

# Преобразования графиков функций

# Оглавление

- Правила преобразований графиков функций
- Графические иллюстрации
- Примеры построения графиков сложных функций с помощью одного преобразования
- Примеры построения графиков сложных функций  
Примеры построения графиков сложных функций\_ Примеры построения графиков сложных функций с помощью нескольких преобразований

# Правила преобразований графиков функций

- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x+a)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x)+b$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(-x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=-f(x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(\frac{1}{k}x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=kf(x)$

главление

# Параллельный перенос вдоль оси абсцисс

$$y=f(x+a)$$

Для построения графика функции  $y=f(x+a)$  надо график функции  $y=f(x)$  параллельно перенести на  $|a|$  единиц вдоль оси Ох

- в положительном направлении, если  $a<0$
- в отрицательном направлении, если  $a>0$

[графическая иллюстрация](#)

# Параллельный перенос вдоль оси ординат

$$y=f(x)+b$$

Для построения графика функции  $y=f(x)+b$  надо график функции  $y=f(x)$  параллельно перенести на  $|b|$  единиц вдоль оси Оу

- в положительном направлении, если  $b>0$
- в отрицательном направлении, если  $b<0$

[графическая иллюстрация](#)

# Симметричное отображение относительно оси ординат $y=f(-x)$

Для построения графика функции  $y=f(-x)$   
надо график функции  $y=f(x)$  симметрично  
отобразить относительно оси Оу

Замечание: при этом точки пересечения с осью у  
остаются неизменными.

[графическая иллюстрация](#)

# Симметричное отображение относительно оси абсцисс

## $y = -f(x)$

Для построения графика функции  $y = -f(x)$   
надо график функции  $y = f(x)$  симметрично  
отобразить относительно оси  $Ox$

Замечание: при этом точки пересечения с осью  $x$   
остаются неизменными.

[графическая иллюстрация](#)

# Растяжение/сжатие вдоль оси абсцисс

## $y=f(kx)$

Для построения графика функции  $y=f(kx)$  надо график функции  $y=f(x)$  подвергнуть масштабированию вдоль оси  $Ox$

- растяжению в  $1/k$  раз , если  $0 < k < 1$
- сжатию в  $k$  раз, если  $k > 1$

Замечание: при этом точки пересечения с осью  $y$  остаются неизменными.

графическая  
иллюстрация  
графическая  
иллюстрация\_1

графическая  
иллюстрация  
графическая  
иллюстрация\_2

# Растяжение/сжатие вдоль оси ординат $y=kf(x)$

Для построения графика функции  $y=kf(x)$  надо график функции  $y=f(x)$  подвергнуть масштабированию вдоль оси Оу

- растяжению в  $k$  раз , если  $k>1$
- сжатию в  $1/k$  раз, если  $0<k<1$

Замечание: при этом точки пересечения с осью  $x$  остаются неизменными.

[графическая иллюстрация](#)

1

[графическая иллюстрация](#)

2

# Построение графика $y=f(|x|)$

$$y=f(|x|)$$

Для построения графика функции  $y=f(|x|)$  надо:

- часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую правее оси  $Oy$ , оставить без изменения;
- эту же часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую правее оси  $Oy$ , симметрично отобразить относительно оси  $Oy$

[графическая иллюстрация](#)

# Построение графика $y = |f(x)|$

$$y = |f(x)|$$

Для построения графика функции  $y=|f(x)|$  надо:

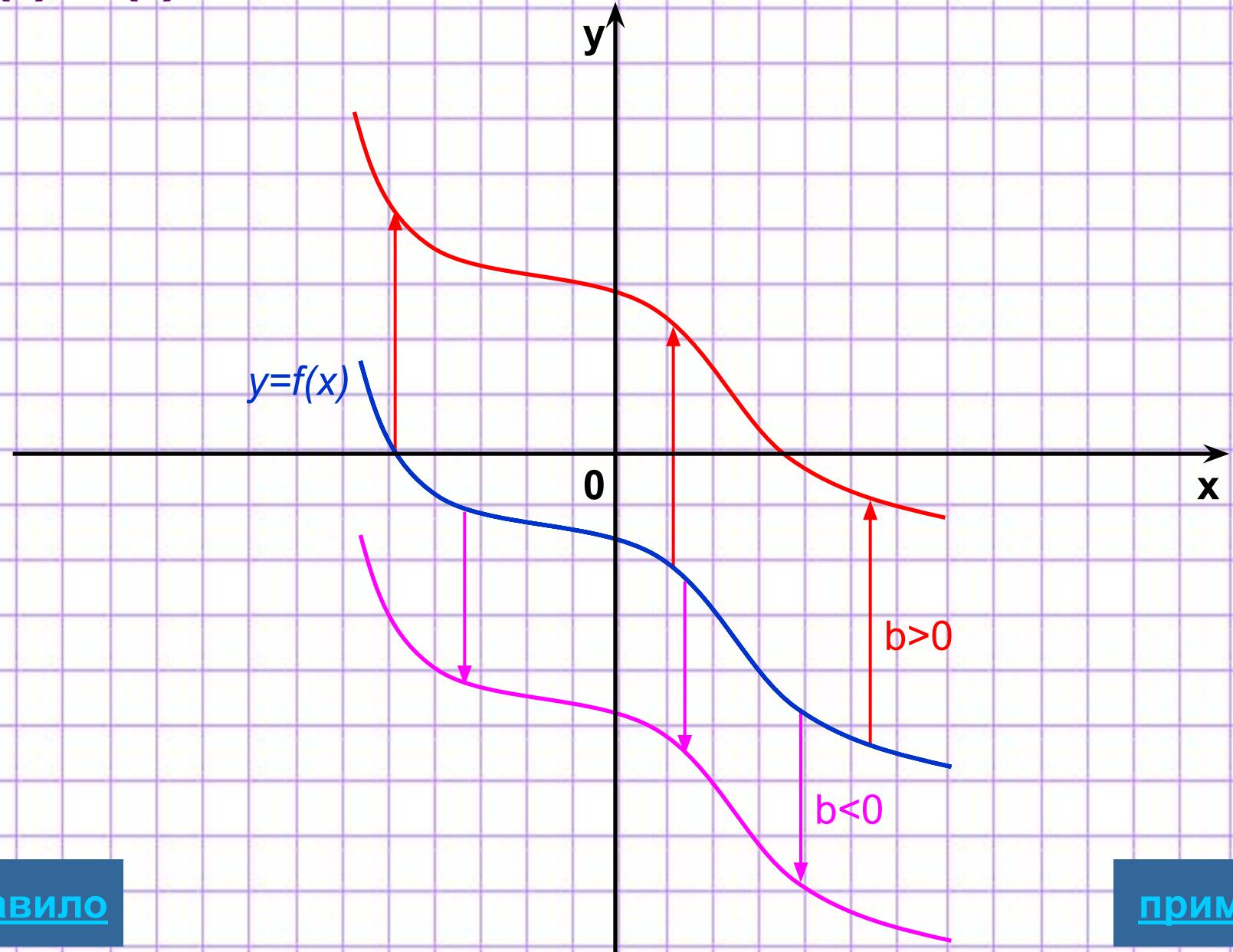
- часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую выше оси  $Ox$ , оставить без изменения;
- часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащую ниже оси  $Ox$ , симметрично отобразить относительно оси  $Ox$

[графическая иллюстрация](#)

# Графические иллюстрации

- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x+a)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x)+b$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(-x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=-f(x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(kx)$ , Построение графика функции  $y=f(kx)$ ,  $0 < k < 1$
- Построение правила правила оглавление примеры Построение графика функции  $y=t(kx)$  Построение графика

