



# Ценность денежных средств

## **1. Введение**

**2. Проценты (на капитал)**

**3. Применение принципов начисления сложных процентов**

**4. Дисконтирование**

**5. Применение принципов дисконтирования**

**6. Аннуитет**

**7. Ставка дисконта и дисконтированная величина добычи**

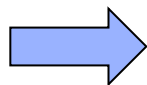
**8. Выбор ставки дисконта**

**9. Инфляция**



## Ценность денежных средств в различные периоды времени

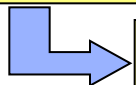
Длительный период  
разработки месторождения



Изменение стоимости денежных  
средств с течением времени

Ранний доход предпочтительнее позднего дохода

### Инвестиционные возможности



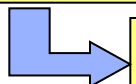
Возможность инвестировать полученные средства  
для получения прибыли

### Покупательская способность денежных средств



Деньги обесцениваются

### Риск



Различные формы и источники неопределенности

### Безопасность, гибкость, возможности



# Содержание

**1. Введение**

**2. Проценты (на капитал)**

**3. Применение принципов начисления сложных процентов**

**4. Дисконтирование**

**5. Применение принципов дисконтирования**

**6. Аннуитет**

**7. Ставка дисконта и дисконтированная величина добычи**

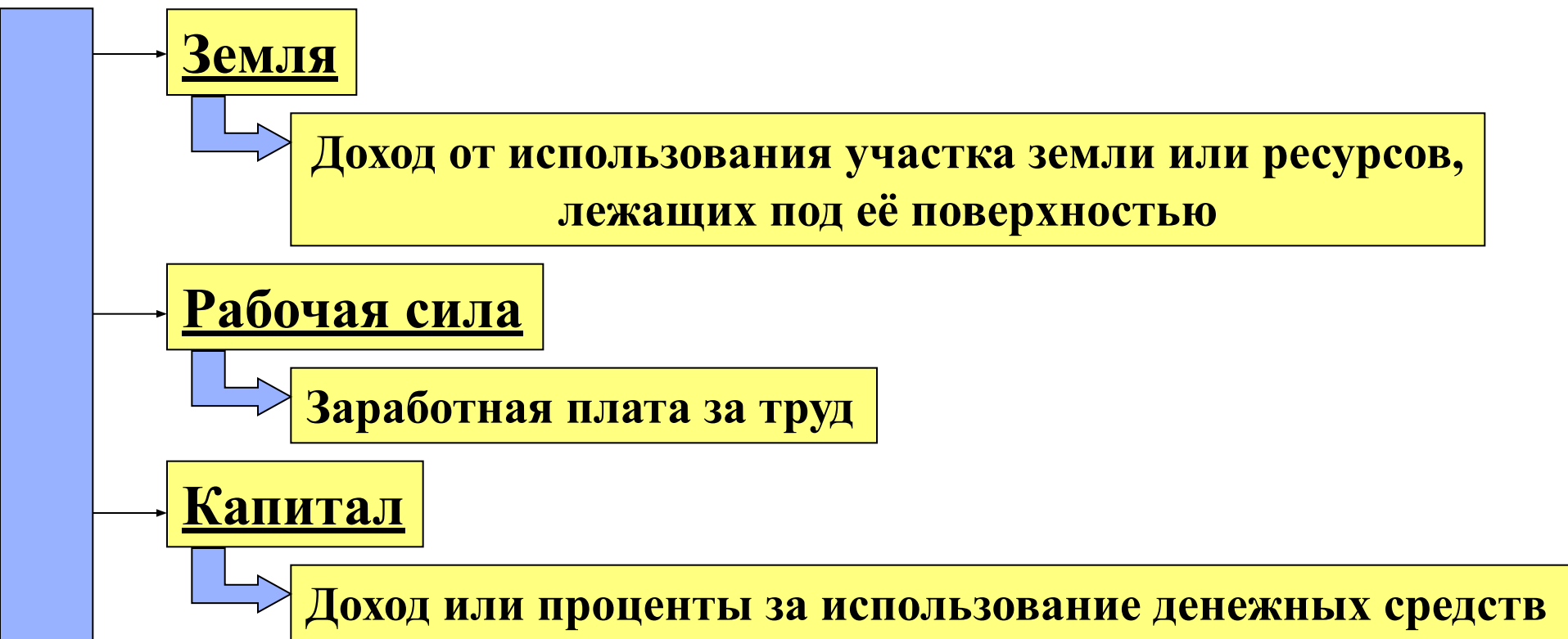
**8. Выбор ставки дисконта**

**9. Инфляция**



# Проценты (на капитал)

## Экономическая деятельность



Процесс начисления процентов –

основа анализа капиталовложений



# Фиксированная процентная ставка

Самая простая форма выплаты процентов

Выплата единовременной суммы

Неопределённая норма выплаты на единицу времени



# Простые проценты

$$A_n = A_0 \times [1 + (n \times i)]$$

$A_0$  - начальная сумма (начало отсчёта времени)

