



Исследование операций и методы оптимизации





Тема 3. Задачи и сущность процесса моделирования

Занятие № 3.5. «Этапы создания математической модели и требования к ней»

Учебные вопросы:

1. Этапы создания математической модели объекта-оригинала.
2. Требования к разрабатываемой математической модели объекта-оригинала.

I. Учебные цели

1. Уяснить сущность основных положений математического моделирования.
2. Развить качество усвоения обучающимися учебного материала.

II. Воспитательные цели

1. Развить у обучаемых интерес к изучаемому курсу.
2. Воспитать у обучающихся стремление к углубленному освоению материала по теме занятия.
3. Формирование у обучающихся знаний, умений и навыков, позволяющих решать задачи, стоящие перед МЧС России.

Литература

Основная литература:

1. Системный анализ и принятие решений: учебник / под общей ред. В.С. Артамонова. СПб.: Изд-во СПб УГПС МЧС РФ, 2009. 378 с.
2. Советов Б.Я. Моделирование систем: Учебник/ Б. Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 2012
- Советов Б.Я, Яковлев С.А.. Моделирование систем. Практикум. – М.: Высшая школа, 2012

Дополнительная литература:

4. Максимей И.В. Имитационное моделирование сложных систем: в 3ч. Ч.1. Математические основы. – Минск: Изд. центр БГУ, 2009. – 263с.
5. Макаров Е. Инженерные расчеты в MathCad. Учебный курс, Питер, 2003

6. Системный анализ и принятие решений: Словарь-справочник: Учеб. пособие для вузов/Под ред. В.Н. Волковой, В.Н.Козлова. – М.: Высш. шк., 2004. – 616с.
7. Зарубин В.С. Математическое моделирование. Учеб. для вузов/ В.С. Зарубин. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002
8. Шикин Е.В. Математические методы и модели управлений: Учеб. пособие/ Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. – М.: Дело, 2002

1. Этапы создания математической модели объекта-оригинала

Обсуждение постановки задачи

1.1. Подходы к постановке задачи на создание математической модели

При построении математической модели объекта-оригинала возможны **следующие подходы:**

1. Непосредственное наблюдение и анализ структуры и функционирования объекта-оригинала с целью выявления его существенных параметров и отношений между ними.
2. Проведение ограниченного эксперимента на самом объекте-оригинале для выявления существенных параметров и определения их влияния на эффективность функционирования объекта-оригинала.

- 3. Использование аналога, когда метод построения математической модели объекта-оригинала не ясен, но его структура и процесс функционирования очевиден, то можно воспользоваться аналогией (сходством) с другим объектом-оригиналом, математическая модель которого известна.
- 4. Анализ исходных данных, который позволяет сформулировать гипотезу о структуре объекта-оригинала и процессе его функционирования и на этой основе построить математическую модель.

- При использовании любого из названных подходов возникает **противоречие**, выражающееся в стремление к полноте описания и желанием получения требуемых результатов моделирования, с *одной стороны*, и возможно более простыми средствами моделирования, с *другой*. Достижение компромисса лежит в создании серии математических моделей, начиная с простых и кончая сложными. *Простые* помогают осознать *суть проблемы моделирования*, а *сложные* позволяют учесть влияние большого числа внутренних и внешних факторов на результаты моделирования.

2. Обсуждение этапов создания математической модели объекта-оригинала

Этапы создания математической модели объекта-оригинала рассмотрим путём применения **4-го подхода** (анализ исходных данных), на примере фрагмента *сети передачи данных* - совокупности средств передачи и распределения данных.

■ Для однозначного понимания предметной области введём следующие **определения**, относящиеся к средствам сети передачи данных:

- - *данные* - это факты, представленные в формализованном виде;
- - *пользовательские данные* – данные, вводимые пользователем в сеть передачи данных или получаемые им из сети;
- - *управляющие данные* – данные, используемые для управления работой сетью передачи данных.