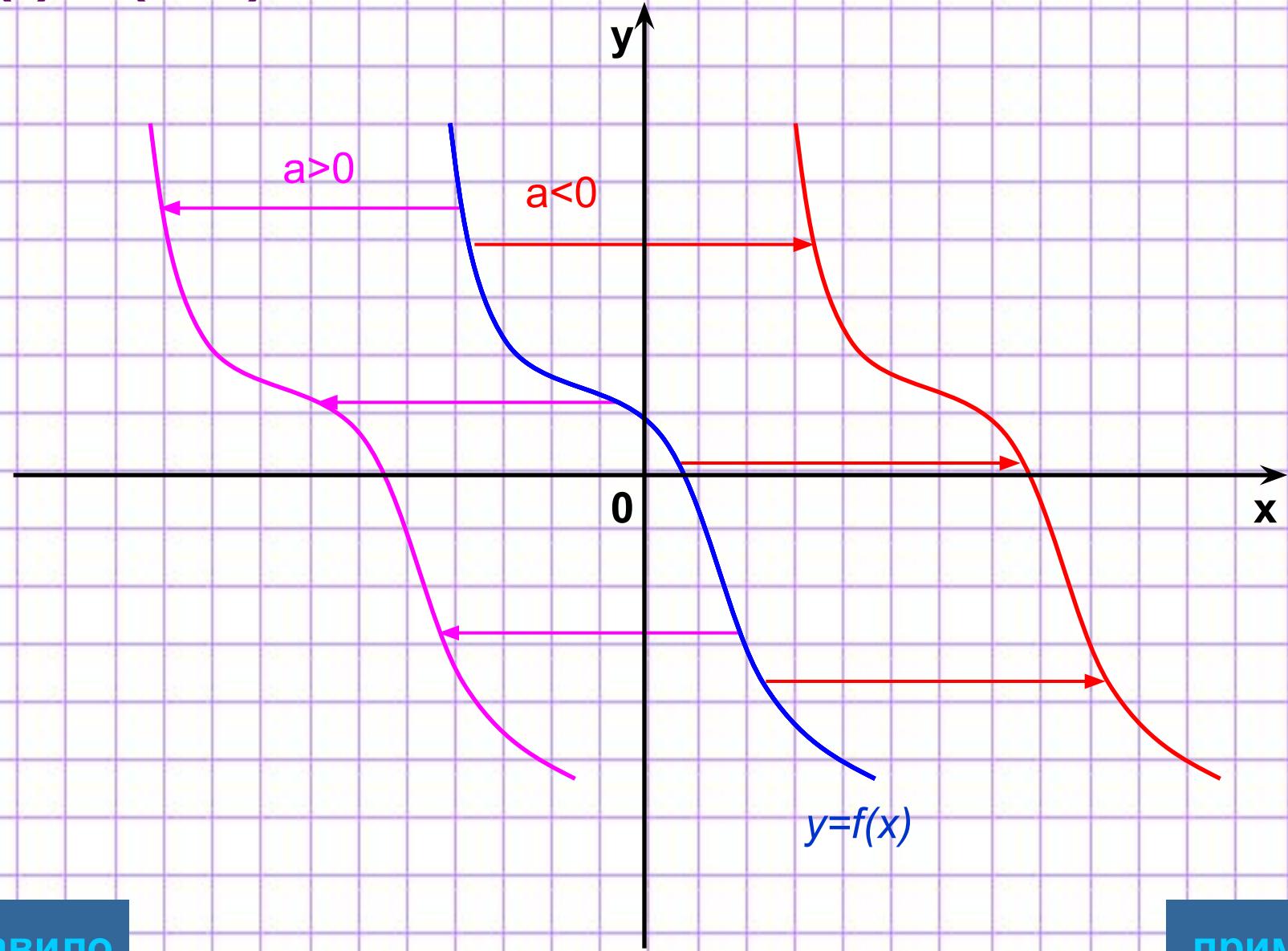
$f(x) \rightarrow f(x) + b$



правило

пример

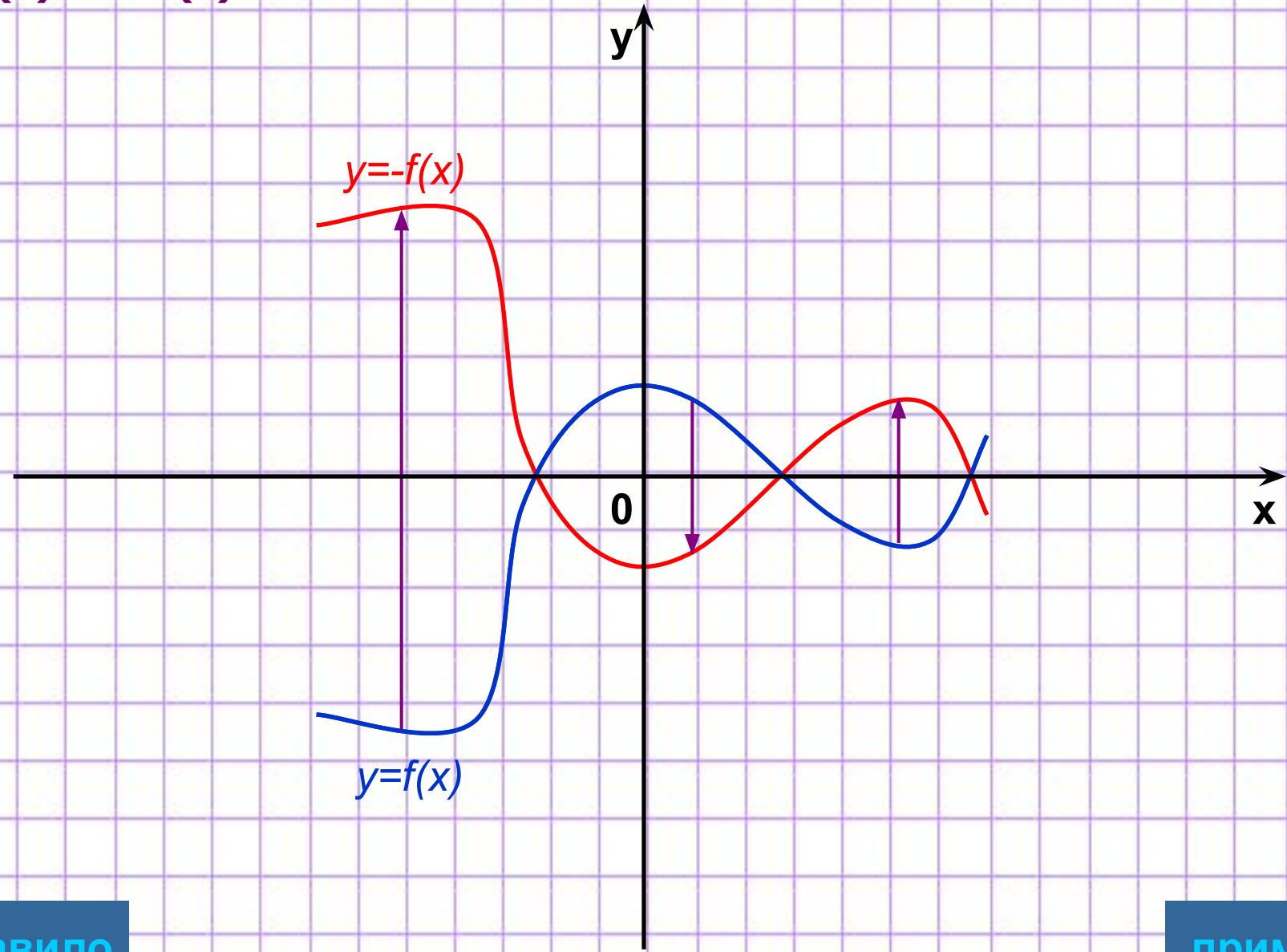
$f(x) \rightarrow f(x + a)$



правило

пример

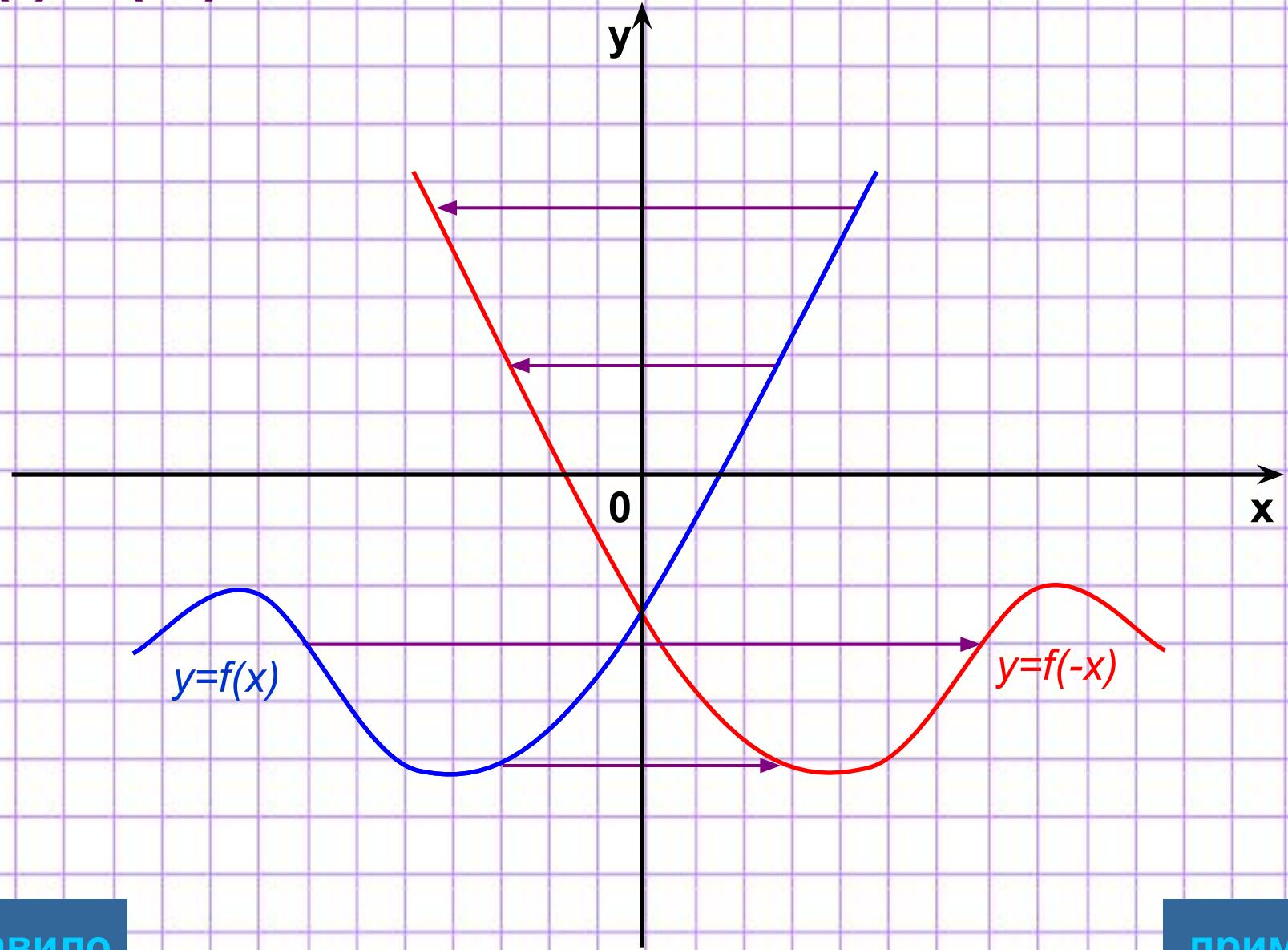
$f(x) \rightarrow -f(x)$



правило

пример

