



Подготовка к ОГЭ

МБОУ «Обоянская СОШ № 2»
учитель математики
Марова Светлана Николаевна



Четырёхугольники

Цель:



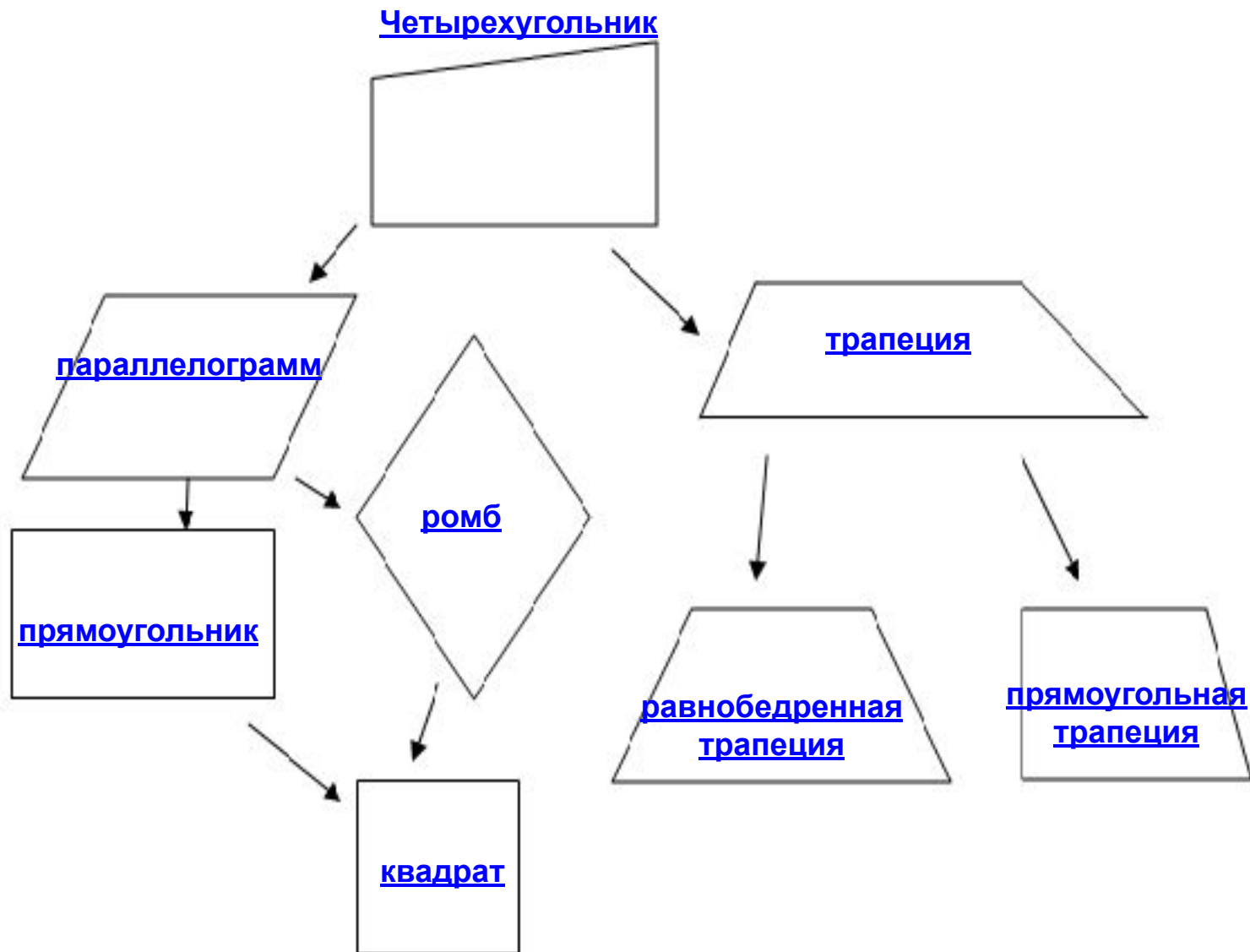
- ✓ повторить понятие четырехугольника, параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции и их свойства;
- ✓ разобрать задания по теме «Четырехугольники»;
- ✓ содействовать подготовке учащихся к сдаче ОГЭ.



**Если вы хотите научиться
плавать, то смело входите в
воду, а если хотите научиться
решать задачи, то решайте их!**

Д. Пойа

Виды четырехугольников



Повторение



Четырехугольник – это фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков.

