

Все о четырехугольниках (теория)

*Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики
Коми
Мишариной Альбиной Геннадьевной*

Содержание



- Определения
- Параллелограмм
 - а) Свойства параллелограмма
- Прямоугольник, ромб, квадрат
 - а) Свойства прямоугольника, ромба, квадрата
- Трапеция (определения, виды)
 - а) Свойства трапеции
- Свойства вписанных и описанных четырёхугольников
- **Формулы площадей**
 - а) прямоугольника и квадрата
 - б) параллелограмма
 - в) ромба
 - г) трапеции
 - д) произвольного четырёхугольника

Определения



- **Четырёхугольник** – это многоугольник с четырьмя вершинами и четырьмя сторонами
- **Соседние вершины** – вершины, являющиеся концами одной из сторон четырёхугольника
- **Противолежащие вершины** – вершины не являющиеся соседними
- **Диагонали четырёхугольника** – отрезки, соединяющие противолежащие вершины.
- **Соседние стороны** – стороны, исходящие из одной вершины.
- **Противолежащие стороны** – стороны, не являющиеся соседними.
- **Периметр** – сумма длин всех сторон четырёхугольника.



Параллелограмм

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.



Свойства параллелограмма

1. Противоположные стороны параллелограмма равны
2. Противоположные углы параллелограмма равны
3. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

Утверждения, обратные свойствам **1 - 3**, являются **признаками параллелограмма**, т.е.

- **если противоположные стороны четырёхугольника равны, то этот четырёхугольник - параллелограмм**

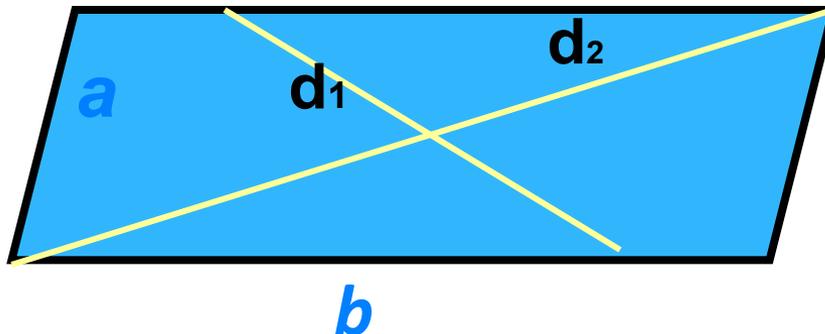


Свойства параллелограмма

4. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна удвоенной сумме квадратов его сторон.

т.е.

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$



Прямоугольник, ромб, квадрат

Прямоугольник - это параллелограмм, у которого все углы прямые

Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

Квадрат – это ромб, у которого все углы прямые.



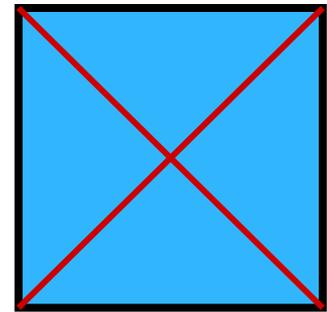
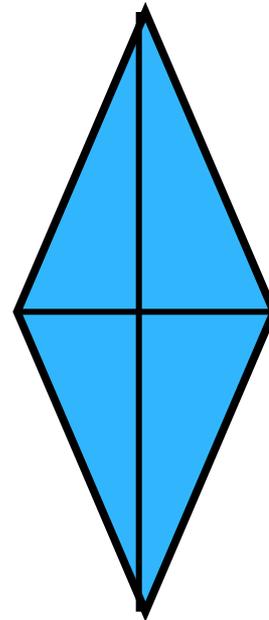
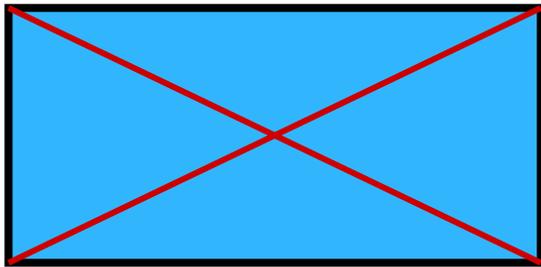
Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