$A_n$  - будущая сумма (после  $n$  периодов времени) или будущая стоимость

$i$  - процентная ставка

$[1 + (n \times i)]$  - множитель наращения простых процентов

$$A_{10} = 100 \times [1 + (10 \times 0.12)] = 220 \text{ рублей}$$

**Учитывается длительность использования средств**



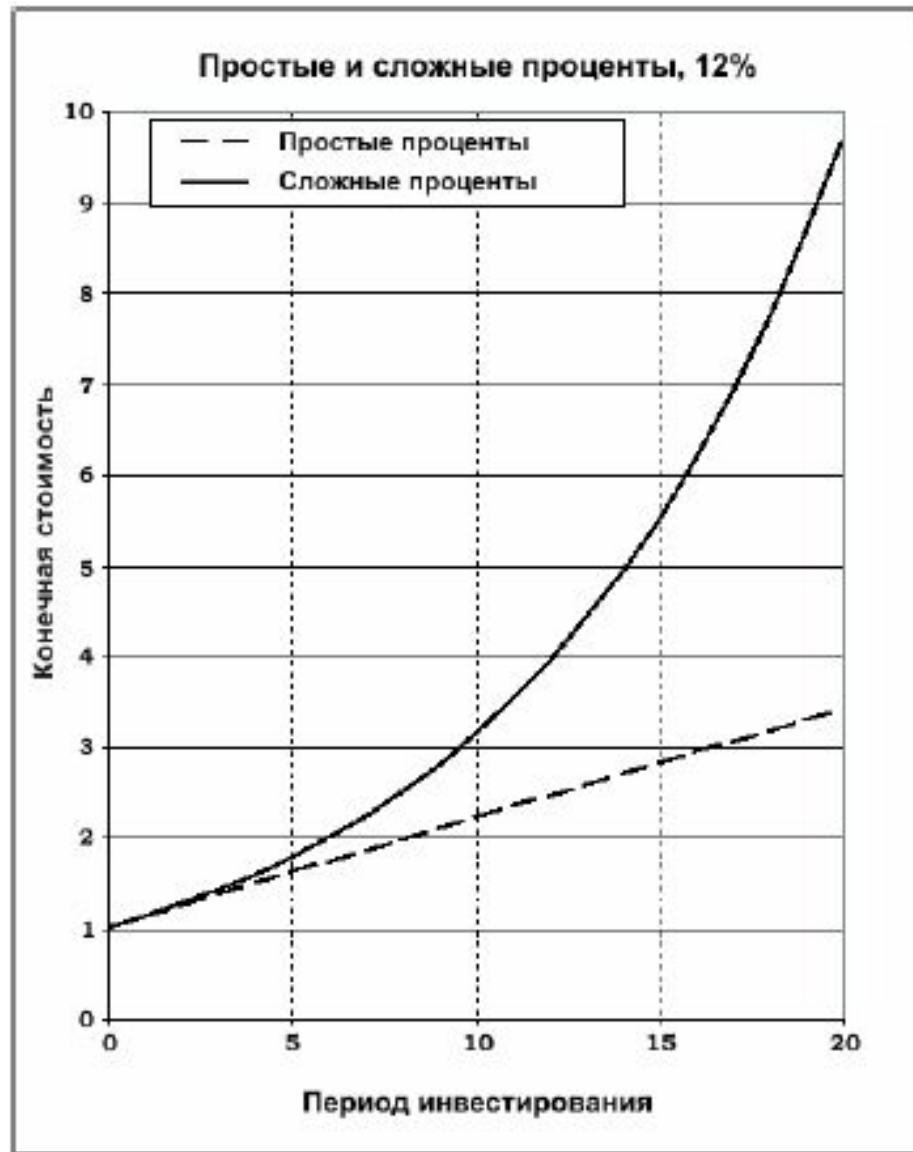
# Сложные проценты

$$A_n = A_0 \times [1 + i]^n$$

$[1 + i]^n$  - множитель наращенная  
сложных процентов

$$\begin{aligned} A_{10} &= 100 \times [1 + 0.12]^{10} = \\ &= \mathbf{310.6 \text{ рублей}} \end{aligned}$$

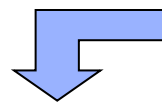
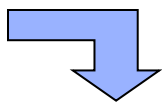
$$\begin{aligned} A_{10} &= 100 \times [1 + (10 \times 0.12)] = \\ &= \mathbf{220 \text{ рублей}} \end{aligned}$$