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° .



Повторение

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположащие стороны попарно параллельны.

Свойства:

1. В параллелограмме противоположащие стороны равны и противоположащие углы равны.
2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
3. Сумма соседних углов параллелограмма равна 180° .
4. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.
5. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположащих углов параллельны.

Повторение



Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойства:

Все свойства параллелограмма.

Диагонали прямоугольника равны.

Повторение



Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства:

Все свойства параллелограмма.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

Повторение



Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны

Свойства:

У квадрата все углы прямые.

Диагонали квадрата равны.

Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.

Повторение



Трапеция – это четырехугольник, у которого только две противоположные стороны параллельны.

Повторение



Трапеция называется **равнобедренной**, если ее боковые стороны равны.

Свойства:

В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны и диагонали равны.

Повторение



Трапеция называется **прямоугольной**, если один из углов прямой.

Задание № 20 (ОГЭ)



Анализ геометрических утверждений

1. Существует квадрат, который не является прямоугольником.
2. В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
3. У любой трапеции боковые стороны равны.
4. Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 200° , то его четвертый угол равен 160° .

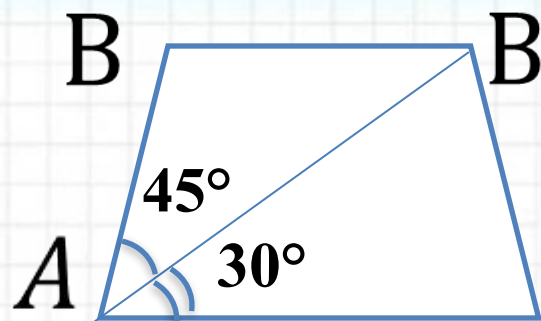
Задание № 20 (ОГЭ)



Анализ геометрических утверждений

5. Если один из углов параллелограмма равен 60° , то противоположный ему угол равен 120° .
6. Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
7. Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 30° и 45° соответственно.

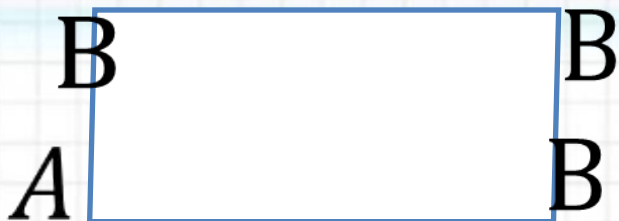
$$\angle DAB = \angle CAD + \angle CAB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Ответ: 105

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Один из углов параллелограмма на 46° больше другого. Найти больший из них.

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

Пусть $\angle A = x^\circ$, тогда $\angle D = x^\circ + 46^\circ$

$$x + x + 46 = 180$$

$$2x = 134$$

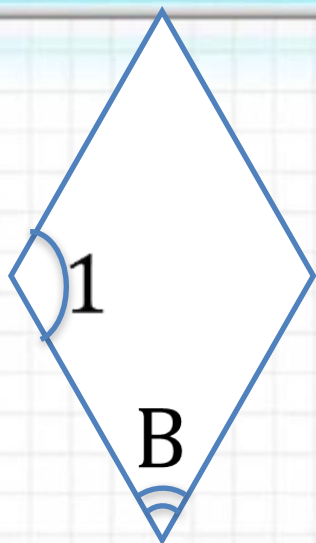
$$x = 67$$

$$\angle D = 67 + 46 = 113$$

Ответ: 113



Задание № 17-19 (ОГЭ)



Углы ромба относятся как 3:7 .
Найти больший угол.

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

Пусть x° - одна часть, тогда $\angle 2 = 3x^\circ$, $\angle 1 = 7x^\circ$

$$3x + 7x = 180$$

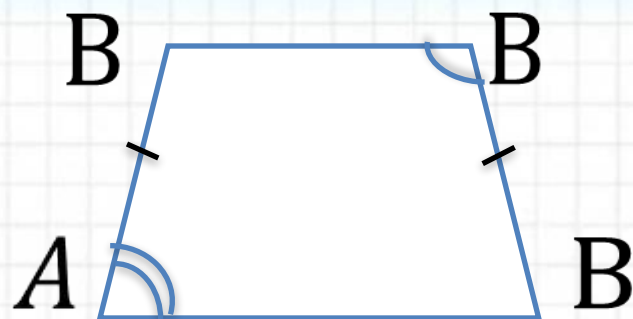
$$10x = 180$$

$$x = 18$$

$$\angle 1 = 18^\circ \cdot 7 = 126^\circ$$

Ответ: 126

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Разность противолежащих углов
равнобедренной трапеции равна 68° .
Найти больший угол трапеции.