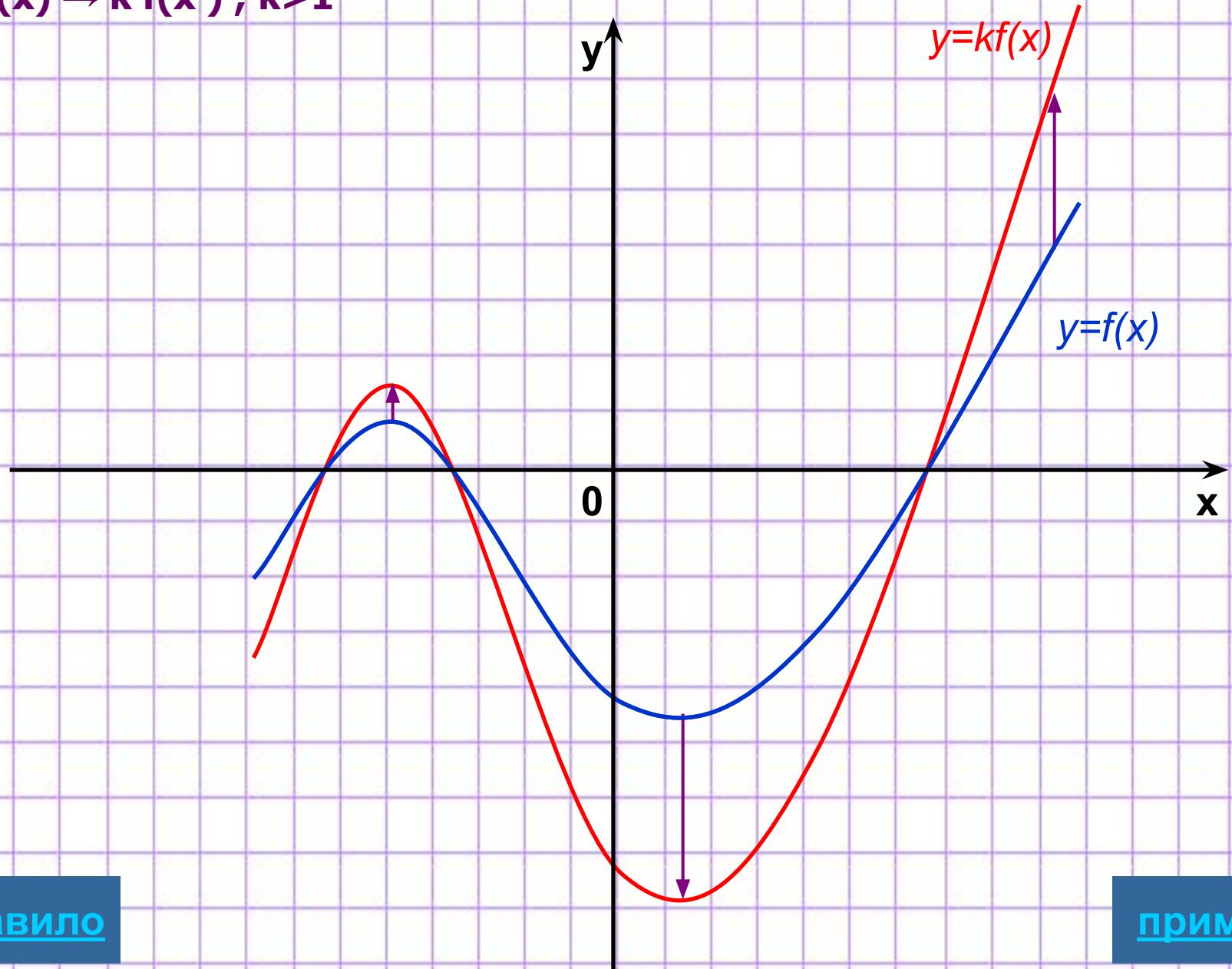
$f(x) \rightarrow f(-x)$



правило

пример

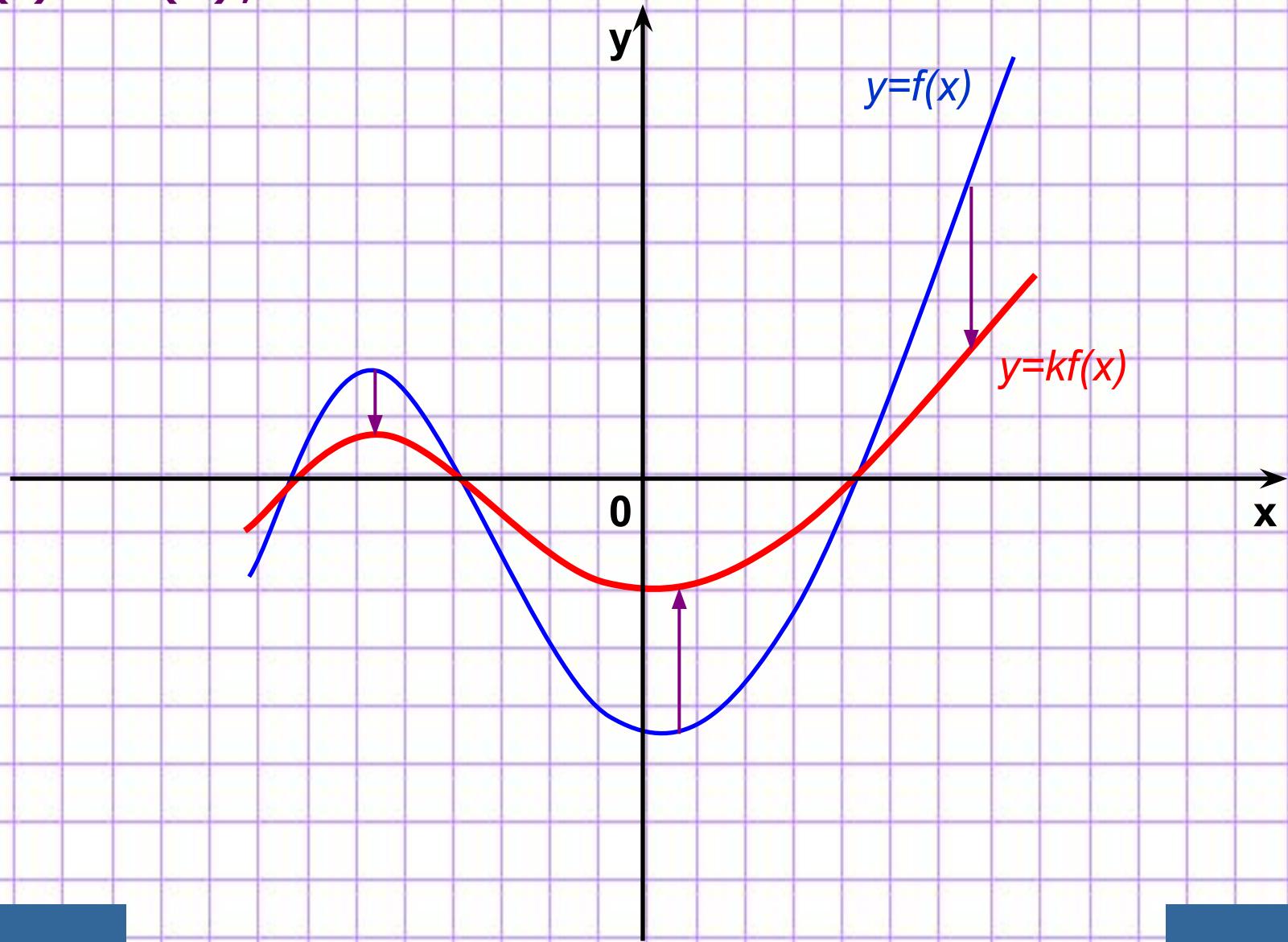
$f(x) \rightarrow k f(x)$  ;  $k > 1$



правило

пример

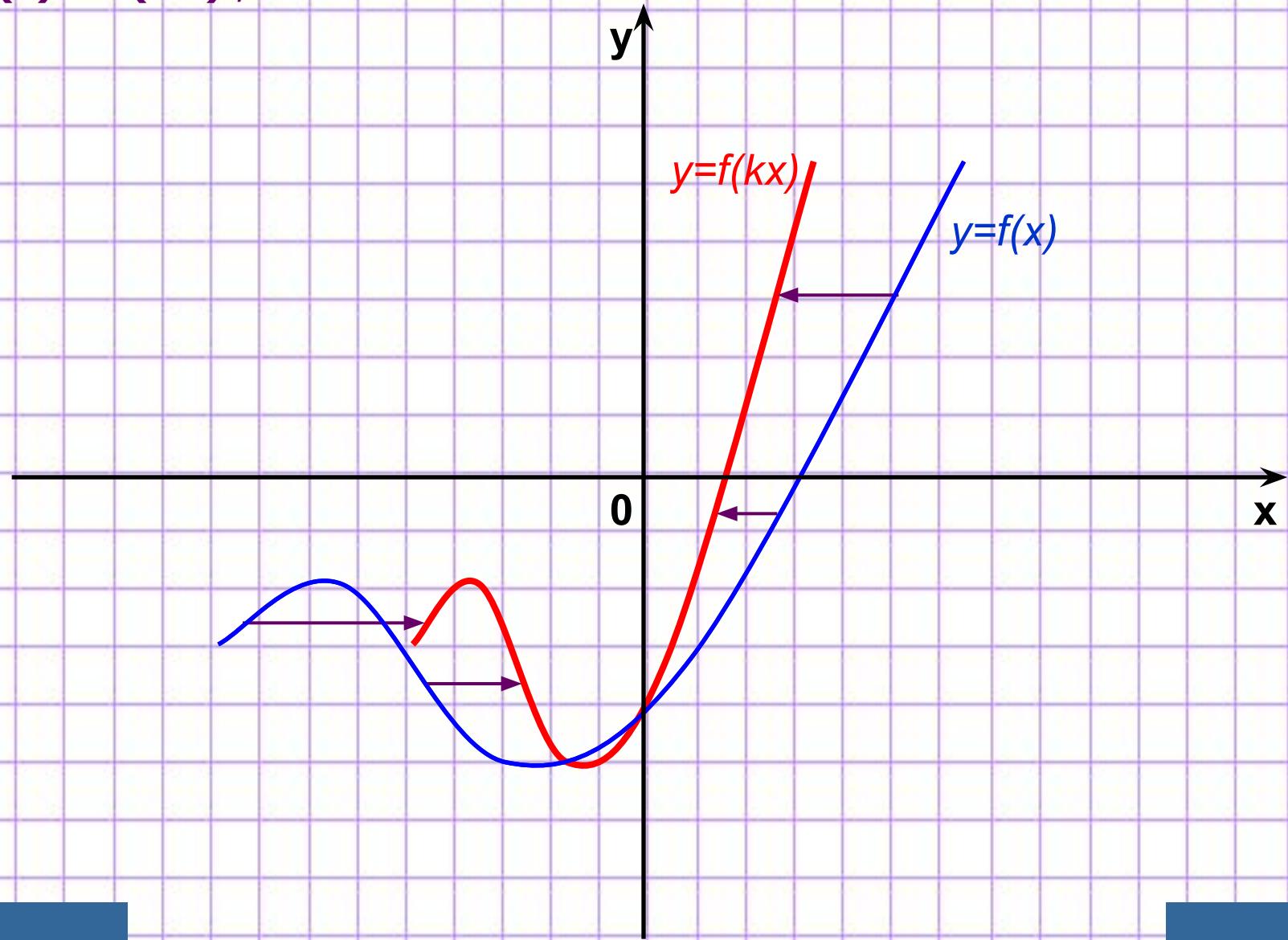
$f(x) \rightarrow k f(x)$  ;  $0 < k < 1$