- - *магистральная сеть* – сеть, обеспечивающая передачу данных между вычислительными комплексами (ВК) или локальными сетями (ЛС), ресурсы которых доступны для пользователей сети. ЛС включают в себя узлы коммутации (УК) и соединяющие их каналы связи (КС);
- - *узел коммутации (УК)* – средство сети передачи данных, обеспечивающее управление маршрутизацией, передачей и коммутацией данных и имеющее для этого соответствующие аппаратно – программные средства;
- - *канал связи (КС)* – совокупность технических средств и среды распространения, которые обеспечивают доставку данных в нужный узел коммутации (в нужную точку сети);

- - *терминальная сеть* – сеть, осуществляющая подключение абонентских пунктов (АП) и терминалов пользователей (ТП) к узлам коммутации непосредственно или через концентраторы нагрузки (КН);
- - *концентратор нагрузки* (КН) – устройство, обеспечивающее сопряжение входных низкоскоростных каналов связи с выходными высокоскоростными каналами связи;
- - *абонентский пункт* (АП) – средство, осуществляющее доступ пользователей к вычислительным ресурсам и базам данных сети, оборудованное аппаратурой передачи данных (АПД) и устройствами ввода – вывода (УВВ);

- - *терминал пользователя* (ТП) – это или устройство ввода – вывода, или персональный (персональные) терминал (терминалы);
- - *сообщение* – конечная последовательность символов, имеющая смысловое содержание;
- - *пакет* – блок данных с заголовком, представленный в установленном формате и имеющий ограниченную максимально возможную длину (обычно от 500 до 2000 бит);
- - *тезаурус* – словарь, в котором каждому понятию, описывающему объект-оригинал, соответствует одно и только одно определение.

Эффективность процесса функционирования сети передачи данных может быть оценена **двумя показателями:**

- *средним временем доставки данных пользователям;*
- *вероятностью отказа в установлении требуемого пользователю соединения в данный момент времени.*

Совокупность показателей называют **вероятностно–временными характеристиками.**

■ **Этапами создания математической модели объекта-оригинала** могут быть следующие:

- 1. Формирование тезауруса предметной области процесса функционирования фрагмента сети передачи данных и определение её структуры.
- 2. Выбор показателей для оценки эффективности процесса функционирования различных вариантов построения сети передачи данных и её фрагментов.

Рассмотрим следующий фрагмент сети передачи данных (рис. 1). Пусть сеть состоит из двух узлов коммутации ($УК_1$ и $УК_2$), соединённых дуплексным дискретным каналом связи (ДКС), позволяющим одновременно передавать данные во встречных направлениях. Каждый из двух узлов коммутации имеет однонаправленный дискретный канал связи. Сообщения, передаваемые по сети передачи данных, состоят из одного пакета.

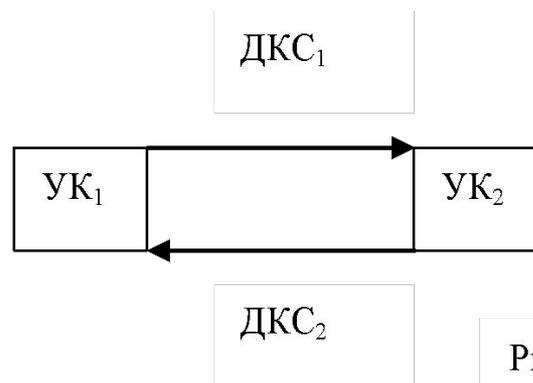
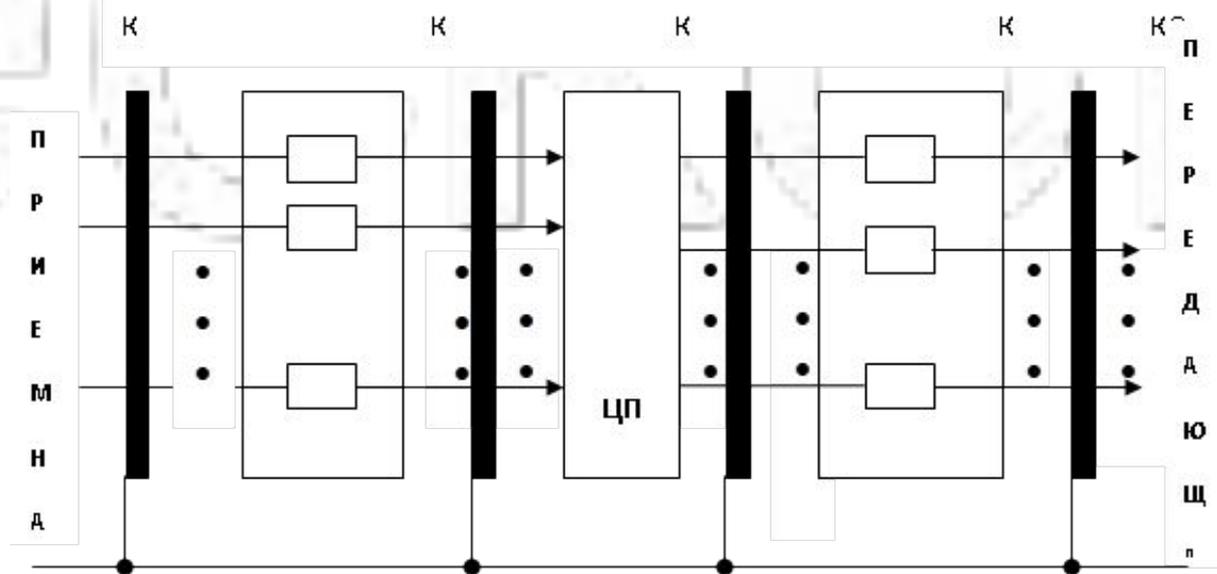


