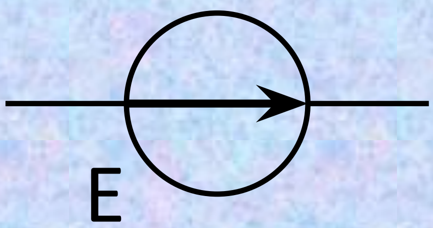
Электрическая схема – изображение электрической цепи с помощью условных знаков.

Идеальная нагрузка - резистор

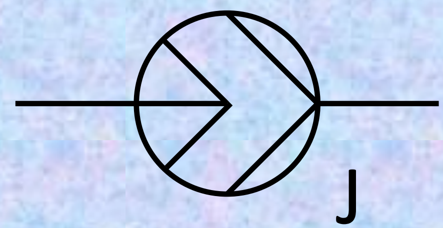


Идеальные источники

ЭДС



тока

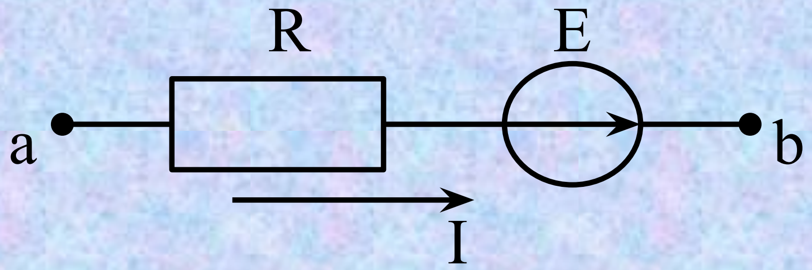


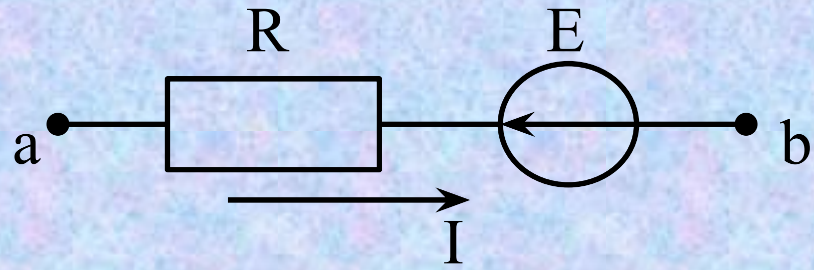
ВЕТВЬ – участок цепи, образованный последовательно соединенными элементами и заключенный между двумя узлами.

УЗЕЛ – точка цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей.

Напряжение на участке цепи $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = -U_{ba}$