правило

пример

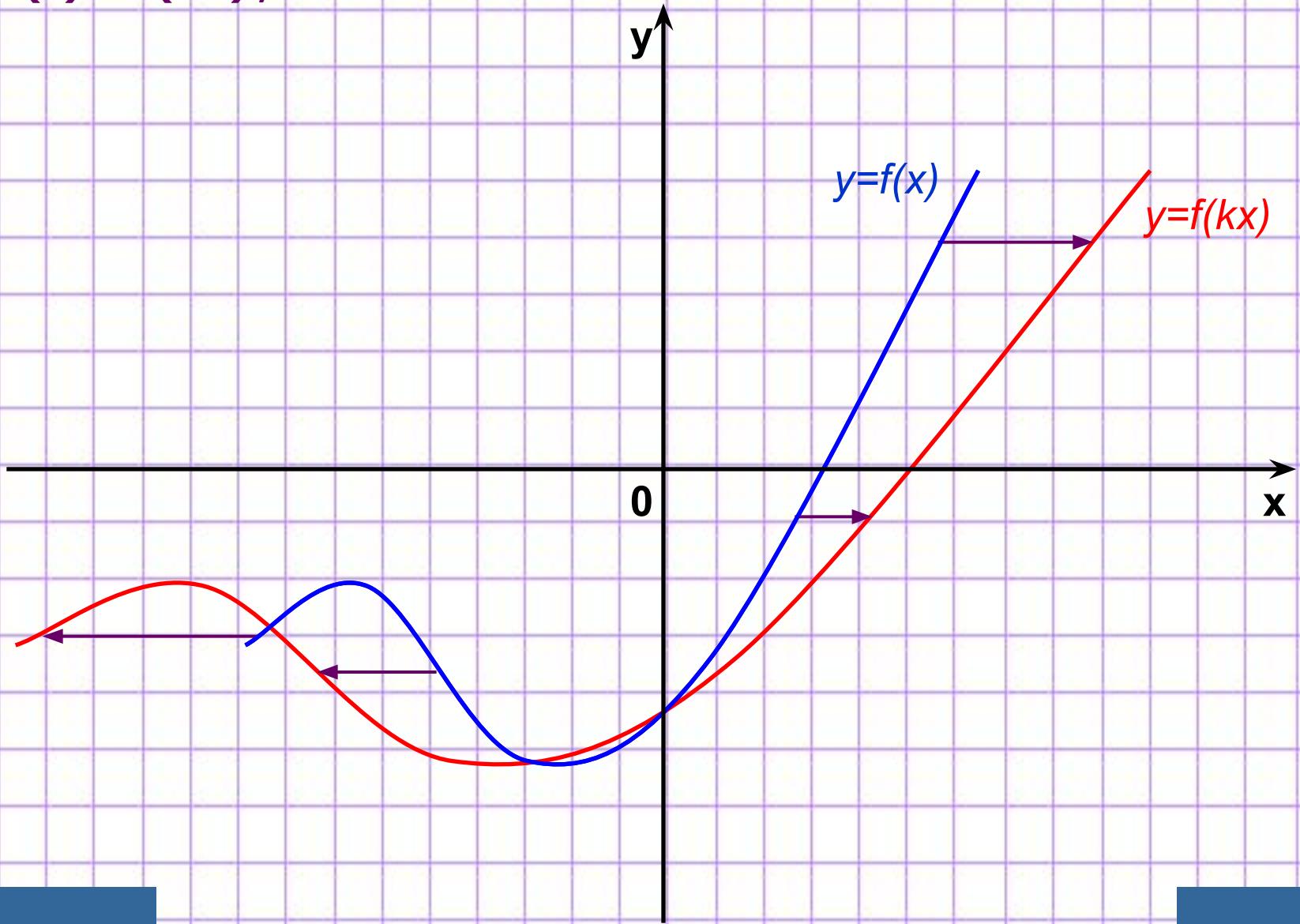
$f(x) \rightarrow f(kx)$  ;  $k > 1$



правило

пример

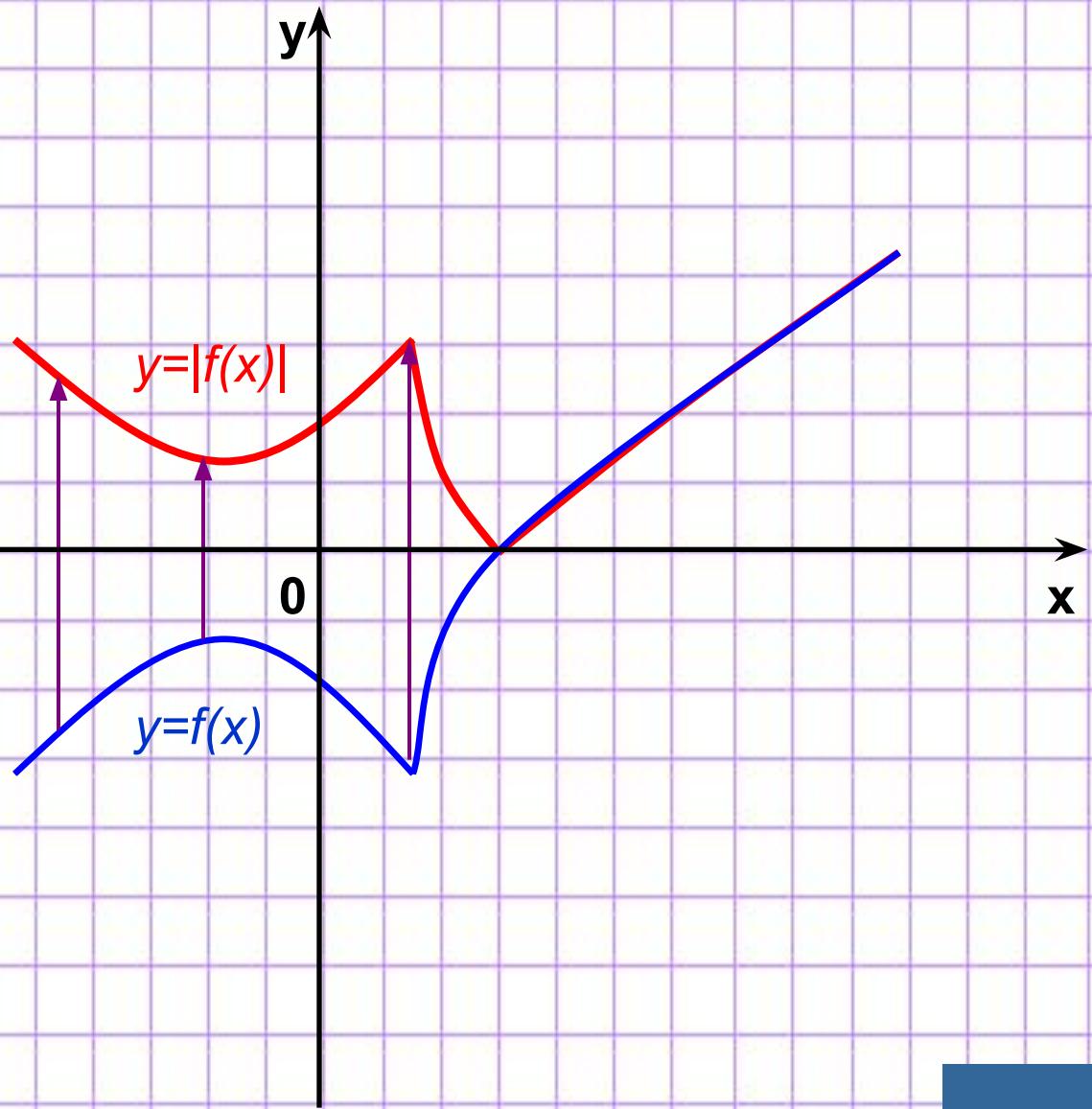
$f(x) \rightarrow f(kx)$ ;  $0 < k < 1$



правило

пример

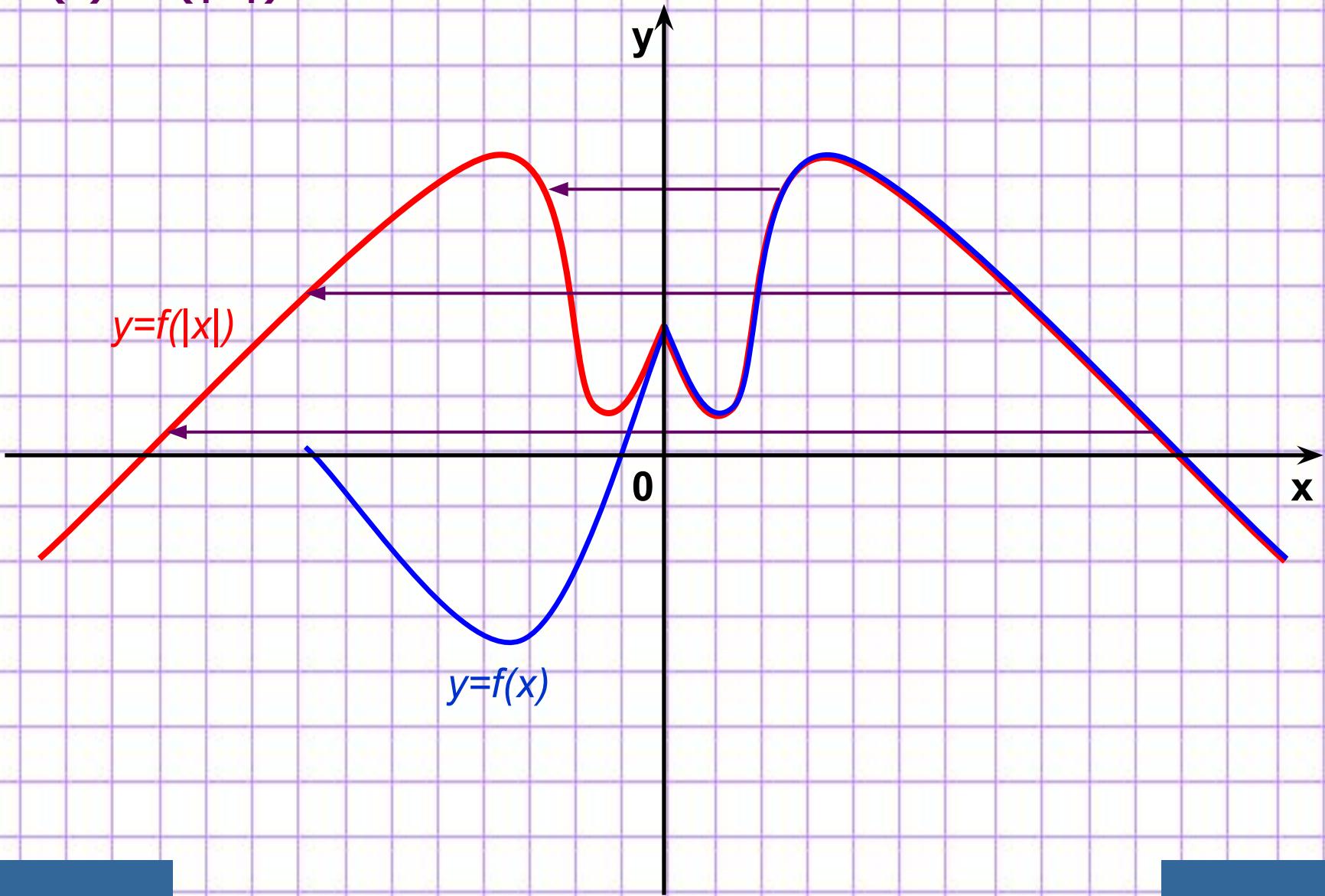
$f(x) \rightarrow |f(x)|$



правило

пример

$f(x) \rightarrow f(|x|)$



правило

пример

# Примеры построения графиков сложных функций

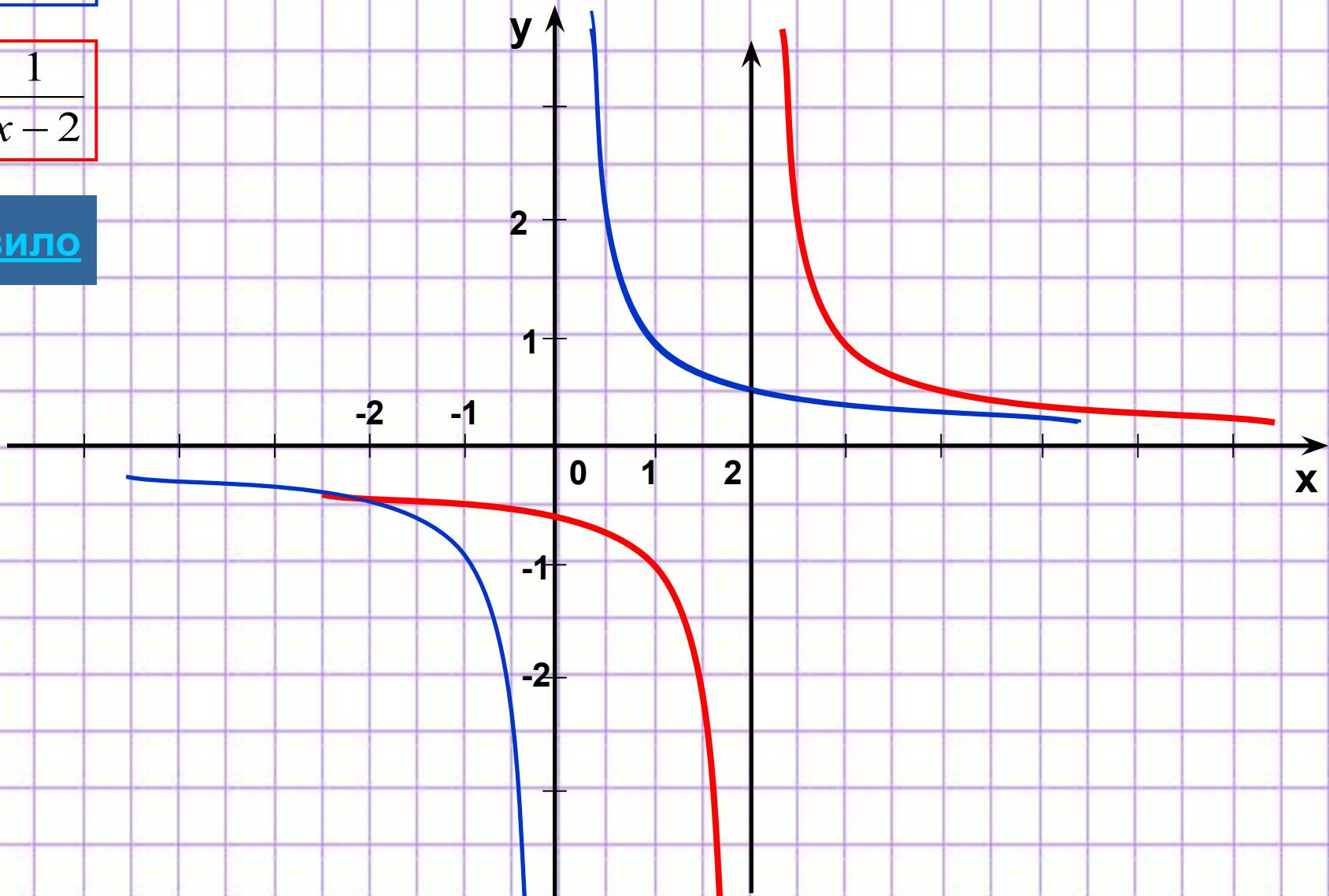
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x+a)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(x)+b$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(-x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=-f(x)$
- Построение графика функции Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика функции  $y=f(kx)$ ,  $0 < k < 1$
- Построение графика главление или Построение графика функции  $y=f(kx)$  Построение графика