1. **Диагонали** прямоугольника равны.
2. **Диагонали** ромба пересекаются под прямым углом.
3. **Диагонали** ромба являются биссектрисами его углов.
4. **Диагонали** квадрата:
 - 1) равны
 - 2) пересекаются под прямым углом
 - 3) являются биссектрисами его углов



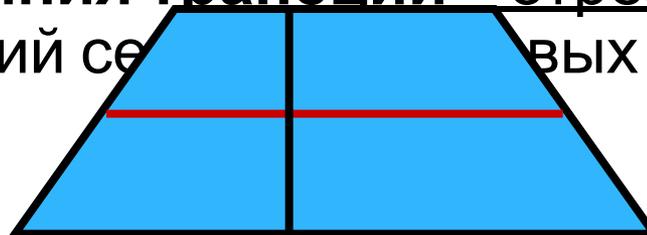
Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

5. Для прямоугольника, ромба и квадрата справедливы все свойства параллелограмма.



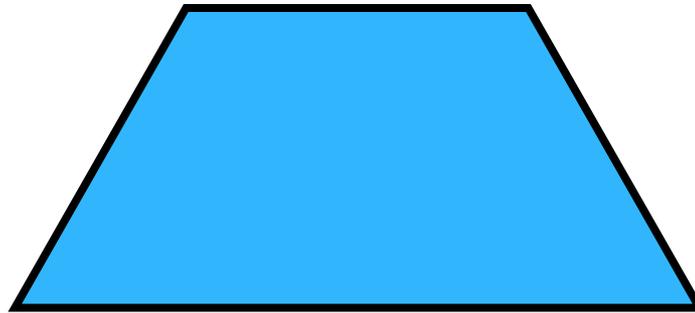
Трапеция (определения)

- **Трапеция** – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.
- **Основания трапеции** – её параллельные стороны.
- **Боковые стороны трапеции** – непараллельные, противоположные стороны трапеции
- **Высота трапеции** – это отрезок перпендикуляра от любой точки одного основания до её другого основания(или его продолжения)
- **Средняя линия трапеции** – отрезок соединяющий середины боковых сторон трапеции.



Виды трапеции

- **Равнобокая (равнобедренная)**



- **Прямоугольная**



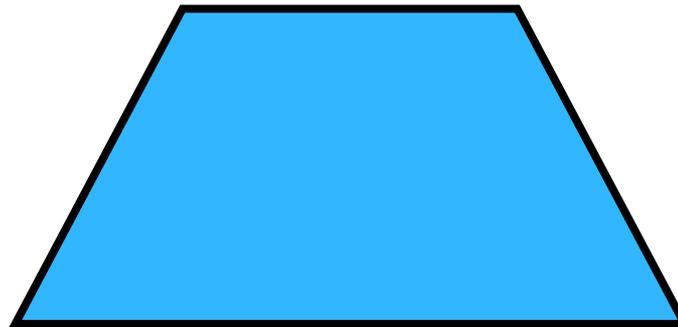
Свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

$$MN = \frac{a + b}{2}$$

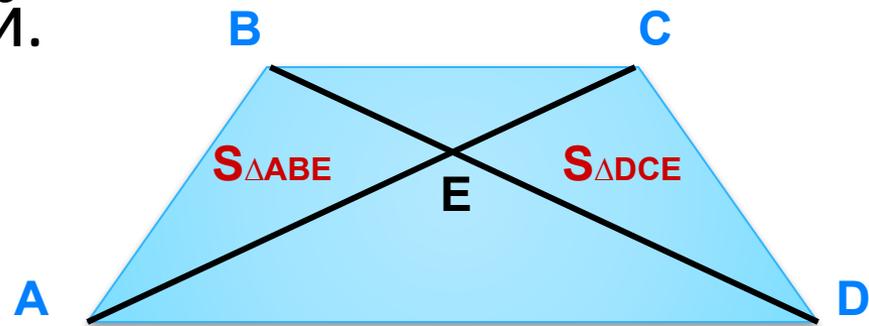


2. У равнобокой трапеции углы при основании (верхнем и нижнем) равны.



Свойства трапеции

3. Пусть $ABCD$ – трапеция с основаниями AD и BC , точка E – точка пересечения её диагоналей.