ЗАКОН ОМА для участка цепи

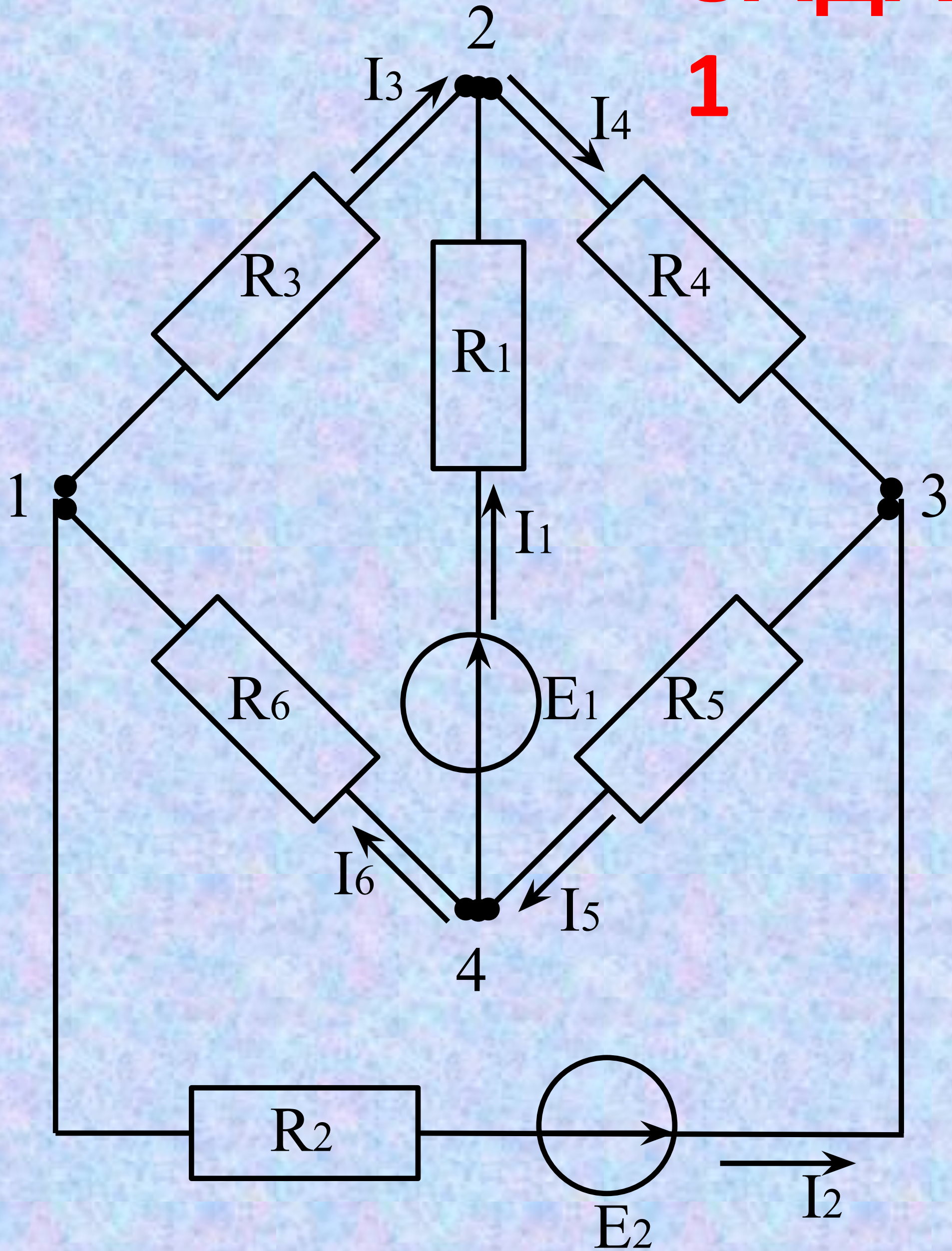




$$I = \frac{U_{ab} + E}{R}$$

$$I = \frac{U_{ab} - E}{R}$$

ЗАДАЧА 1



1) Составить уравнения по правилам Кирхгофа. Систему не решать.
2) 2. Найти все токи в ветвях методом контурных токов.
3) Найти все токи в ветвях методом узловых потенциалов.
4) Результаты свести в таблицу.

	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
МКТ						
МУП						

ЗАКОНЫ КИРХГОФА

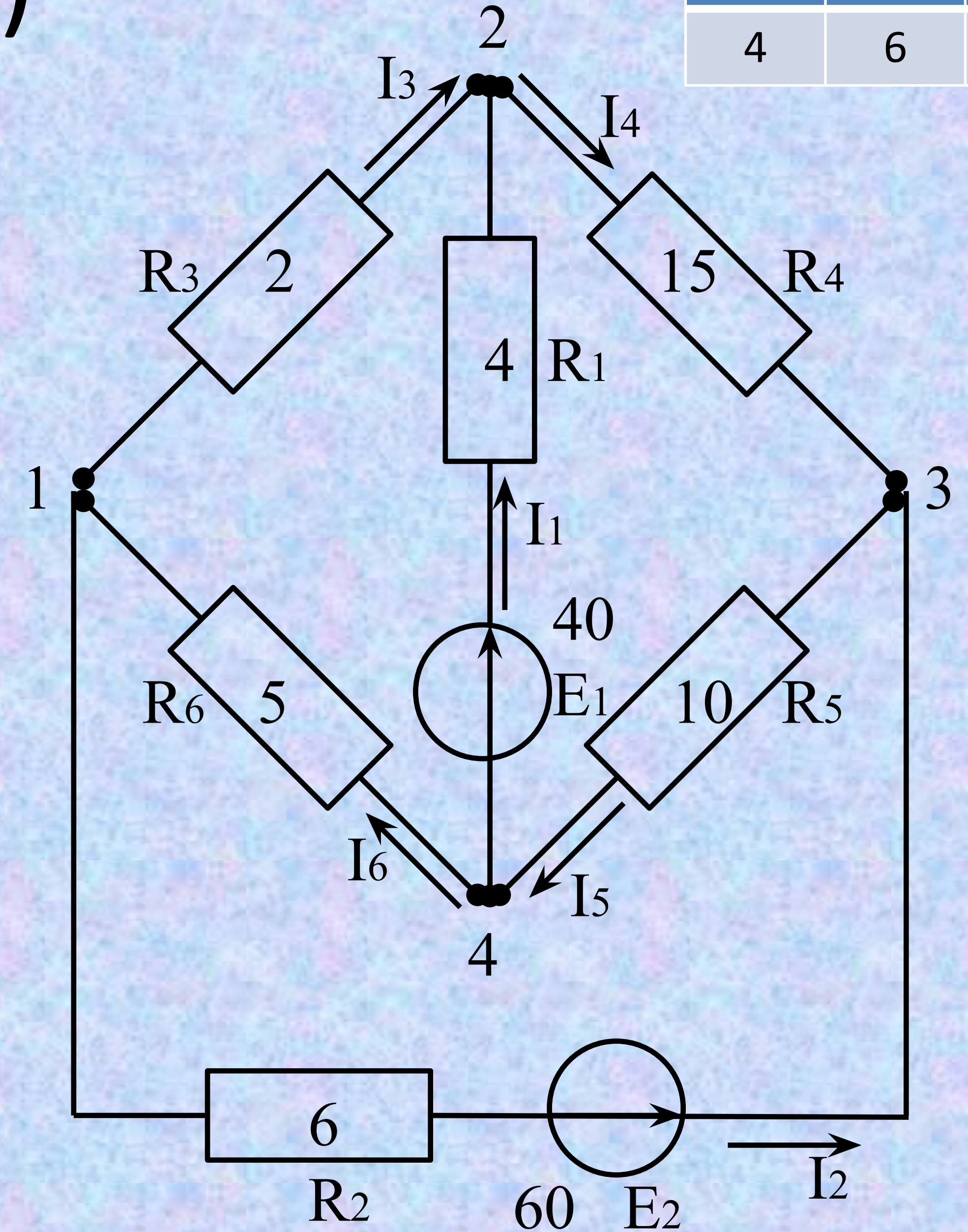
1. Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. $\sum I = 0$