# Параллельный перенос вдоль оси абсцисс

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x - 2}$$

правило

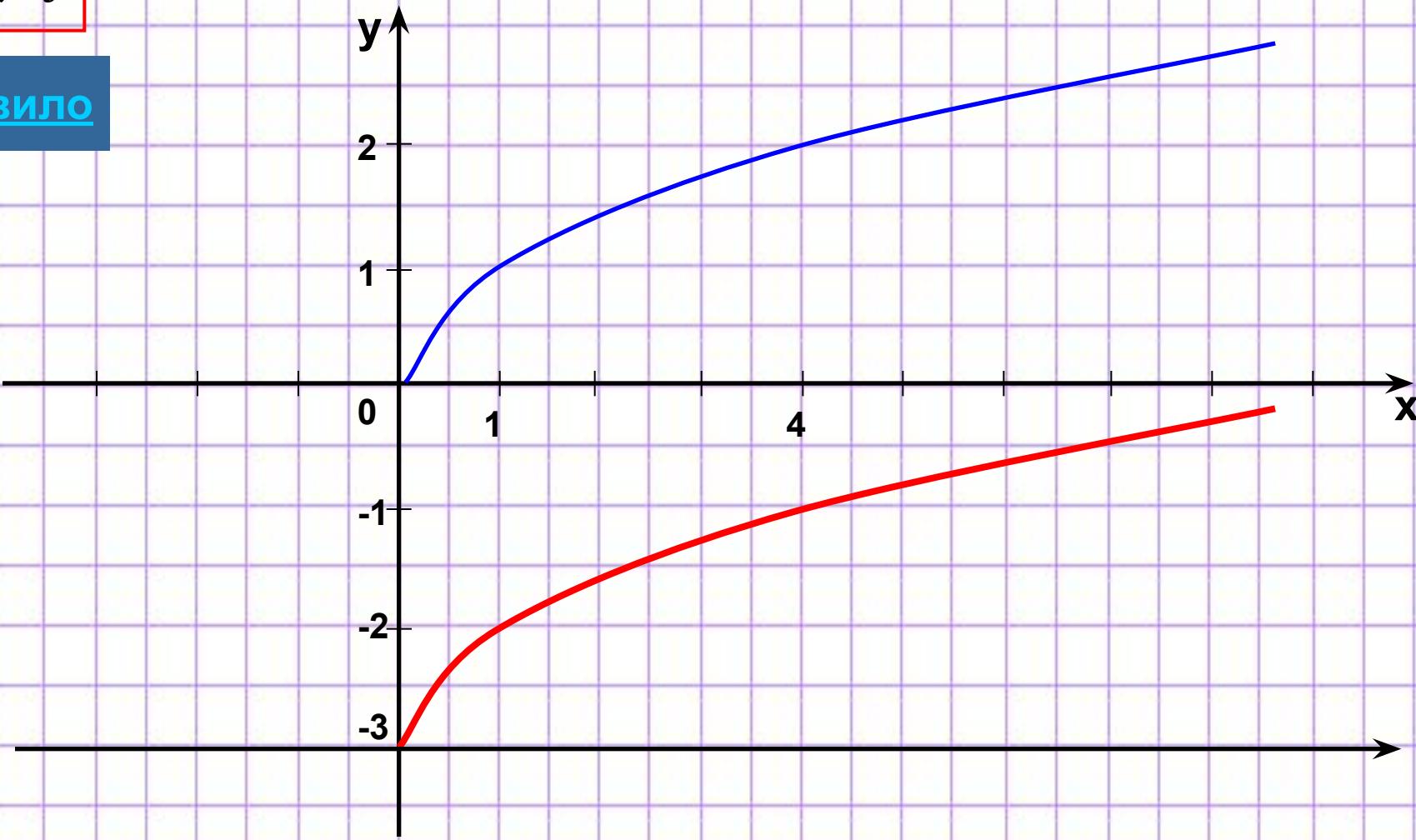


# Параллельный перенос вдоль оси ординат

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x} - 3$$

правило

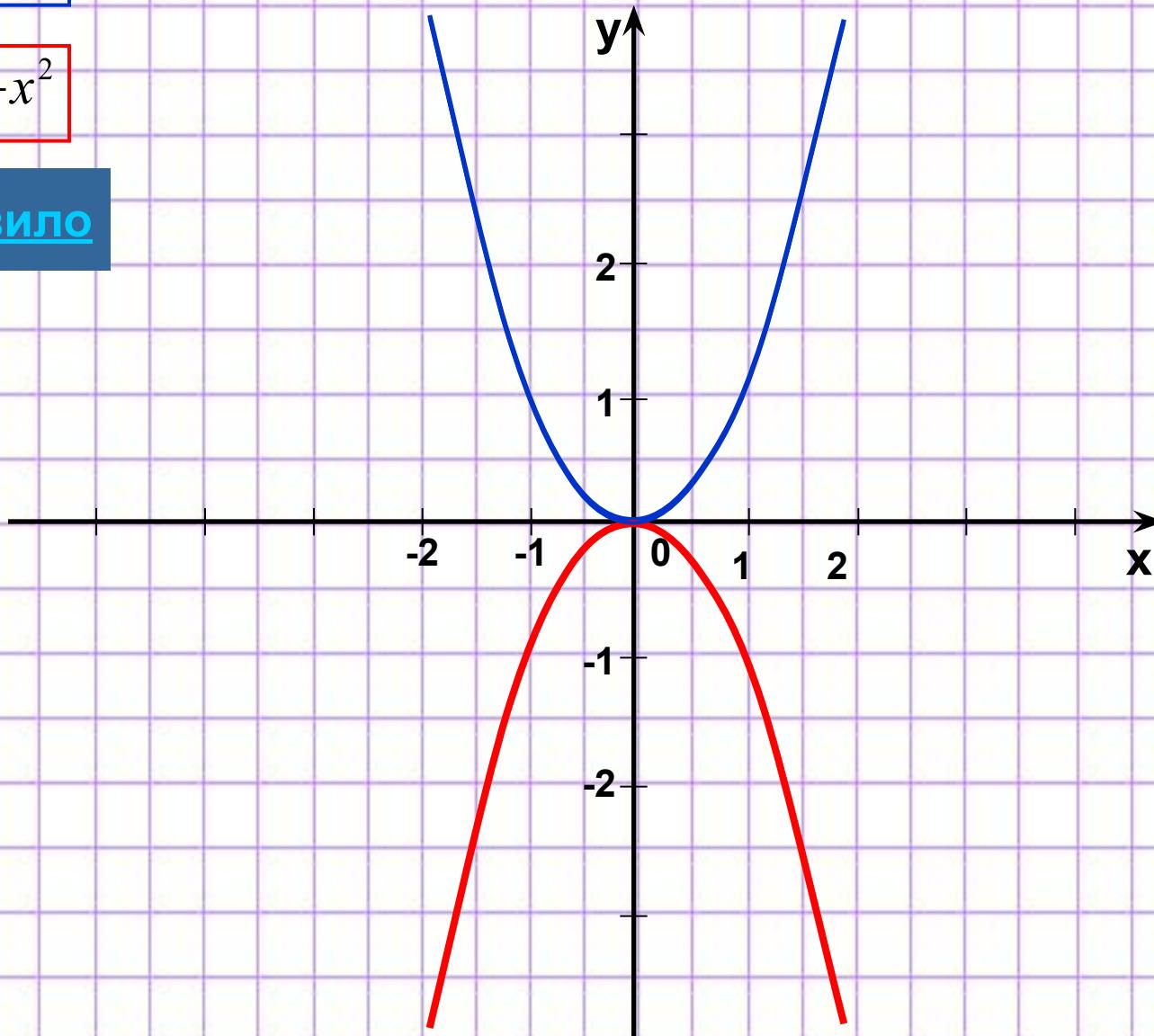


# Симметричное отображение относительно оси абсцисс

$$y = x^2$$

$$y = -x^2$$

правило

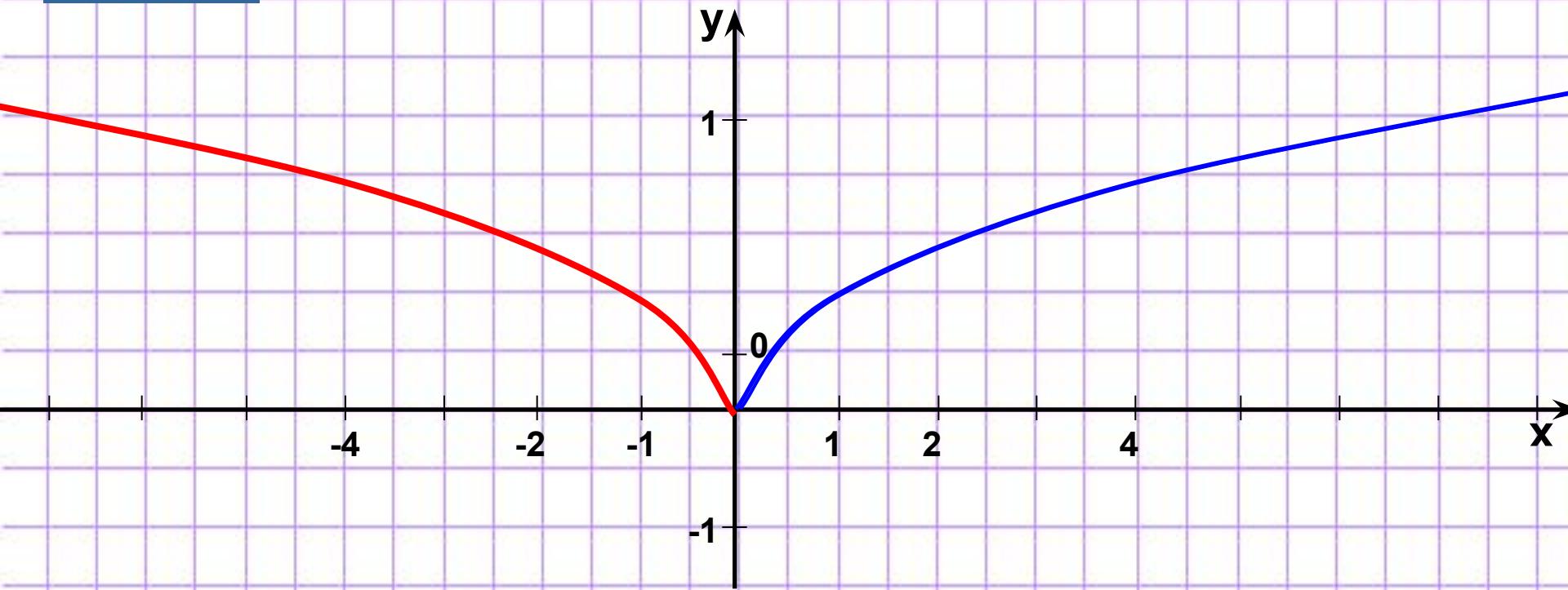


# Симметричное отображение относительно оси ординат

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{-x}$$

правило

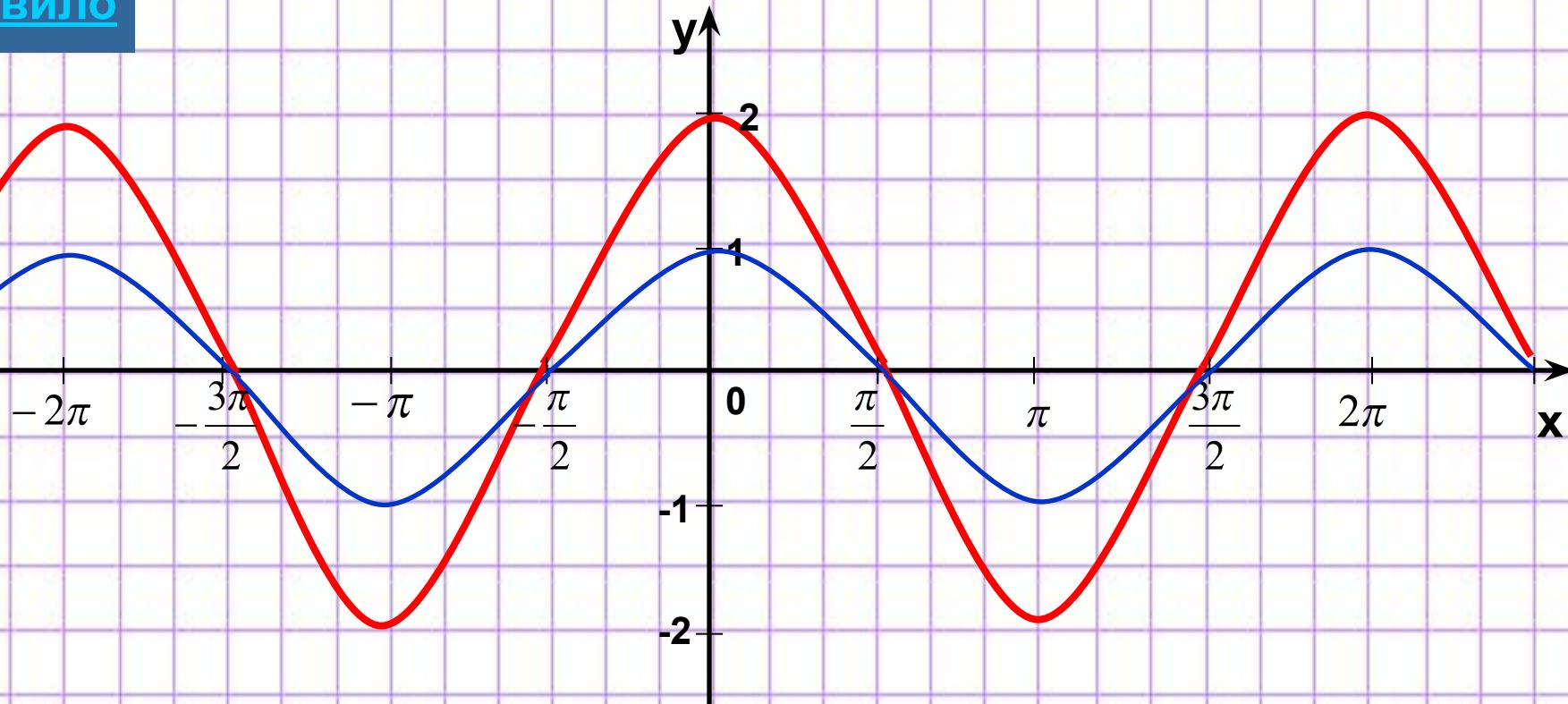


