

Черкаський державний
технологічний університет

Дисципліна “Інформаційні технології аналізу систем”

Лекція 6



Тема: “Системи комп’
ютерної математики”

Викладач: Герасименко І.В.



Питання:

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.
2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.
3. Задачі математичного аналізу та їх розв'язування засобами СКМ.
4. Графічна візуалізація обчислень в СКМ.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



У доповіді академіка А. П. Єршова "Комп'ютеризація школи і математична освіта" на 6-му Міжнародному конгресі з математичної освіти в Будапешті в серпні 1988р. визначено основні напрями впливу інформатики та інформаційних технологій на математичну науку і освіту, серед яких виділимо наступні:



1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.

Інформатика та ІТ для математики

Значне розширення математичної практики

Зміна номенклатури математичних знань

Обчислювальний експеримент

Візуалізація абстракцій

Динамізація математичних об'єктів

Становлення структур із хаосу

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



1. Значне розширення математичної практики.

Побудова знакових систем, схематизація конкретних об'єктів шляхом виділення їх властивостей, атрибутів і відношень, побудова моделей, дидукція, редукція та рекурсивне мислення, виділення і підтримка різних рівнів абстракції, прогнорзування поведінки, аналіз законів і правил, нарешті, конструювання великої кількості алгоритмів та їх оцінка – все це стає засобами сучасної інтелектуальної діяльності, основою математичної та інформаційної культури людини.

Комп'ютеризація є засобом і виявленням експансії математичних знань.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



2. Зміна номенклатури математичних знань.

Через побудову інформаційних моделей та їх програмування в змістову частину математики входять абстракції людської діяльності, відтворюються властивості штучних і живих (біологічних і соціотехнічних) систем. Підсилюється роль і місце дискретної математики. З'являються розділи дискретного аналізу, які певною мірою паралельні класичному математичному аналізу. На перший план виходить вивчення зв'язку між дискретним і неперервним. Виникають нові прийоми математичної роботи, наприклад, автоматизоване доведення теорем.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



3. Обчислювальний експеримент з математичною моделлю.

Його значення в інженерній практиці і його практична сутність як нового методу пізнавальної діяльності в навчальному процесі загальновідома. Але слід підкреслити, що останнім часом обчислювальний експеримент стає джерелом і чисто математичних відкриттів.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



4. Візуалізація абстракцій.

Візуальне сприйняття людини є одним з основних джерел та інструментів, які дозволяють робити відкриття. Можливість синтезувати зображення за допомогою комп'ютера допомагає здійснювати науковий пошук. Інтелектуальна комп'ютерна графіка – це образи, породжені абстрактним знанням, що оживляються за допомогою комп'ютера завдяки зусиллям вченого і програміста.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



5. Динамізація математичних об'єктів.

Використання комп'ютера із його засобами візуалізації і обчислень дає можливість одержати із статичного математичного співвідношення найрізноманітніші траєкторії розвитку динамічного процесу як у часі, так і в просторі, збагачуючи досвід людини, її інтуїцію, здатність до прогнозування.

1. Вплив інформатики та інформаційних технологій на математичну науку.



6. Становлення структур з хаосу.

Серед математичних експериментів і їх візуалізації за допомогою комп'ютера, особливої уваги заслуговують експерименти, спостереження за становленням регулярних структур із початкового хаосу. Методи математики поширюються на широкий клас природних явищ: рух материків, формування берегової лінії, гірські ландшафти, малюнок полярного саява, формоутворювання у рослин, колір тварин, розвиток конфліктів і виникнення криз. Все це є результатом застосування теорії фракталів, синергетики і нелінійної математики.

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



- виконання операцій над векторами і матрицями;
- виконання операцій над многочленами;
- розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad Professional - [st1]

File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

Приклади введення матриць

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 9 & -8 & 7 \end{pmatrix}$$

$A_{0,0} = 1$ $A_{2,1} = -8$

$A_{3,3} = \blacksquare$

Value of subscript or superscript is too big (or too small) for this array.