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = \angle C$$

Пусть $\angle A = x^\circ$, тогда $\angle B = x^\circ$

$$x + x + 68 = 180$$

$$2x = 180 - 68$$

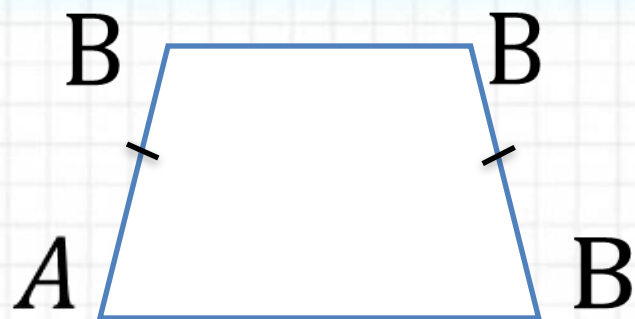
$$2x = 112$$

$$x = 56$$

$$\angle B = 56^\circ + 68^\circ = 124^\circ$$

Ответ: 124

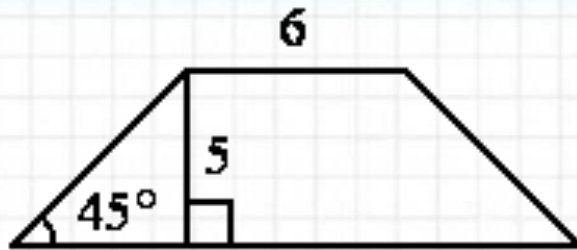
Задание № 17-19 (ОГЭ)



Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140° . Найдите больший угол трапеции.

Ответ: 110

Задание № 17-19 (ОГЭ)



В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании. Найдите большее основание.

Ответ: 16

Повторение



Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S=a^2$$

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

$$S=ab$$

Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

$$S=ah$$

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей

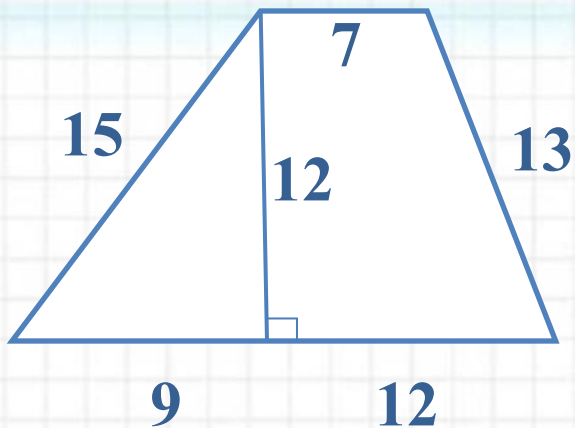
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту

$$S = \frac{1}{2} (a + b)h$$



Задание № 17-19 (ОГЭ)



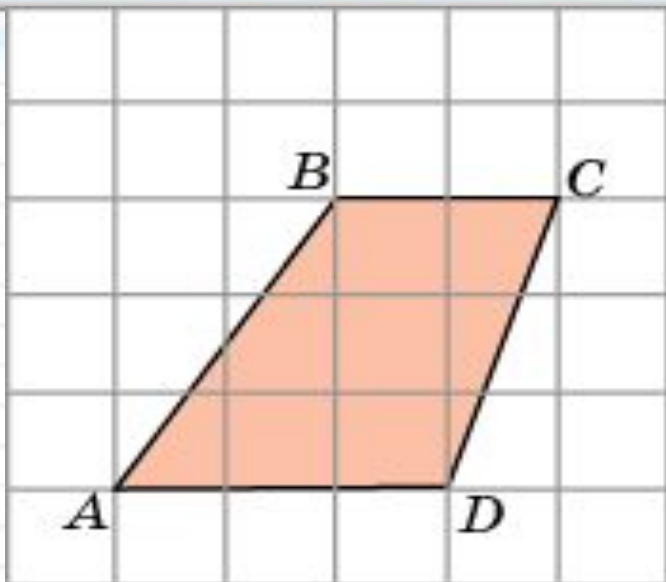
Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

$$S = \frac{1}{2} (a + b) h$$

$$S = \frac{1}{2} (9 + 12 + 7) \cdot 12 = 168$$

Ответ: 168

Задание № 17-19 (ОГЭ)