$y = \cos x$

$y = 2 \cos x$

правило

# Растяжение вдоль оси ординат



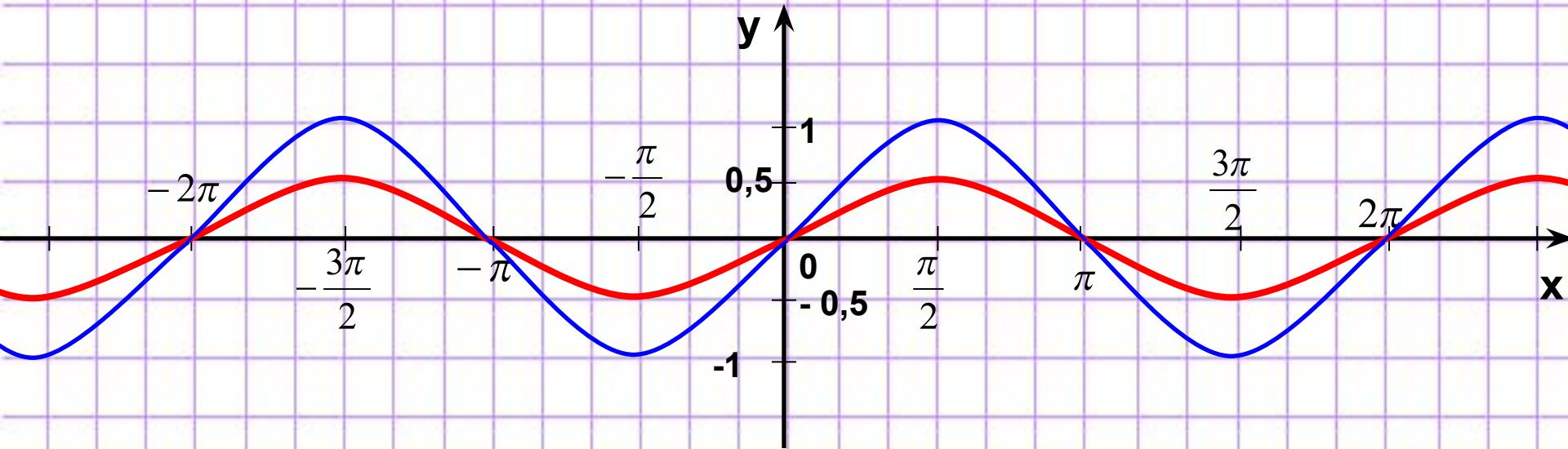
# Сжатие

## вдоль оси ординат

$$y = \sin x$$

$$y = 0,5 \sin x$$

правило

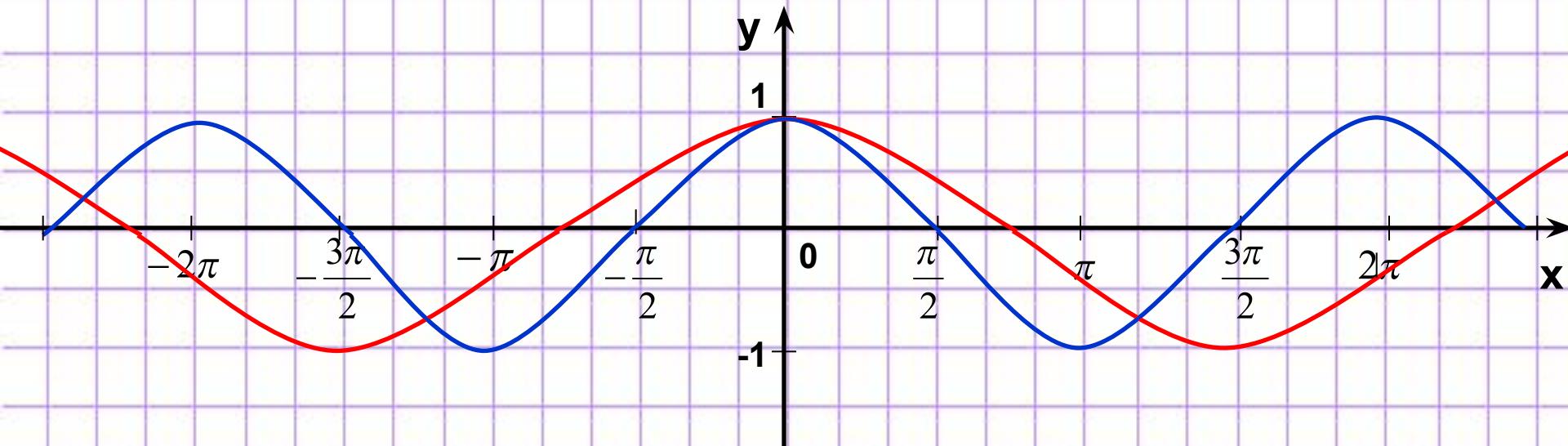


# Растяжение вдоль оси абсцисс

$$y = \cos x$$

$$y = \cos \frac{2}{3}x$$

**правило**

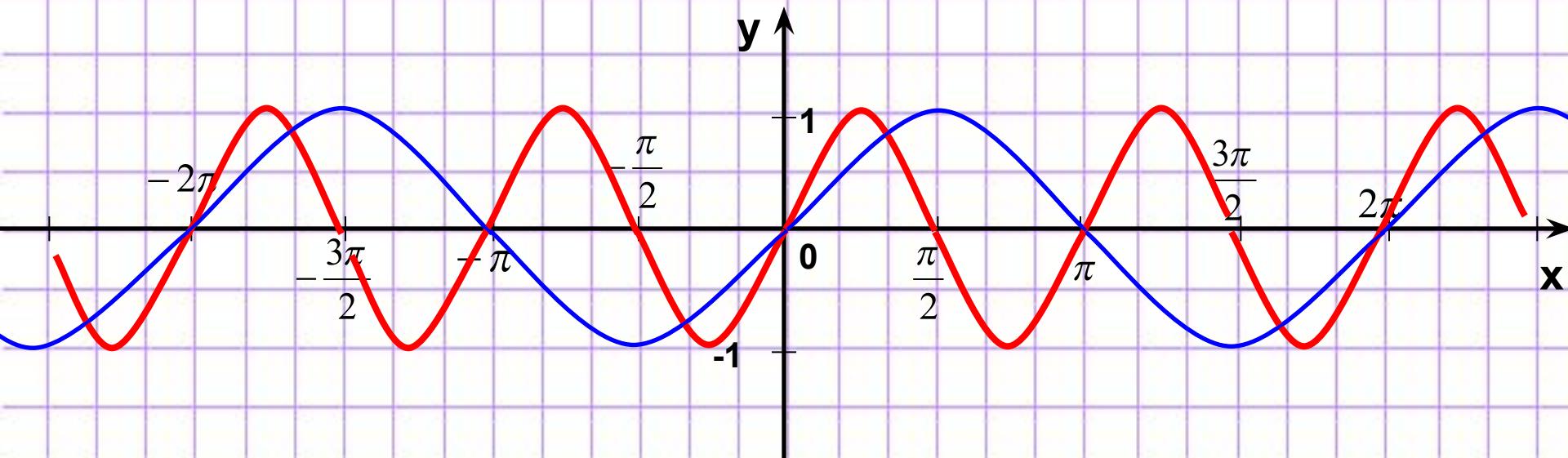


# Сжатие вдоль оси абсцисс

$$y = \sin x$$

$$y = \sin 2x$$

правило

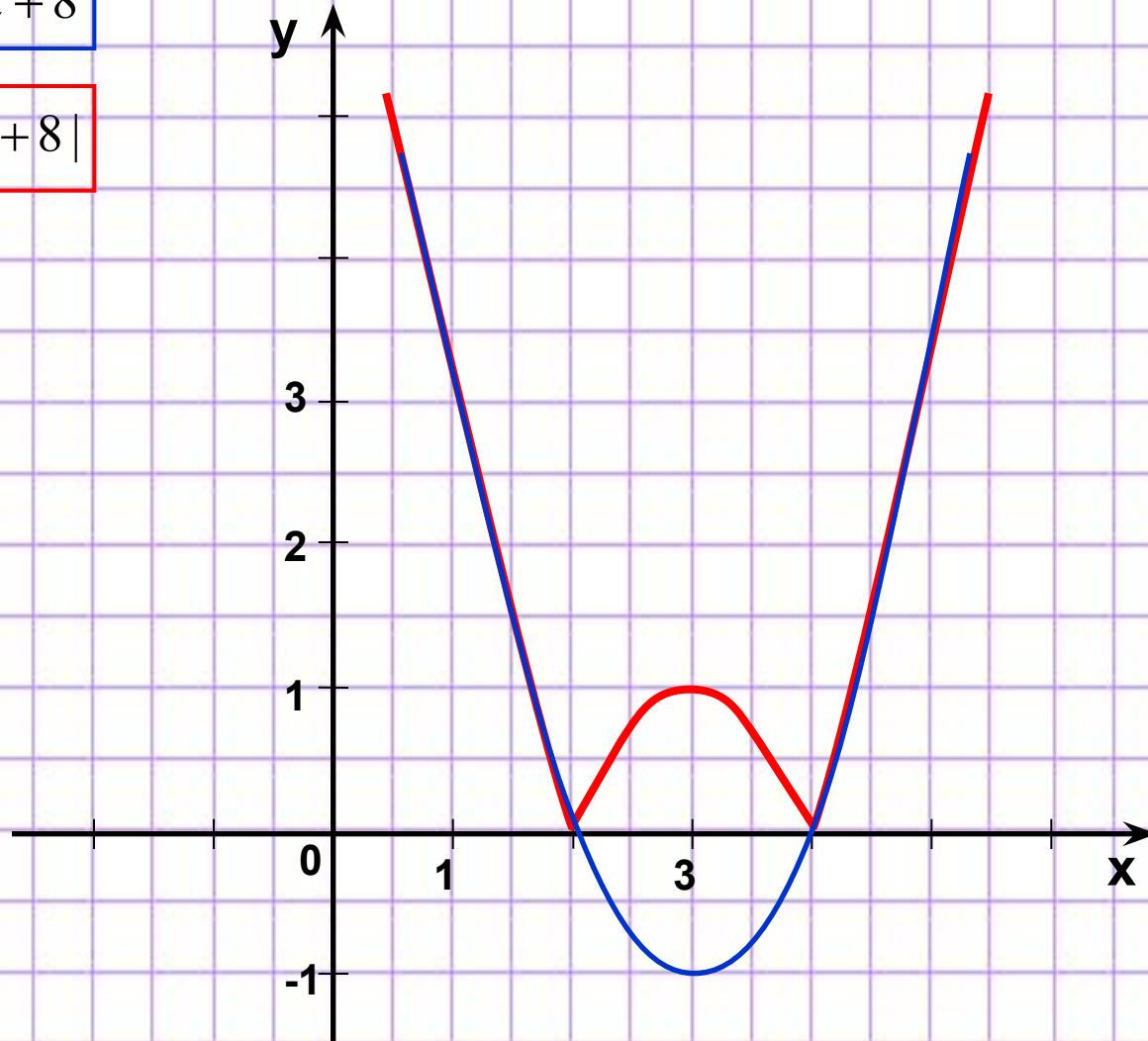


# Симметричное отображение нижней части графика

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$y = |x^2 - 6x + 8|$$