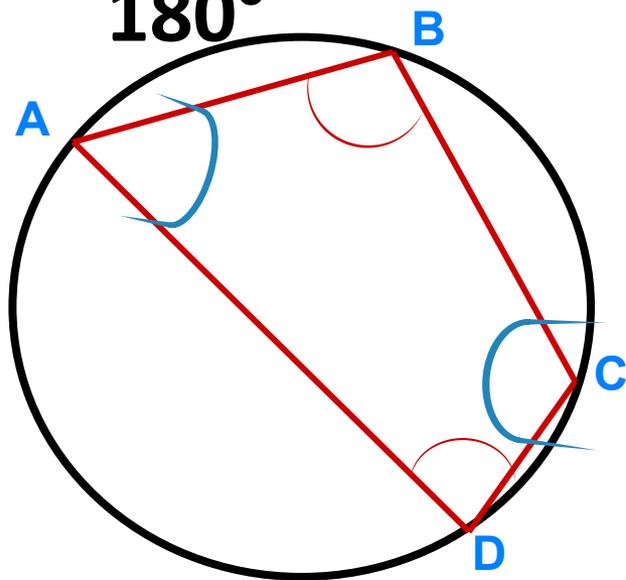
Тогда $S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE}$

Данное свойство верно для любых трапеций.



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

1. Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда сумма его противоположащих углов равна 180°

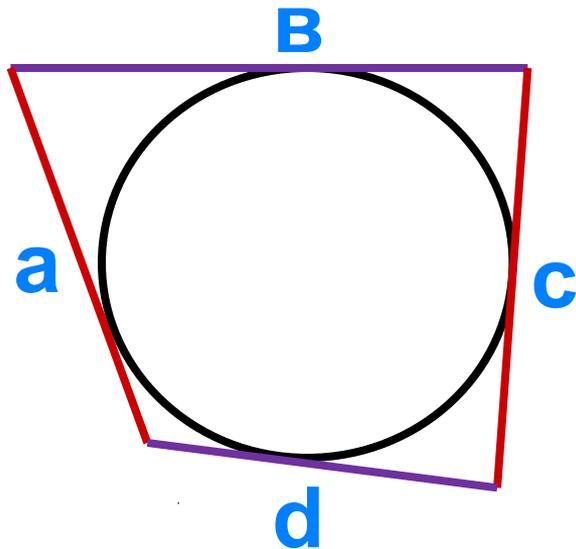


$$A + C = B + D = 180^\circ$$



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

2. Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны.

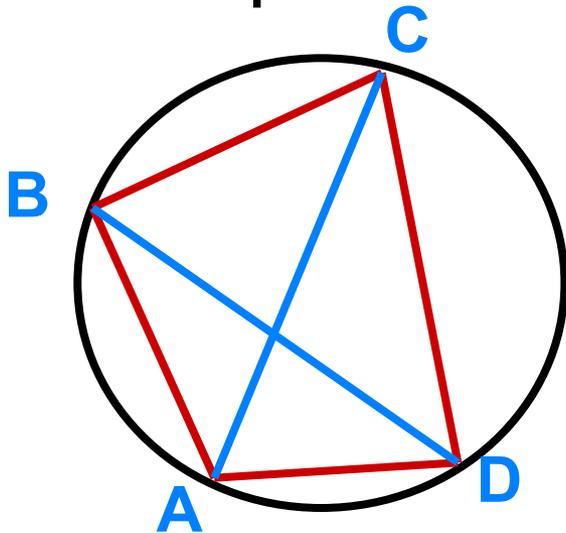


$$a + c = b + d$$



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

3. Если четырёхугольник вписан в окружность, то произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