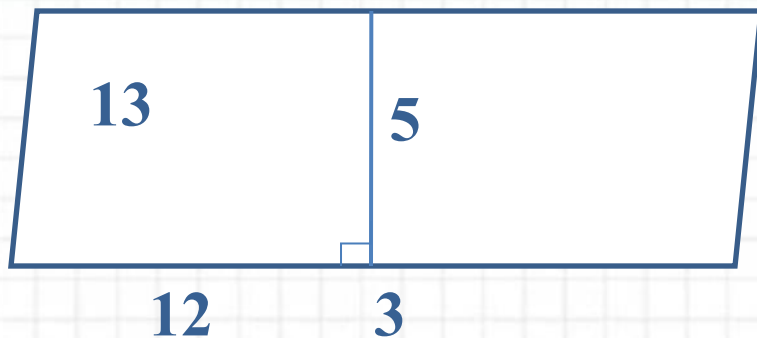


Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

$$S = \frac{1}{2} (a + b)h$$

Ответ: 7,5

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

$$S=ah$$

Ответ: 75

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

$$S=a^2$$

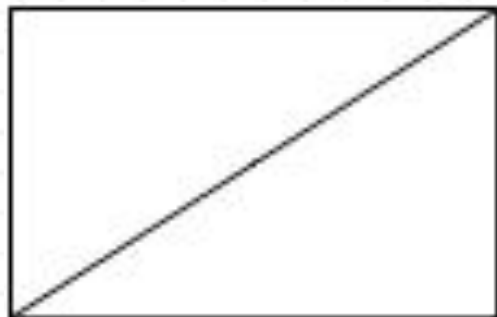
$$a=P:4$$

Ответ: 100

Задание № 17-19 (ОГЭ)



В прямоугольнике одна сторона равна 6, а диагональ равна 10. Найдите площадь прямоугольника.



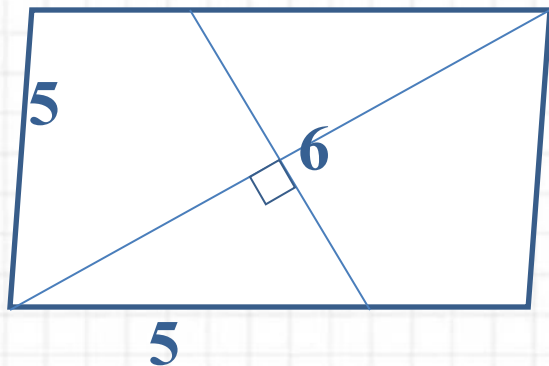
$$S=ab$$

Ответ: 48

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.

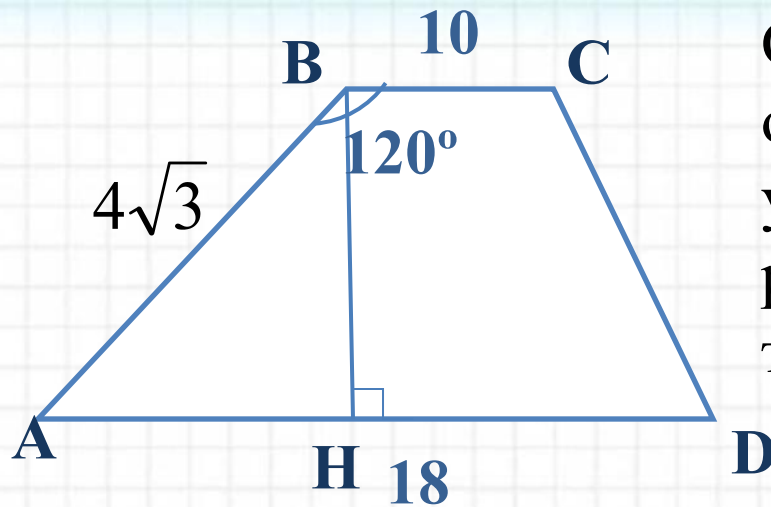


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Ответ: 24



Задание № 17-19 (ОГЭ)