правило

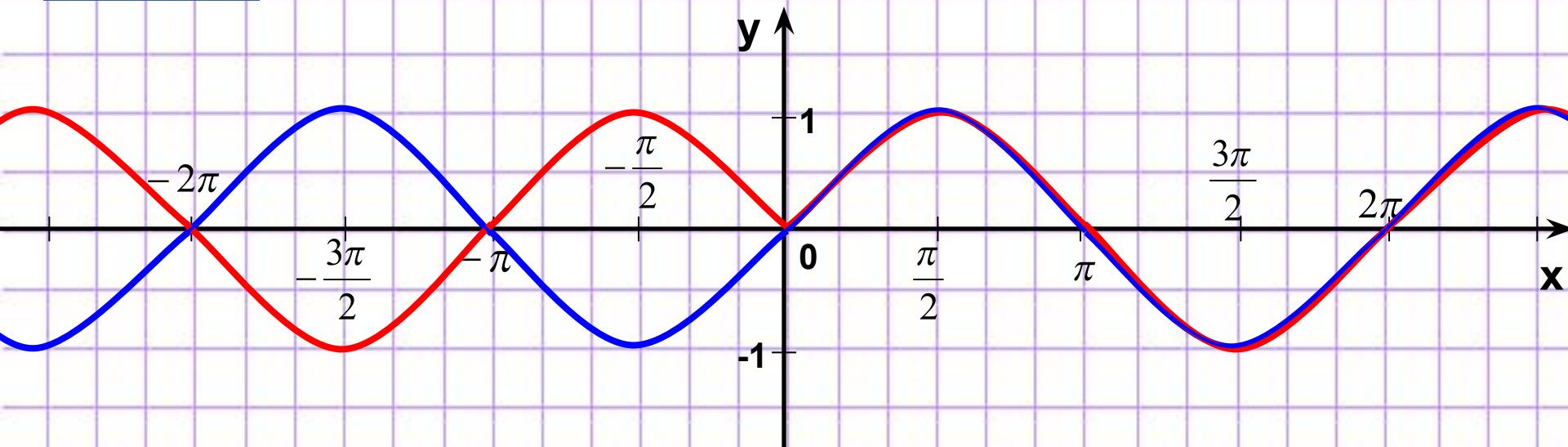


# Симметричное отображение правой части графика

$$y = \sin x$$

$$y = \sin |x|$$

**правило**



# Примеры построения графиков сложных функций

$$y = \cos 2x - 1,5$$

$$y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = |x^2 - 4| - 5$$

$$y = -\frac{6}{|x|-3}$$

$$x = (y-4)^3 + 2$$

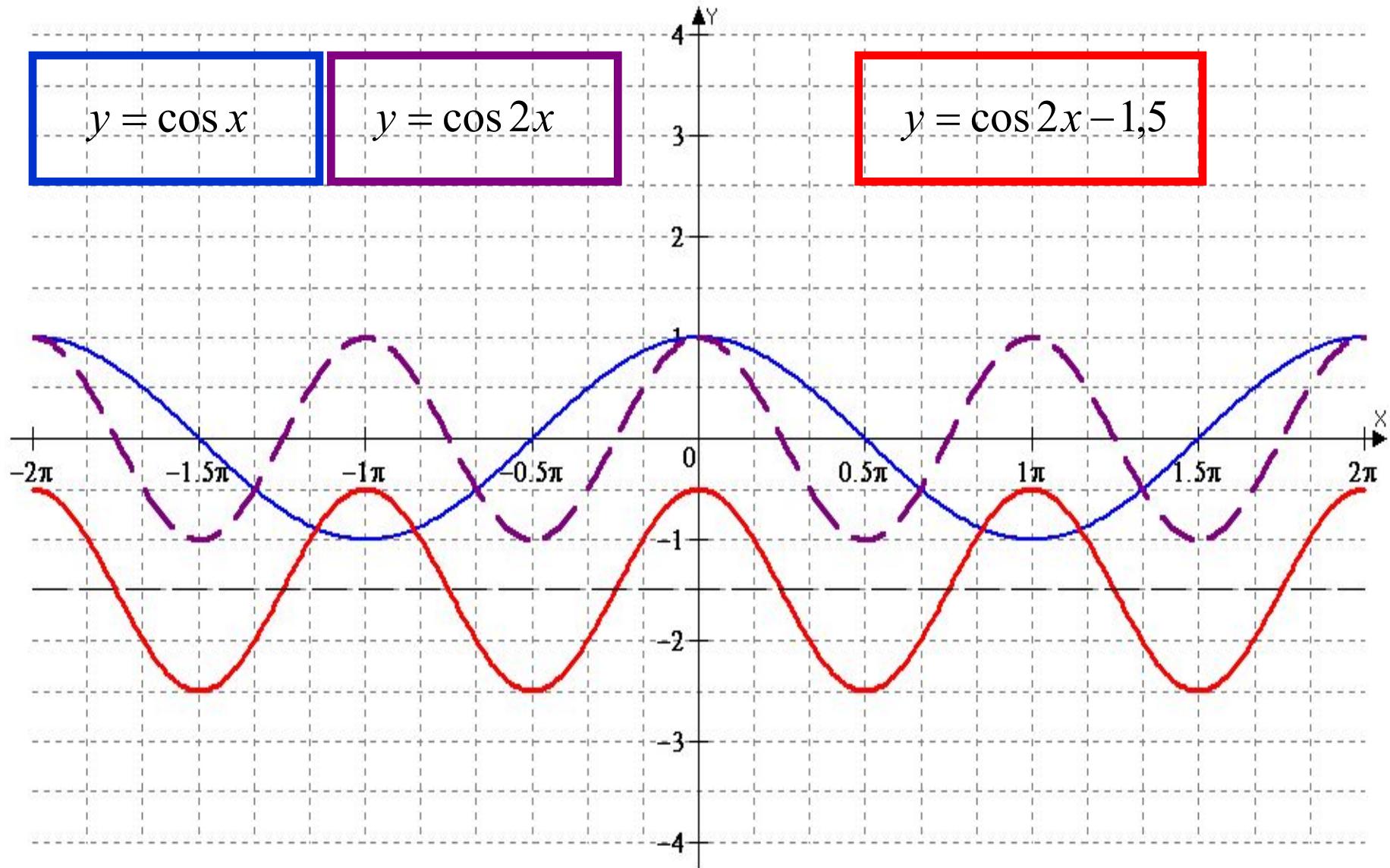
[оглавление](#)

$$y = \cos 2x - 1,5$$

$$y = \cos x$$

$$y = \cos 2x$$

$$y = \cos 2x - 1,5$$



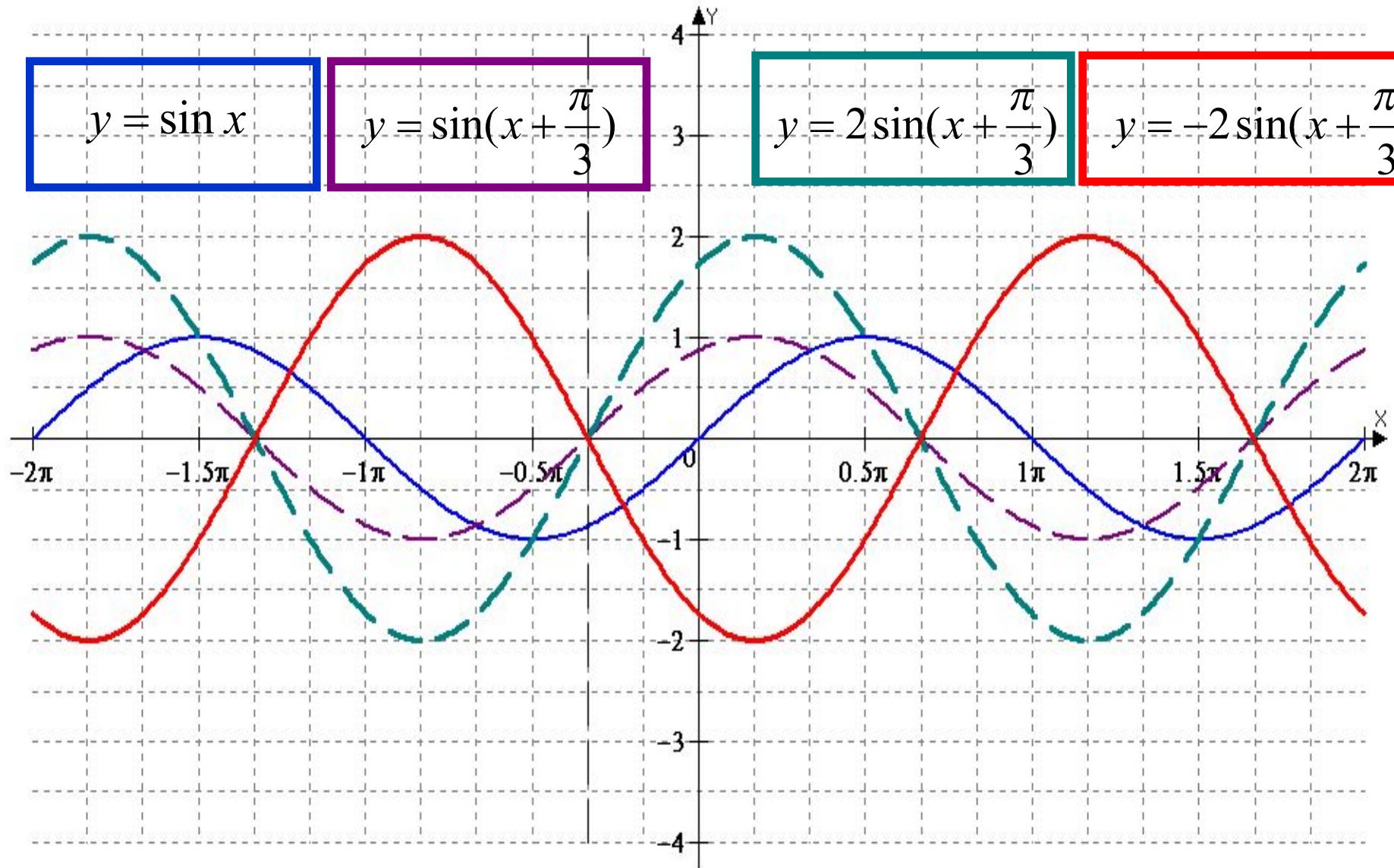
$$y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = \sin x$$