Рис. 1

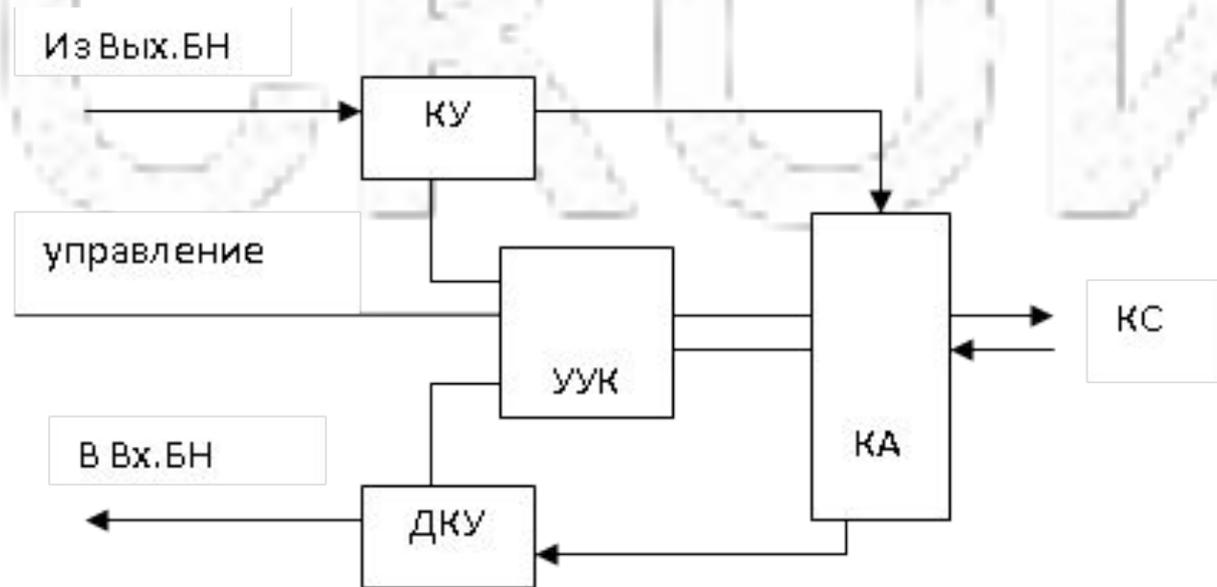
- Пусть структурная схема узла коммутации включает (рис.2):
- входные и выходные буферные накопители (соответственно Вх.БН и Вых.БН);
- коммутаторы (К);
- центральный процессор (ЦП).



■ Рис.2.

- *Процесс функционирования узла коммутации можно представить следующим образом:*
- - после поступления пакета из входного канала связи, пакет помещается во входной буферный накопитель (Вх.БН), а затем поступает в центральный процессор (ЦП);
- - центральный процессор, обработав заголовки пакета и хранящую в узле коммутации маршрутную таблицу, определяет требуемое направление дальнейшей передачи пакета и помещает его в соответствующий выходной буферный накопитель (Вых.БН);
- - выходной буферный накопитель по команде центрального процессора осуществляет передачу пакета по выходному каналу связи.

- Структурная схема дискретного канала связи с решающей обратной связью включает (рис.3):
- - кодирующее устройство (КУ);
- - декодирующее устройство (ДКУ);
- - устройство управления каналом (УУК);
- - каналообразующую аппаратуру (КА).



■ Рис. 3.