2. Алгебраическая сумма падений напряжений на элементах замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС этого контура. $\sum IR = \sum E$

По правилам Кирхгофа составляем столько уравнений, сколько в схеме ветвей (неизвестных токов). Из них по первому правилу составляем уравнений на 1 меньше количества узлов, остальные уравнения составляем по

1)

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2
4	6	2	15	10	5	40	60



$$
\begin{cases}
I_6 - I_3 - I_2 = 0 \\
I_3 + I_1 - I_4 = 0 \\
I_4 + I_2 - I_5 = 0 \\
I_3 R_3 - I_1 R_1 + I_6 R_6 = -E_1 \\
I_4 R_4 + I_5 R_5 + I_1 R_1 = E_1 \\
-I_6 R_6 - I_5 R_5 - I_2 R_2 = -E_2
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
I_6 - I_3 - I_2 = 0 \\
I_3 + I_1 - I_4 = 0 \\
I_4 + I_2 - I_5 = 0 \\
2I_3 - 4I_1 + 5I_6 = -40 \\
15I_4 + 10I_5 + 4I_1 = 40 \\
5I_6 + 10I_5 + 6I_2 = 60
\end{cases}
$$

2)

МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

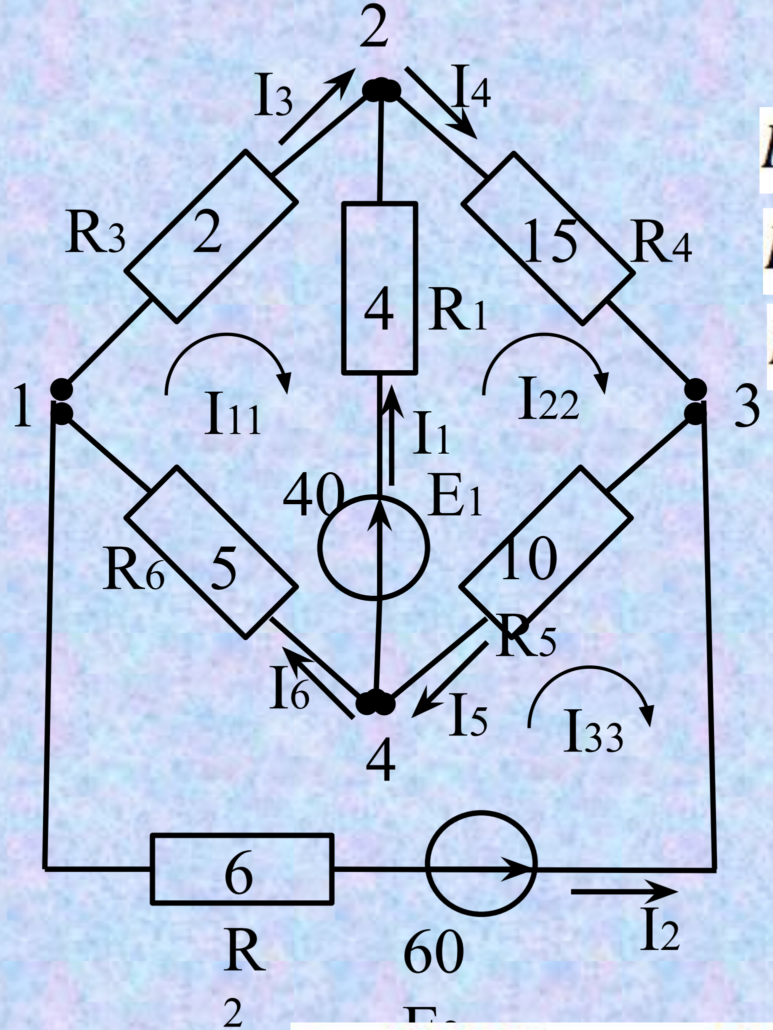
Независимый контур – контур, отличающийся от прочих контуров хотя бы на одну ветвь.

Предположим, что в каждом независимом контуре течёт свой контурный ток.

Выберем направления контурных токов по часовой стрелке.