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$



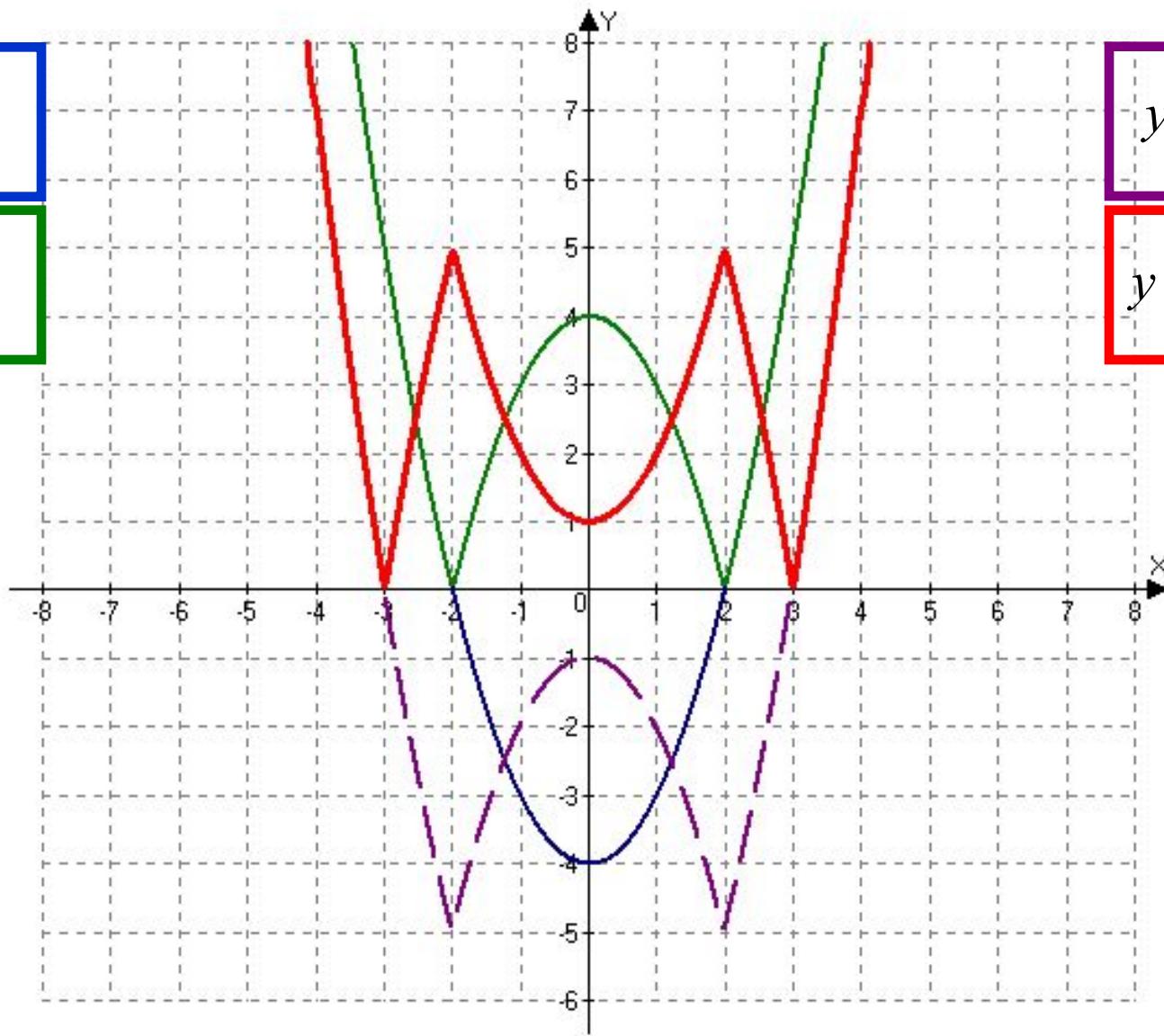
$$y = |x^2 - 4| - 5$$

$$y = x^2 - 4$$

$$y = |x^2 - 4|$$

$$y = |x^2 - 4| - 5$$

$$y = ||x^2 - 4| - 5|$$

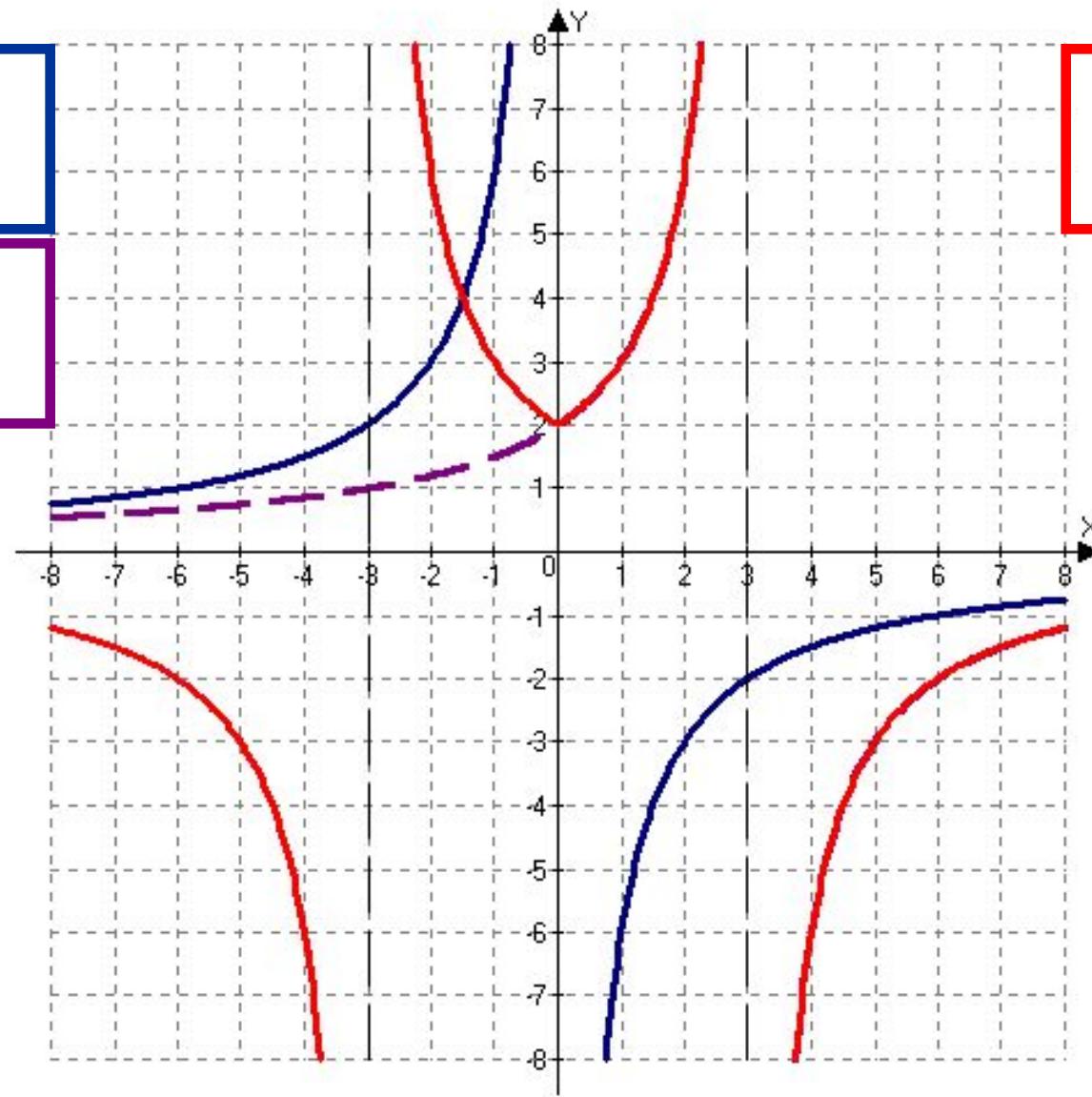


$$y = -\frac{6}{|x|-3}$$

$$y = -\frac{6}{x}$$

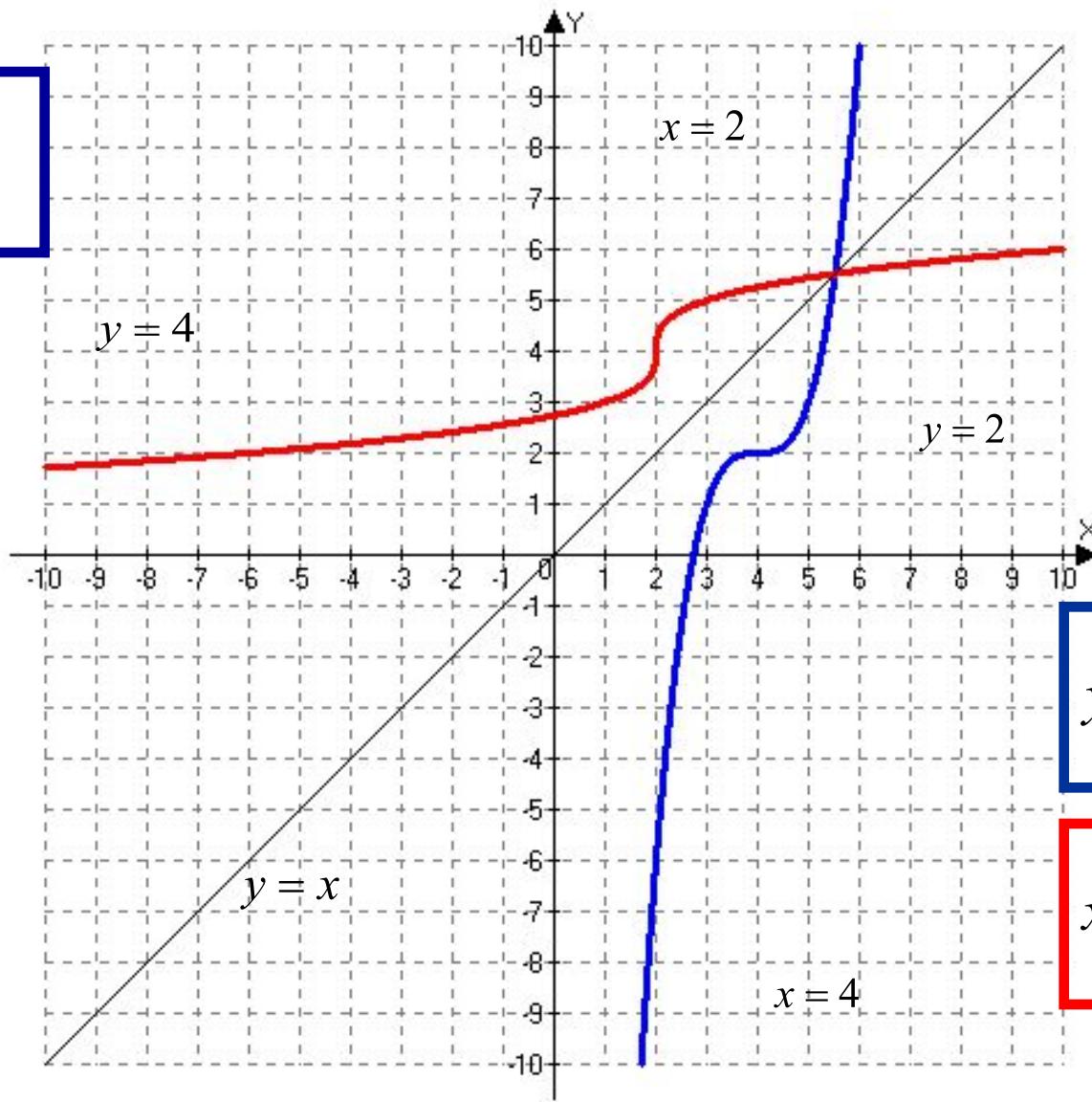
$$y = -\frac{6}{x-3}$$

$$y = -\frac{6}{|x|-3}$$



$$x = (y - 4)^3 + 2$$

$$y = x^3$$



$$y = (x - 4)^3 + 2$$

$$x = (y - 4)^3 + 2$$