Процесс функционирования дискретного канала связи состоит в следующем:

- с передающей стороны узла коммутации (с Вых. БН) пакет поступает в кодирующее устройство (КУ), которое осуществляет кодирование пакета (внесение избыточности, необходимой для обеспечения помехоустойчивости канала связи);
- каналообразующая аппаратура (КА) осуществляет согласование с конкретной средой распространения в канале связи (например, оптического канала с использованием световода для локальной сети передачи данных или через спутник – ретранслятор для распределенной сети передачи данных);

- - на приемной стороне узла коммутации пакет из каналообразующей аппаратуры попадает в декодирующее устройство (ДКУ), которое настроено на обнаружение и/или исправление ошибок;
- - устройство управления каналом (УУК) реализует все функции управления кодирующим устройством (КУ), декодирующим устройством (ДКУ) и взаимодействия с центральным процессором (ЦП). Устройство управления каналом является либо автономным, либо представляет собой часть процедур, выполняемых центральным процессором узла коммутации.

■ В результате анализа структуры и процесса функционирования объекта-оригинала осуществляется *постановка задачи математического моделирования* в общем виде путем:

■ 1) использования результатов анализа структуры и процесса функционирования сети передачи данных;

■ 2) обоснования необходимости проведения машинного эксперимента (моделирования);

■ 3) выбора методики моделирования с учетом имеемых машинных ресурсов;

■ 4) определения сложности задачи моделирования и рассмотрения возможности её декомпозиции на подзадачи с учетом затрат ресурсов на получение требуемого результата моделирования.

- Для рассматриваемой сети передачи данных **постановка задачи** моделирования может быть сформулирована следующим образом:
- 1) необходимо провести математическое моделирование процесса функционирования сети передачи данных, так как процесс функционирования сети достаточно сложен и невозможно использовать для определения его вероятностно-временных характеристик аналитический метод;

- 2) при математическом моделировании необходимо ориентироваться или на методiku чисто имитационного моделирования, или, если это окажется возможным, на методiku комбинированного (аналитико-имитационного) моделирования;
- 3) поскольку исследуется процесс функционирования не всей сети передачи данных, а только её фрагмента, то декомпозицию задачи моделирования на подзадачи можно не проводить.

3. Определение требований к разрабатываемой математической модели объекта-оригинала

Для получения недостающей (исходной) информации для моделирования требуется:

- 1) оценить достаточность имеемой исходной информации об объекте-оригинале для моделирования его процесса функционирования;
- 2) установить наличие информации об особенностях процесса функционирования объекта-оригинала;
- 3) провести анализ имеющихся экспериментальных данных о функционировании подобных объектов-оригиналов.

- В рассматриваемом примере следует:
- - решить вопрос о характеристиках входящих потоков пакетов в узел коммутации;
- - установить параметры процесса передачи данных по дискретному каналу связи и обработки пакетов в узле коммутации;
- - определить исходную информацию о характере и параметрах воздействий внешней среды на входящие в узел коммутации потоки пакетов пользователей и потоки ошибок в дискретном канале связи.

- *Выдвижение гипотез* относительно содержания задачи моделирования и предложений относительно состава и полноты исходной информации должно осуществляться на основе:
 - 1) оценки достаточности исходной информации для моделирования;
 - 2) определения подзадач моделирования, для которых исходной информации недостаточно;
 - 3) выявления ограничений на ресурсы, необходимые для решения задачи и подзадач моделирования.

В рамках рассматриваемого примера разработки модели процесса функционирования фрагмента сети передачи данных, можно выдвинуть ряд **гипотез** и принять ряд **предположений**:

1. Поскольку каждый из узлов коммутации сети взаимодействует с большим числом абонентских пунктов и/или терминалов пользователя (ТП), а также с соседними узлами коммутации, то можно предположить, что входящие потоки пакетов в узлы коммутации представляют собой суперпозицию большого количества потоков с разными интенсивностями.

2. Исходя из первого предположения можно выдвинуть гипотезу, что интервалы между моментами поступления пакетов в узлы коммутации имеют экспоненциальное распределение:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{при } x \geq 0 \\ 0, & \text{при } x \leq 0 \end{cases}$$

- распределение времени между независимыми событиями, появляющимися с постоянной интенсивностью.

3. Можно выдвинуть гипотезу о независимости ошибок в кодовых комбинациях пакетов, передаваемых в дискретные каналы связи.

4. На основе выдвинутой гипотезы (п.3) можно предположить, что распределение числа повторных передач подчиняется геометрическому закону $f(x; p) = P(1-p)^x$ – вероятность того, что потребуются x испытаний Бернулли, прежде чем будет получен успешный исход).

