

«Логарифмические уравнения»

Логарифмические уравнения

Определение.

Логарифмическим уравнением называют уравнения вида

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где a – по определению логарифма положительное число, отличное от нуля, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

Методы решения логарифмических уравнений

1. По определению логарифма.
2. Потенцирование.
3. Введение новой переменной.
4. Логарифмирование обеих частей уравнения.

Решение логарифмического уравнения по определению

● $\log_a x = v \Leftrightarrow x = a^v$, где $a > 0, a \neq 1$ (по определению логарифма)

Пример:

$$\log_{0,5} x = 2,$$

$$x = 0,5^2, \text{ (по определению логарифма)}$$

$$x = 0,25$$

Ответ: 0,25.

Пример:

решить уравнение: $\log_3(x^2 + 72) = 4$.

Решение

ОДЗ: $x^2 + 72 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

По определению логарифма получаем

$$x^2 + 72 = 3^4;$$

$$x^2 + 72 = 81;$$

$$x^2 + 72 - 81 = 0;$$

$$x^2 - 9 = 0;$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3.$$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = -3$.

Метод потенцирование

- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$, где $a > 0, a \neq 1$

Пример:

$$1. \log_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = 2x - 3 \\ 3x - 6 > 0 \\ 2x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x > 2 \\ x > 1,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ: 3.

Решение:

$$7x - 9 = x - 1$$

$$\log_{\frac{1}{8}}(7x - 9) = \log_{\frac{1}{8}}(x - 1) \quad \begin{cases} 7x - 9 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$$

$$x - 1 > 0$$

$$6x = 8$$

$$\begin{cases} x > 1\frac{2}{7} \\ x > 1 \end{cases}$$

$$x > 1$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x > 1\frac{2}{7} \end{cases}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

Ответ: $\frac{4}{3}$.

Решить уравнения:

$$1) \log_2(4x + 5) = \log_2(9 - 2x);$$

$$2) \log_3(x^2 - 5x - 23) = 0;$$

$$3) \lg(x + 2) + \lg(x - 2) = \lg(5x + 10);$$