Система уравнений в общем виде для трёх независимых контуров:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} - R_{13}I_{33} = E_{11} \\ -R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} = E_{22} \\ -R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33} \end{cases}$$



$$R_{11} = R_3 + R_1 + R_6 = 2 + 4 + 5 = 11$$

$$R_{22} = R_1 + R_4 + R_5 = 4 + 15 + 10 = 29$$

$$R_{33} = R_6 + R_5 + R_2 = 5 + 10 + 6 = 21$$

$$R_{12} = R_{21} = R_1 = 4$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5 = 10$$

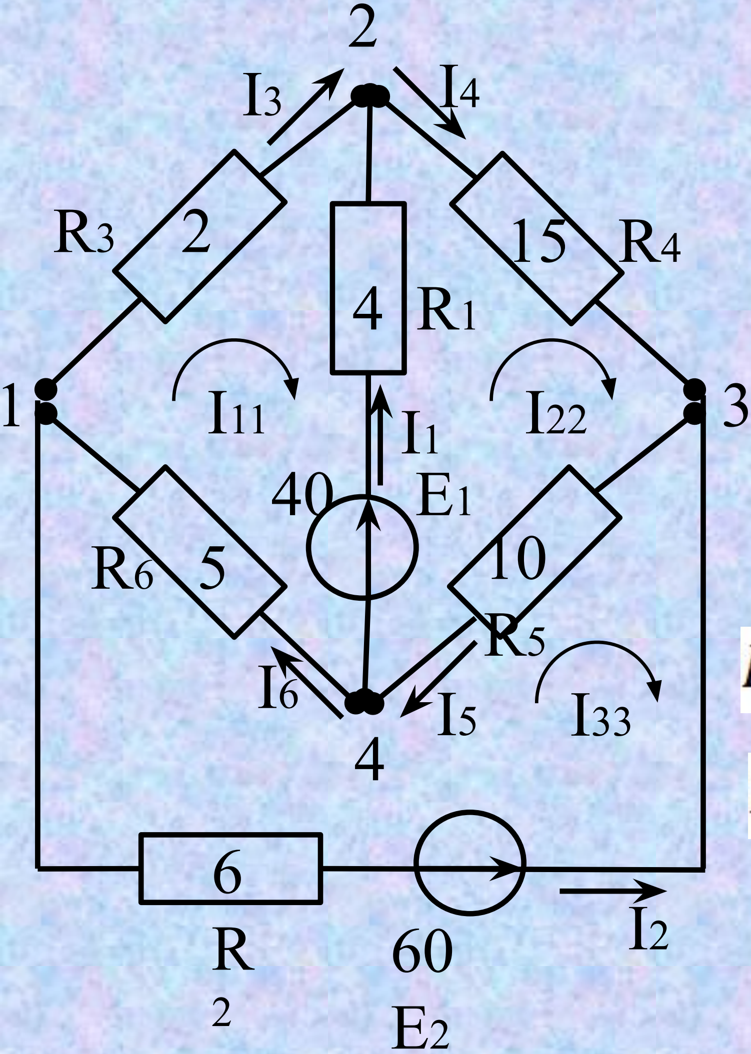
$$R_{31} = R_{13} = R_6 = 5$$

$$E_{11} = -E_1 = -40$$

$$E_{22} = E_1 = 40$$

$$E_{33} = E_2 = -60$$

$$\begin{cases} 11I_{11} - 4I_{22} - 5I_{33} = -40 \\ -4I_{11} + 29I_{22} - 10I_{33} = 40 \\ -5I_{11} - 10I_{22} + 21I_{33} = -60 \end{cases}$$



$$\begin{cases} I_{11} = -6{,}307 \\ I_{22} = -1{,}189 \\ I_{33} = -4{,}925 \end{cases}$$

Выразим токи в ветвях
через контурные

$$I_1 = I_{22} - I_{11} = -1{,}189 + 6{,}307 = 5{,}118\ A$$

$$I_2 = -I_{33} = 4{,}925\ A$$

$$I_3 = I_{11} = -6{,}307\ A$$

$$I_4 = I_{22} = -1{,}189\ A$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = -1{,}189 + 4{,}925 = 3{,}736\ A$$