ORIGIN := 1

$$B_{1,1} := 100 \quad B_{1,2} := -20 \quad B_{2,1} := 35 \quad B_{2,2} := 40$$
$$B = \begin{pmatrix} 100 & -20 \\ 35 & 40 \end{pmatrix}$$

Matrix

- $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ \times_n \times^{-1}
- $|\times|$ $\vec{f}(\vec{M})$ $M^{\langle \rangle}$
- M^T $m..n$ $\hat{u} \cdot \hat{v}$
- $\hat{u} \times \hat{v}$ $\sum u$ $\frac{d}{dx}$

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



```
Mathcad Professional - [st2]
File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help
+ Заповнення матриць за допомогою ранжованих змінних
ORIGIN := 1
i := 1..3    j := 1..3
M1i,j := 0      M1 =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  - нульова матриця
M2i,j := if(i = j, 1, 0)  M2 =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  - одинична матриця
M3i,j := i3 + j2      M3 =  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 10 \\ 9 & 12 & 17 \\ 28 & 31 & 36 \end{pmatrix}$  - спеціальна матриця
```

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Матричні оператори

Оператор	Введення	Призначення
$-M$	$-M$	Зміна знаків елементів матриці на протилежні
$Z * M, M * Z$	$Z * M, M * Z$	Множення матриці M на скаляр Z
$M * V$	$M * V$	Множення матриці M на вектор V
$M_1 * M_2$	$M_1 * M_2$	Множення матриць M_1 і M_2
$\frac{M}{Z}$	M / Z	Ділення матриці M на скаляр Z
M^{-1}	M^{-1}	Обчислення оберненої матриці до матриці M
M^n	M^n	Піднесення матриці M до n -го ступеня
$ M $	$ M $	Обчислення визначника матриці M
M^T	$M \text{ Ctrl } !$	Транспонування матриці M
$M^{<n>}$	$M \text{ Ctrl } ^n$	Виділення n -го стовпчика матриці M
$M_{m,n}$	$M [(m, n)]$	Виділення елемента (m, n) матриці M
\bar{M}	$M \gg$	Отримання комплексно-спряженої матриці до матриці M

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Матричні оператори

Оператор	Введення	Призначення
$-M$	$-M$	Зміна знаків елементів матриці на протилежні
$Z * M, M * Z$	$Z * M, M * Z$	Множення матриці M на скаляр Z
$M * V$	$M * V$	Множення матриці M на вектор V
$M_1 * M_2$	$M_1 * M_2$	Множення матриць M_1 і M_2
$\frac{M}{Z}$	M / Z	Ділення матриці M на скаляр Z
M^{-1}	M^{-1}	Обчислення оберненої матриці до матриці M
M^n	M^n	Піднесення матриці M до n -го ступеня
$ M $	$ M $	Обчислення визначника матриці M
M^T	$M \text{ Ctrl } !$	Транспонування матриці M
$M^{<n>}$	$M \text{ Ctrl } ^n$	Виділення n -го стовпчика матриці M
$M_{m,n}$	$M [(m, n)]$	Виділення елемента (m, n) матриці M
\bar{M}	$M \gg$	Отримання комплексно-спряженої матриці до матриці M

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Матричні оператори:

- identity(n)** – створює одиничну квадратну матрицю порядку n ;
- diag(V)** – створює діагональну матрицю, головною діагоналлю якої є вектор V ;
- cols(M)** – визначає кількість стовпців матриці M ;
- rows(M)** – визначає кількість рядків матриці M ;
- rank(M)** – обчислює ранг матриці M ;
- tr(M)** – обчислює слід (суму діагональних елементів) квадратної матриці M ;
- mean(M)** – обчислює середнє значення елементів масиву;

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



csort(M , n) – переставляє рядки матриці M таким чином, що відсортованим стає n -ий стовпчик;

rsort(M , n) – переставляє стовпці матриці M таким чином, що відсортованим стає n -ий рядок;

rref(M) – повертає спеціальну форму матриці M (у вигляді східців) і використовується для розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса;

eigenvals(M) – знаходження власних значень матриці M ;

submatrix (A , ir , jr , ic , jc) – створює підматрицю, яка складається з усіх елементів, які містяться в рядках з ir по jr та стовпців з ic по jc ;

matrix (m , n , f) – створює матрицю, в якій (i, j) -й елемент дорівнює $f(i, j)$, де $i=0, 1, \dots, m$, $j=0, 1, \dots, n$, $f(i, j)$ – деяка функція.

Приклади використання матричних операторів

Задання матриці A: $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Множення матриці A на число 3: $3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 18 \end{pmatrix}$

Транспонування матриці A: $B := A^T \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

Задання квадратної матриці C і знаходження її визначника: $C := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad |C| = 5$

Знаходження матриці D, оберненої до матриці C: $D := C^{-1} \quad D = \begin{pmatrix} 0.6 & -0.4 \\ 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$

Додавання матриць C і D: $C + D = \begin{pmatrix} 1.6 & 1.6 \\ -0.8 & 3.2 \end{pmatrix}$

Множення матриць C і D: $C \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Множення матриць A і C: $A \cdot C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

The number of rows and/or columns in these arrays do not match.