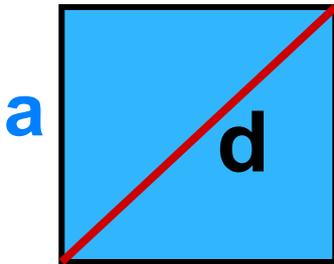


$$AC \cdot BD = AB \cdot CD +$$



Формулы площадей четырёхугольников

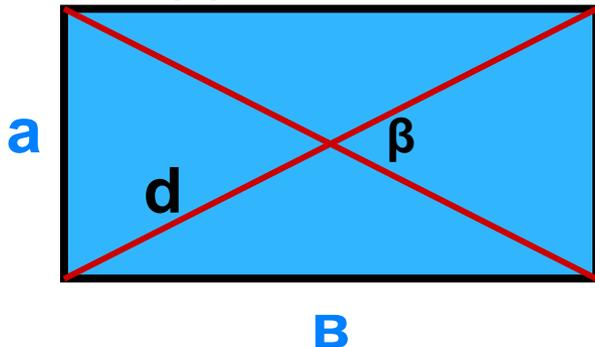
Квадрат: a – сторона; d – диагональ



$$S = a^2$$

$$S = 1/2 \cdot d^2$$

Прямоугольник: a, b – стороны; d – диагональ; β – угол между диагоналями



$$S = a \cdot b$$

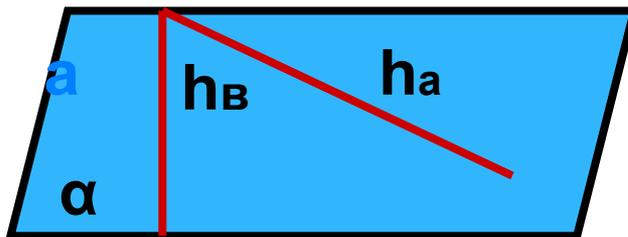
$$S = 1/2 \cdot d^2 \cdot \sin \beta$$



Формулы площадей четырёхугольников

Параллелограмм: a, b –
стороны;

α – угол между сторонами; d_1 и d_2 –
диагонали; β – угол между
диагоналями; h_a и h_b – высоты,
проведенные к сторонам a и b
соответственно



$$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

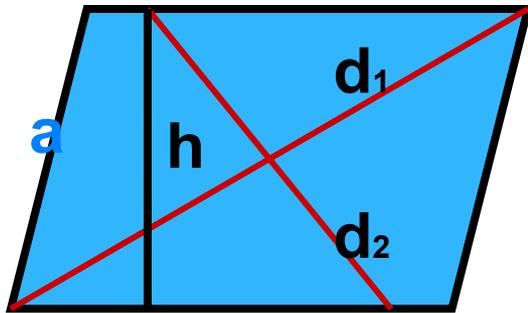
$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$



Формулы площадей четырёхугольников

Ромб: a – сторона; α – угол между сторонами; d_1 и d_2 – диагонали; h – высота



$$S = a \cdot h$$

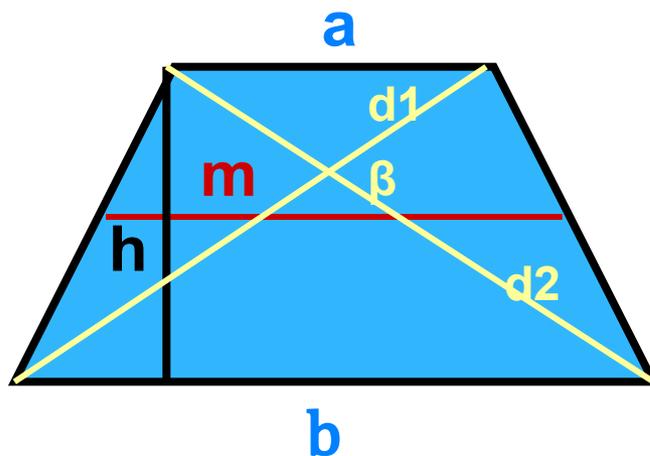
$$S = a^2 \cdot \sin \alpha$$

$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2$$



Формулы площадей четырёхугольников

Трапеция: a, b – основания;
 α – угол между сторонами;
 d_1 и d_2 – диагонали;
 β – угол между диагоналями;
 h – высота; m – средняя линия