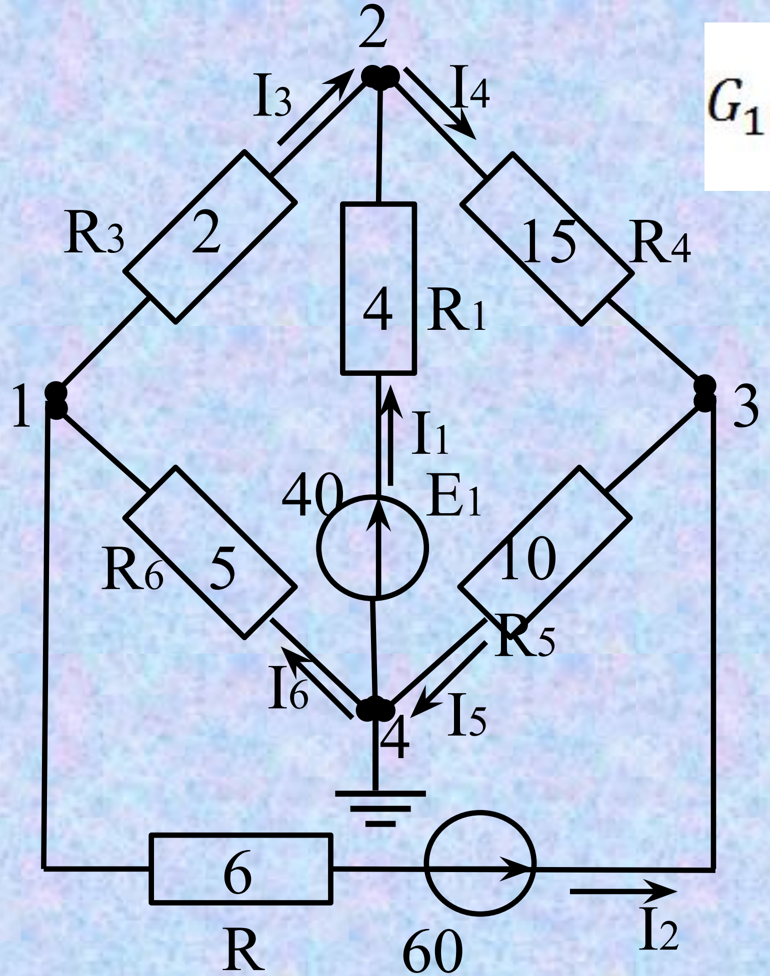
$$I_6 = I_{11} - I_{33} = -6{,}307 + 4{,}925 = -1{,}382\ A$$

3)

МЕТОД УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Заземлим один узел $\varphi_4 = 0$.
Для оставшихся узлов запишем систему уравнений в общем виде:

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_1 - G_{12}\varphi_2 - G_{13}\varphi_3 = J_{11} \\ -G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 - G_{23}\varphi_3 = J_{22} \\ -G_{31}\varphi_1 - G_{32}\varphi_2 + G_{33}\varphi_3 = J_{33} \end{cases}$$



$$G_{11}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{26}{30}=\frac{13}{15}$$

$$G_{22}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{15}=\frac{49}{60}$$

$$G_{33}=\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{15}+\frac{1}{10}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

$$G_{12}=G_{21}=\frac{1}{R_3}=\frac{1}{2}$$

$$G_{23}=G_{32}=\frac{1}{R_4}=\frac{1}{15}$$

$$G_{13}=G_{31}=\frac{1}{R_2}=\frac{1}{6}$$

$$J_{11}=\sum_{1}\frac{E}{R}=-\frac{E_2}{R_2}=-\frac{60}{6}=-10$$

$$J_{22}=\sum_{2}\frac{E}{R}=\frac{E_1}{R_1}=\frac{40}{4}=10$$

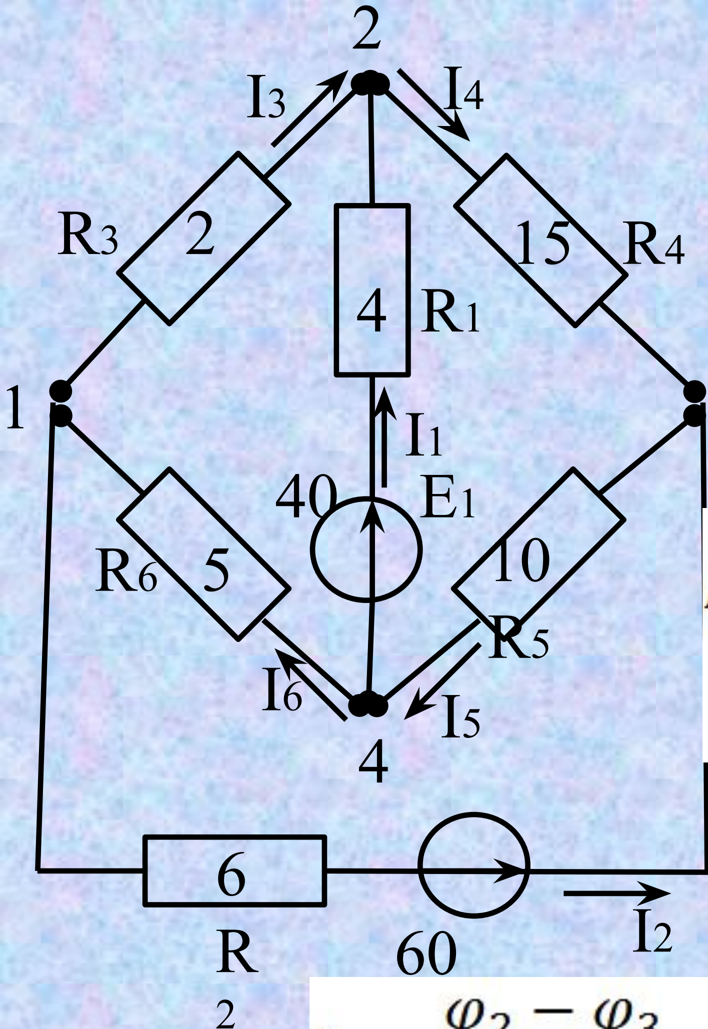
$$J_{33}=\sum_{3}\frac{E}{R}=\frac{E_2}{R_2}=\frac{60}{6}=10$$