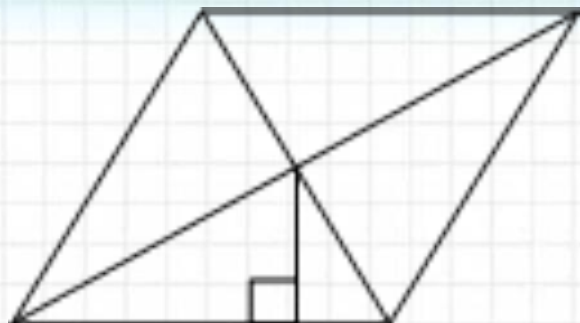


Основания трапеции равны 18 и 10, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{3}$, а угол между ней и одним из оснований равен 120° . Найдите площадь трапеции.

$$S = \frac{1}{2} (a + b)h$$

Ответ: 84

Задание № 17-19 (ОГЭ)



Сторона ромба равна 9, а расстояние от центра ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.

Ответ: 18

Домашнее задание



1. Углы выпуклого четырехугольника относятся как $1:2:3:4$. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.
2. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 12$.
3. Боковая сторона трапеции равна 5 , а один из прилежающих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 3 и 9 .

Справочные материалы

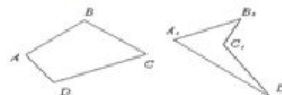


Четырехугольники

Четырехугольником называется фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков, никакие три из данных точек не лежат на одной прямой, а соединяющие их отрезки не пересекаются.

Выпуклый $ABCD$ и невыпуклый $A_1B_1C_1D_1$.

Две несмежные стороны, две вершины, не являющиеся соседними, четырехугольника называются **противоположными**.



Параллелограмм называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма: противоположные стороны равны; противоположные углы равны; диагонали точкой пересечения делятся пополам; сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° ; биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник; сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$.



Признаки параллелограмма:

Четырехугольник является параллелограммом, если: 1) две его противоположные стороны равны и параллельны; 2) противоположные стороны попарно равны; 3) диагонали точкой пересечения делятся пополам. **Площадь параллелограмма:**

$$S = ah_a \text{ или } S = ab \sin \alpha \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — смежные}$$

стороны; α — угол между ними; h_a — высота, к стороне a ; d_1, d_2 — диагонали; φ — угол между ними.

Трапеция называется четырехугольником, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны трапеции называются ее **основаниями**, а непараллельные стороны — **боковыми сторонами**. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон, называется **средней линией**.



Трапеция называется **равнобедренной** (или **равнобокой**), если ее боковые стороны равны.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется **прямоугольной**.

Свойства трапеции: ее **средняя линия** параллельна основаниям и равна их

$$l = \frac{a+b}{2}$$

полусумме;

если трапеция **равнобокая**, то ее **диагонали равны** и углы при основании равны;

если трапеция **равнобокая**, то около нее можно описать окружность;

если **сумма оснований равна сумме боковых сторон**, то в нее можно вписать окружность.

Признак трапеции: четырехугольник является трапецией, если его параллельные стороны не равны.

Площадь трапеции:

$$S = \frac{1}{2} (a+b)h \text{ или } S = lh$$

a и b — основания; h — высота; l — средняя линия.

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойства прямоугольника: диагонали равны.

Все свойства параллелограмма.



Признаки прямоугольника: Параллелограмм является прямоугольником, если: 1) один из его углов прямой; 2) его диагонали равны. **Площадь прямоугольника:**

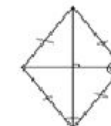
$$S = ab \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

где a и b — смежные стороны, d_1, d_2 — диагонали; φ — угол между ними.

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства ромба: диагонали перпендикулярны и делят его углы пополам. Все свойства параллелограмма.

Признаки ромба: Параллелограмм является ромбом, если: 1) две его смежные стороны равны; 2) его диагонали перпендикулярны; 3) одна из диагоналей является биссектрисой его угла.



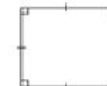
Площадь ромба:

$$S = ah_a \text{ или } S = a^2 \sin \alpha \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \text{ где } a \text{ — сторона; } \alpha \text{ — угол}$$

между сторонами; h_a — высота, к стороне a ; d_1, d_2 — диагонали

Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

Свойства квадрата: все углы квадрата прямые; диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.



Признаки квадрата: Прямоугольник является квадратом, если он обладает каким-нибудь признаком ромба.

Площадь квадрата: $S = a^2$ или $S = \frac{1}{2} d^2$ где d — диагональ, a — сторона

Площадь произвольного выпуклого четырехугольника:

d_1, d_2 — диагонали; φ — угол между ними; S — площадь.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