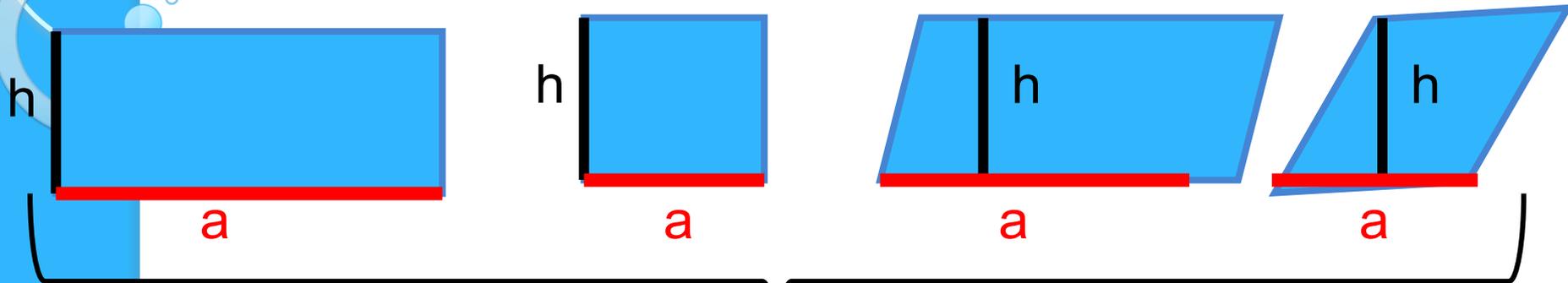
$$S = m \cdot h$$

$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$

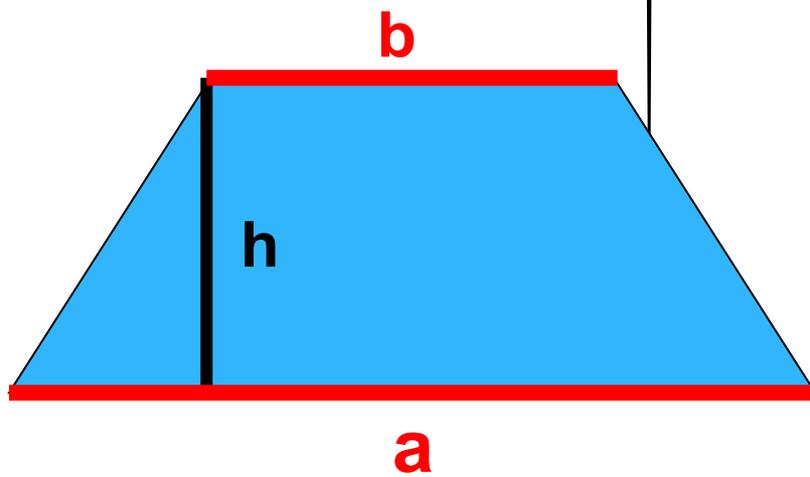
$$S = 1/2 \cdot (a+b) \cdot h$$



Запомним



$$S = a \times h$$

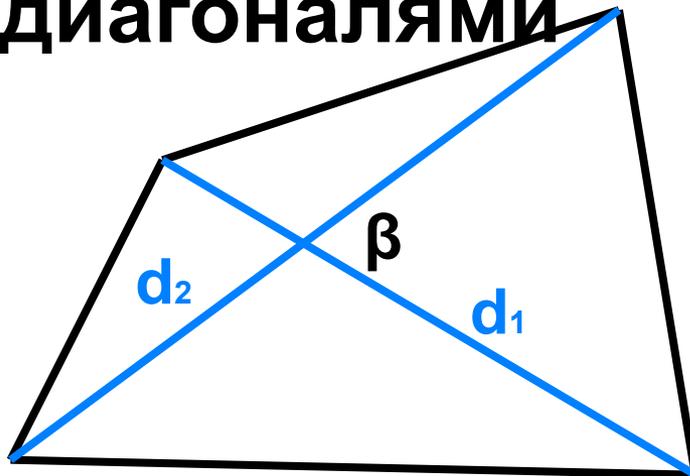


$$S = \frac{a+b}{2} \times h$$

Формулы площадей четырёхугольников

Произвольный

четырёхугольник: d_1 и d_2 –
диагонали; β – угол между
диагоналями



$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$



Практическое задание

На листе А-4 составить кластер «Четырехугольники», указав основные свойства фигур и формулы их площадей.

Практическое задание
составить кластер
«Четырехугольники» ,
указав основные
свойства фигур.