$$\begin{cases} \frac{13}{15}\varphi_1 - \frac{1}{2}\varphi_2 - \frac{1}{6}\varphi_3 = -10 \\ -\frac{1}{2}\varphi_1 + \frac{49}{60}\varphi_2 - \frac{1}{15}\varphi_3 = 10 \\ -\frac{1}{6}\varphi_1 - \frac{1}{15}\varphi_2 + \frac{1}{3}\varphi_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26\varphi_1 - 15\varphi_2 - 5\varphi_3 = -300 \\ -30\varphi_1 + 49\varphi_2 - 4\varphi_3 = 600 \\ -5\varphi_1 - 2\varphi_2 + 10\varphi_3 = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = 6{,}912 \\ \varphi_2 = 19{,}526 \\ \varphi_3 = 37{,}361 \end{cases}$$

Зная потенциалы, по закону Ома найдём токи в ветвях.



$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_1}{R_1} = \frac{0 - 19{,}526 + 40}{4} =$$
$$= 5{,}119\ A$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_2}{R_2} = \frac{6{,}912 - 37{,}361 + 60}{6} =$$
$$= 4{,}925\ A$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = \frac{6{,}912 - 19{,}526}{2} = -6{,}307\ A$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_4} = \frac{19{,}526 - 37{,}361}{15} = -1{,}189\ A$$

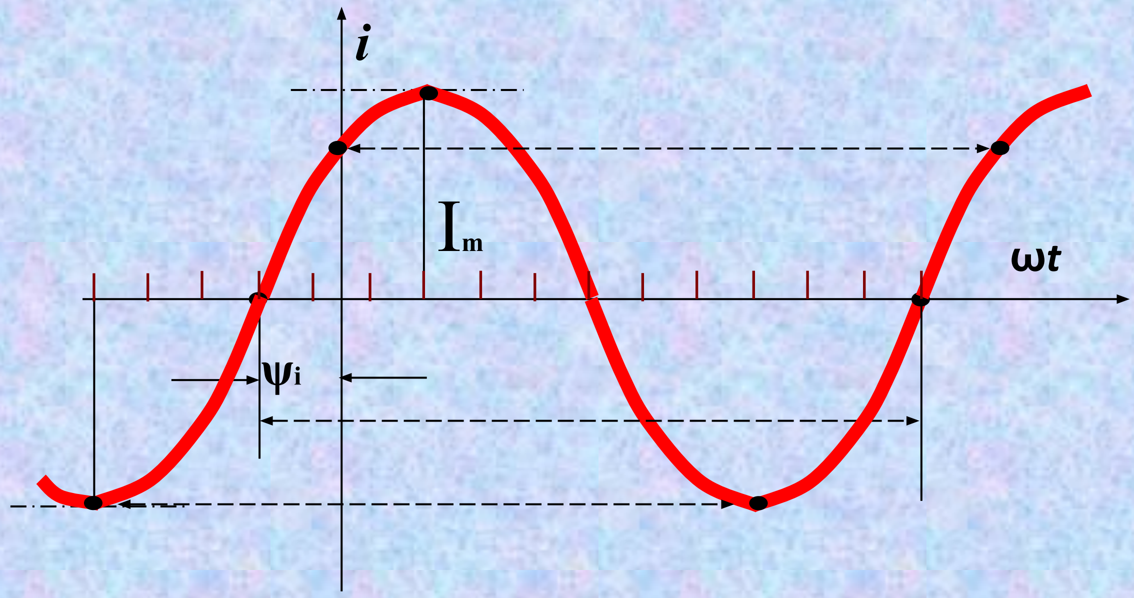
$$I_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_5} = \frac{37{,}361 - 0}{10} = 3{,}736\ A$$

$$I_6 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{R_6} = \frac{0 - 6{,}912}{5} = -1{,}382\ A$$

4)

	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
МКТ	5,118	4,925	-6,307	-1,189	3,736	-1,382
МУП	5,119	4,925	-6,307	-1,189	3,736	-1,382

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА



$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e).$$

i, u, e – мгновенные значения тока, напряжения и ЭДС (значения в данный момент времени)

I_m, U_m, E_m – амплитуды (max) значения (А), (В)

T – период (время одного полного колебания), (с)

$f = 1/T$ – частота (число периодов в секунду), (Гц)

$\omega = 2\pi f$ - циклическая частота, (рад/с)