2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad Professional - [st5]

File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

Розв'язування матричних рівнянь виду $Ax=X=B$

Задання початкових матриць A і B : $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Розв'язування:

Перевірка на існування розв'язку: $|A| = -66$

$X := A^{-1} \cdot B$ +

Відповідь: $X = \begin{pmatrix} 0.167 \\ 0.848 \\ 0.439 \end{pmatrix}$ Перевірка: $B := A X$ $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad Professional - [st6]

File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

Розв'язування систем лінійних рівнянь

Задання початкових матриць A і B: $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Розв'язування:

Перевірка на існування розв'язку: $|A| = -66$

$X := \text{lsolve}(A, B)$

Відповідь: $X = \begin{pmatrix} 0.167 \\ 0.848 \\ 0.439 \end{pmatrix}$ Перевірка: $B := A X$ $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad Professional - [st8]

File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

Символьні перетворення матриць

$$\left| \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \right| \rightarrow a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-a_{22}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} & \frac{a_{12}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \\ \frac{a_{21}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} & \frac{-a_{11}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

Symbolic

→	▪ →	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
$m^T \rightarrow$	$m^{-1} \rightarrow$	$ m \rightarrow$
explicit		...

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad - [Untitled: 2]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

$x = \int \frac{d}{dx} < \frac{d}{dx} \alpha \beta$ My Site

Розв'язування рівнянь виду $f(x)=0$

$P(x) := x^2 - 5x + 6$

$x := 1$
 $r1 := \text{root}(P(x), x)$
 $r1 = 2$

$x := 2.5$

$r2 := \text{root}(P(x), x)$
 $r2 = 3$

$r0 := \text{root}(P(x), x, 1, 3)$
 $r0 = 3$

Press F1 for help. AUTO NUM Page 1

X-Y Trace

X-Value 2.0061 Copy X

Y-Value -0.0060983 Copy Y

Y2-Value Copy Y2

Track data points

Close

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



The screenshot shows the Mathcad software interface. The title bar reads "Mathcad - [Untitled: 3]". The menu bar includes "File", "Edit", "View", "Insert", "Format", "Tools", "Symbolics", "Window", and "Help". The toolbar contains various mathematical symbols and functions. The main workspace displays the following content:

$$P(x) := x^2 - 5x + 6$$
$$v := P(x) \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$r := \text{polyroots}(v)$$
$$r = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad +$$

The status bar at the bottom indicates "Press F1 for help." and shows the "AUTO" mode.

3. Задачі математичного аналізу та їх розв'язування засобами СКМ.



Mathcad - [Untitled: 8]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

My Site

Розв'язування систем рівнянь

$$f1(x) := 1 - x$$
$$f2(x) := 3 + x$$

$x := 1 \quad y := 1$

Given

$$x + y = 1$$
$$x - y = 3$$

$z := \text{Find}(x, y)$

$$z = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

X-Y Trace

X-Value: -1.02

Y-Value: 2.02

Y2-Value:

Track data points

Press F1 for help. AUTO NUM Page 1

2. Задачі лінійної алгебри та їх розв'язування засобами СКМ.



The screenshot shows the Mathcad software interface. The title bar reads "Mathcad - [Untitled: 9]". The menu bar includes "File", "Edit", "View", "Insert", "Format", "Tools", "Symbolics", "Window", and "Help". The toolbar contains various mathematical symbols and functions. The main workspace contains the following text:

```
x := 1    y := 1  
  
Given  
  
x + y = 1  
x - y = 3  
  
t := Minerr(x, y)  
  
t =  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  +
```

At the bottom of the window, there is a status bar with the text "Press F1 for help." and "AUTC".

1. Характеристика основних класів систем комп'ютерної математики.



Математичний аналіз:

- виконання арифметичних операцій і обчислення значень алгебраїчних функцій;
- обчислення значень тригонометричних і гіперболічних функцій та обернених до них функцій;
- виконання логічних операцій і обчислення значень булевих функцій;
- аналітичне і чисельне диференціювання;
- пошук екстремумів функцій від однієї і багатьох змінних;
- аналітичне і чисельне інтегрування;

1. Характеристика основних класів систем комп'ютерної математики.



Математичний аналіз:

- розв'язування задач інтерполювання функцій;
- робота з функціями з комплексними аргументами;
- обчислення спеціальних математичних функцій;
- розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та їх систем.

Прошу запитання



8(0472) 730271



herasymenkoinna@gmail.com

Дякую за увагу!