5. С учетом первого предположения может быть выдвинута гипотеза об ожидаемых результатах моделирования, определяемых резервированием памяти для промежуточного хранения данных.

- 6. На основе выдвинутой гипотезы (п.5) можно предположить, что входные буферные накопители (Вх.БН) узлов коммутации должны иметь небольшую емкость, достаточную для хранения одного пакета, а выходные буферные накопители (Вых.БН) должны обладать большой емкостью, т.к. необходимо обеспечить хранение пакетов при ожидании ими разрешения на передачу по выходному каналу связи.
- Далее следует провести *описание параметров и переменных*, характеризующих процесс функционирования объекта оригинала.

■ Рекомендуется следующая форма описания:

■ - определение и краткая характеристика параметра (переменной);

■ - символ обозначения и единица измерения;

■ - диапазон изменения переменной, место применения в математической модели.

Для рассматриваемого примера (фрагмента сети передачи данных) в качестве параметров могут быть выбраны:

■ - ёмкость входного буферного накопителя (Вх. БН);

■ - ёмкость выходного буферного накопителя (Вых. БН).

- Эти параметры представляют собой объемы памяти, необходимые для промежуточного хранения информации, содержащейся в пакете. Емкость каждого буферного накопителя можно означить символом L и измерять в количестве пакетов, которые можно поместить в буферный накопитель. Параметр L модели должен быть задан в исходных данных. Он служит для фиксации при моделировании состояния заполненности буферных накопителей при оценке переполнений (потерь) и времени ожидания.
- В пункте 1 были определены зависимые (эндогенные) и независимые (экзогенные) переменные.

К *зависимым переменным* в рассматриваемом примере можно отнести:

- среднее время передачи пакета из одного узла коммутации к другому (всех пакетов одного сообщения с учетом возможных повторных передач из-за ошибок, появившихся в дискретном канале связи). Эта переменная может быть означена символом T_n , измеряется в единицах времени и имеет диапазон изменения 0 - 20 единиц времени. В модели данная переменная оценивается на основе обработки статистики, собираемой при передаче пакетов по дискретным каналам связи:

- - средняя длина очереди в каждом выходном буферном накопителе, которая представляет собой среднее число пакетов, ожидающих в выходном буферном накопителе передачи. Эта переменная может быть означена символом L_{cp} , её единица измерения – количество пакетов, диапазон измерения 0 – 20 пакетов.
- В модели данная переменная оценивается на основании обработки статистики, собираемой по каждому выходному буферному накопителю.

- Независимыми переменными в рассматриваемом примере можно отнести:
 - - время передачи каждого пакета по дискретному каналу связи, представляющие собой случайную величину с законом определяемым числом повторных передач пакета из-за наличия ошибок в дискретном канале связи. Его можно означить символом $t^{ДКС}$, измерять в единицах времени при диапазоне измерения от времени передачи одного пакета до времени передачи пакета, умноженного на число допустимых передач. В модели данная переменная определяется на основе имитации, исходя из состояния дискретного канала связи;

- время обработки каждого пакета в центральном процессоре (ЦП), представляющее собой случайную величину с законом распределения, определяемым занятостью дискретного канала связи. Это время можно обозначить символом $t_{пак}^{ЦП}$, измерять в единицах времени и имитировать в модели, исходя из состояния дискретного канала связи;

- интенсивность входящего потока пакетов в узел коммутации (УК), представляющего суммарный поток всех потоков пользователей, сопряженных с данным узлом коммутации, и из других узлов коммутации. Можно эту переменную означить символом $\lambda_{вх}$, её единица измерения – количество поступивших пакетов за единицу времени.

■ Значение данной переменной может быть задано в исходных данных на моделирование, или генерироваться датчиком случайных чисел с требуемым законом распределения.

■

4. Анализ полученных результатов и формулирование выводов

В заключении занятия необходимо подвести итог полученным на занятии результатам:

- обсудить с курсантами принятый на занятии подход к постановке задачи на создание математической модели сети передачи данных и другие возможные подходы из перечня выделенных;
- обсудить этапы создания математической модели объекта-оригинала;
- обсудить другие возможные требования к разрабатываемой модели объекта-оригинала (сети передачи данных), новые гипотезы относительно содержания задачи моделирования, другие зависимые и независимые переменные.