ψ_i, ψ_u, ψ_e - начальная фаза

i – мгновенное

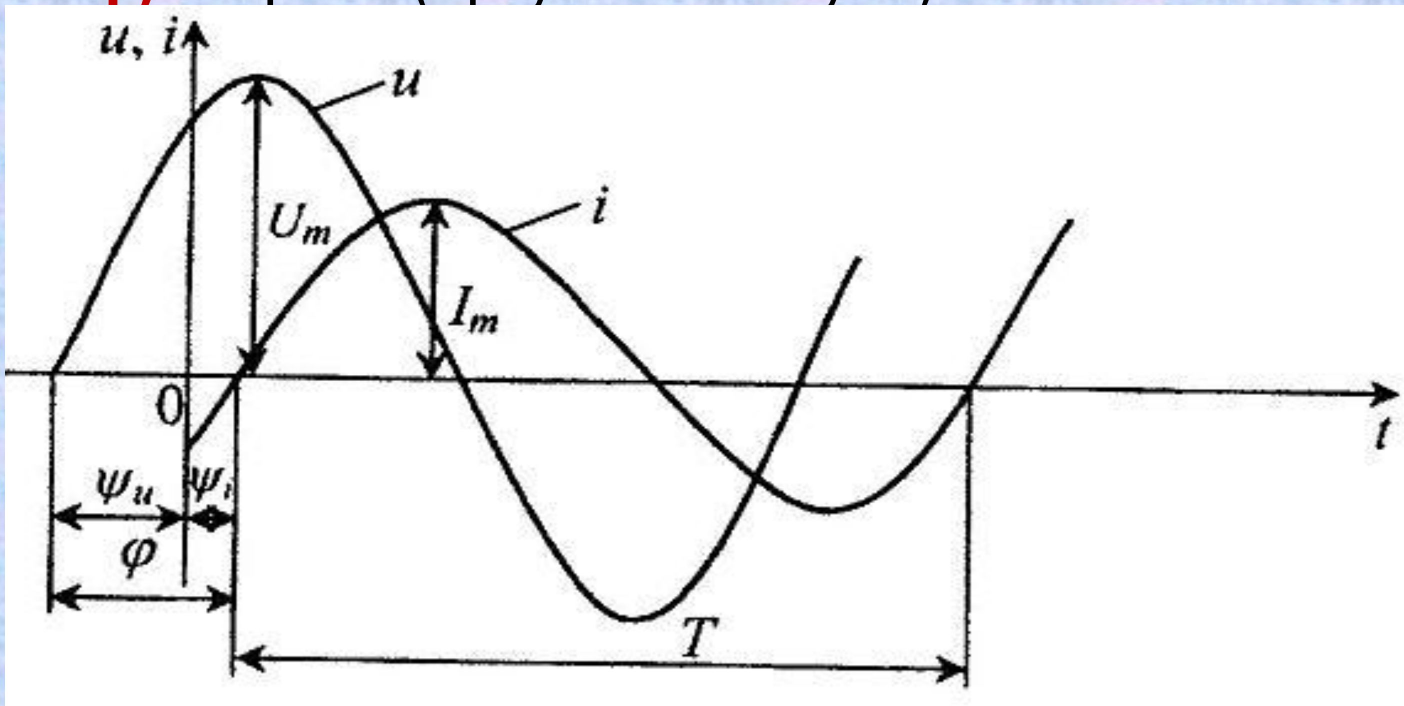
I – действующее

I_m – амплитудное

$\underline{I}$ - комплекс

ординат, считается **положительной**, а **вправо** — **отрицательной.**

($\omega t + \psi$) — фаза (аргумент синуса)



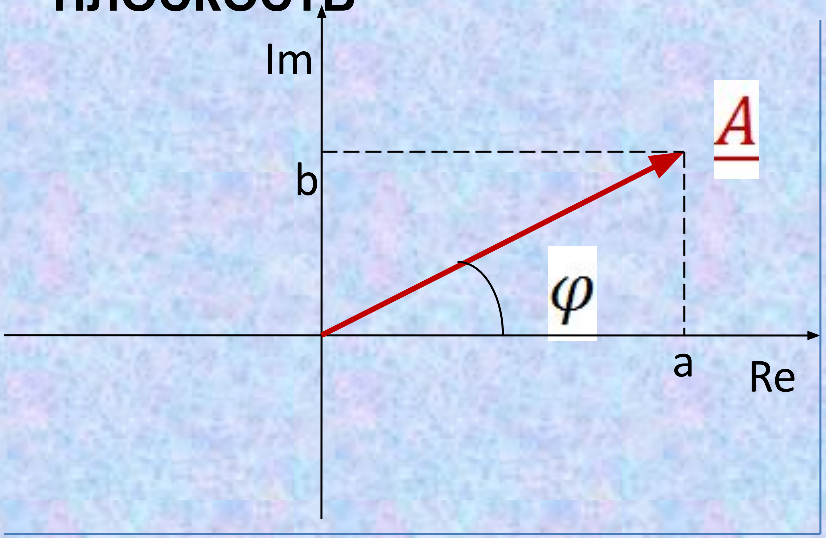
Угол сдвига фаз между напряжением и током обозначается буквой φ:

$\varphi = \psi_u - \psi_i$.

Действующие (эффективные) значения

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ



$$\underline{A} = a + jb = ce^{j\varphi} = c(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

Три формы записи комплексного числа:

- алгебраическая
- показательная (экспоненциальная)
- тригонометрическая

$$j = \sqrt{-1} \quad - \text{мнимая единица}$$

$$j^2 = -1$$

$$\underline{A}^* = a - jb = ce^{-j\varphi}$$

комплексно сопряженное

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$ - модуль комплексного

$$\varphi = arctg\frac{b}{a} \quad (\pm\pi \ \text{при}\ a < 0)$$ - его аргумент

ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

$$(a_1 + jb_1) \mp (a_2 + jb_2) = (a_1 \mp a_2) + j(b_1 \mp b_2)$$

$$c_1 e^{j\varphi_1} \cdot c_2 e^{j\varphi_2} = c_1 c_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$\frac{c_1 e^{j\varphi_1}}{c_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{c_1}{c_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

j иногда называют **оператором поворота**

Умножение на j поворачивает вектор на угол π/2, умножение на (-j) или деление на j - на угол (-π/2)

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

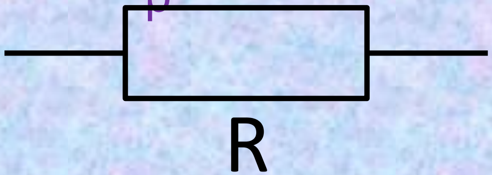
Электрический ток (движение электрических зарядов) неразрывно связан с магнитным и электрическим полем.

Основными элементами цепи переменного тока, помимо источников электроэнергии, являются резистивные, индуктивные и емкостные элементы.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

активный элемент

резистор



$$u_R = iR \qquad \varphi = 0$$

реактивные элементы

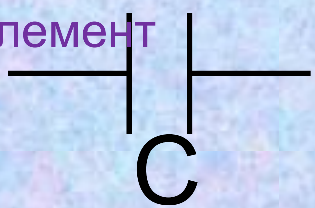
индуктивный элемент

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$X_L = \omega L$ - индуктивное сопротивление

емкостной элемент



$$u_C = \frac{1}{C}\int i dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

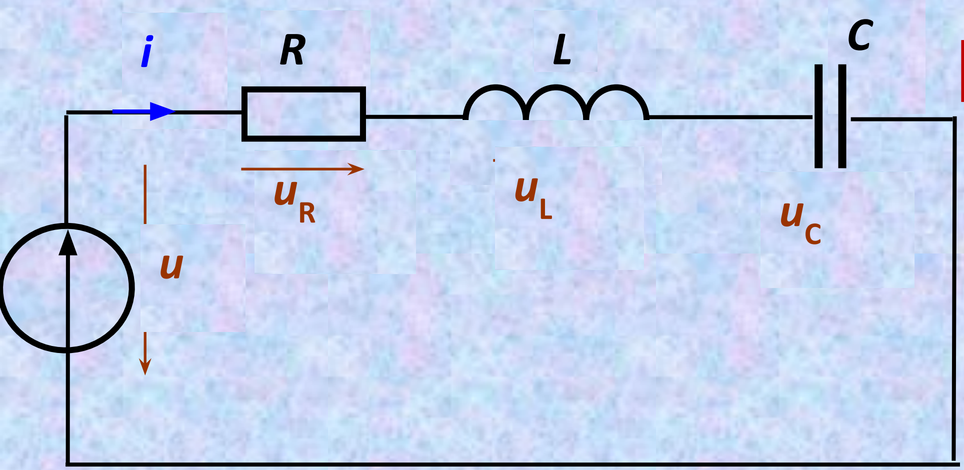
$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ - емкостное сопротивлени

символический метод расчёта цепей синусоидального тока

(комплексный метод)

Любую цепь синусоидального тока можно рассчитывать, как цепь постоянного тока, если все величины представить в комплексной форме.

Токи и напряжения заменяют их комплексными изображениями. При этом дифференциальные уравнения для мгновенных значений заменяются алгебраическими уравнениями для комплексов.



ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ RLC КОНТУР

$e = u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$

Второе правило Кирхгофа

$u = u_R + u_L + u_C$

в дифференциальной форме для мгновенных

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = e$$

в символической форме для комплекс

$$R\underline{I} + j\omega L \cdot \underline{I} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I} = \underline{E}$$

$$R\underline{I} + j\omega L \cdot \underline{I} - \frac{j}{\omega C}\underline{I} = \underline{E}$$

$$\underline{I}(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}) = \underline{E}$$

комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) =$$
$$= R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

$$\underline{I} \cdot \underline{Z} = \underline{U}$$

закон Ома в комплексном виде

активное сопротивление

реактивное сопротивление

$X = X_L - X_C$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$ - полное сопротивление

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$ - комплексная проводимость

$$Y = \frac{1}{Z}$$ - полная проводимость

ЗАДАЧА 2