# Номинальная годовая процентная ставка

Часто встречаются расчётные периоды, не равные 1 году

Проценты  
за период



Номинальная  
процентная ставка

Процентная ставка на определённый период времени, за который начисляются сложные проценты

Процентная ставка на определённый период времени, умноженная на число периодов в году

$$A_1 = A_0 \times \left[ 1 + \frac{j}{p} \right]^p$$

Рост капитала за год

$$A_n = A_0 \times \left[ 1 + \frac{j}{p} \right]^{p \times n}$$

Уравнение расчёта будущей суммы денежных средств, используя номинальную процентную ставку

$p$  – число расчётных периодов за год

$j$  – номинальная годовая процентная ставка

$j/p$  – проценты за период



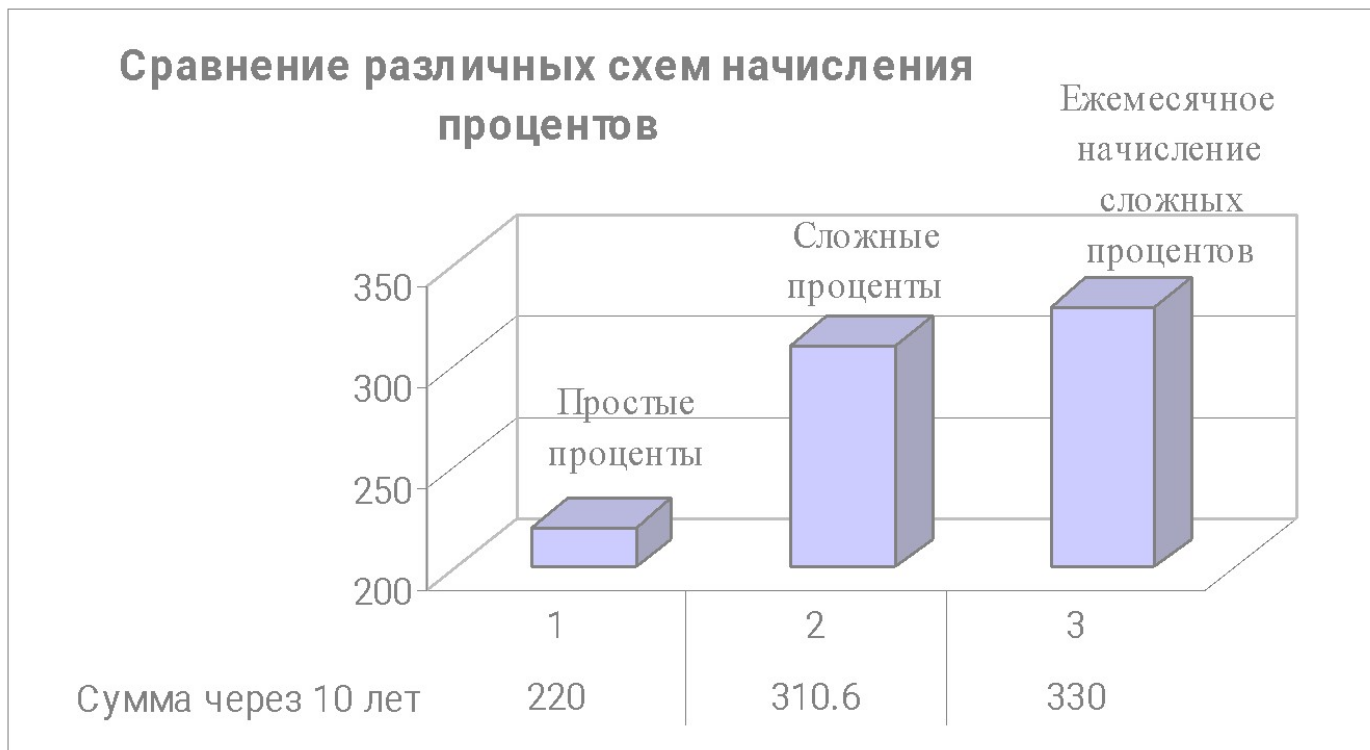


# Номинальная годовая процентная ставка

$$A_0 = 100$$

$$j = 0.12 \text{ (12\%)}$$

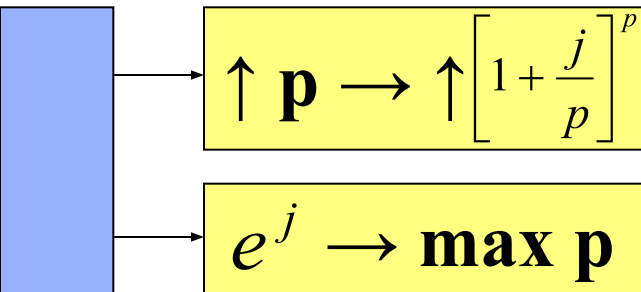
$$n = 10 \text{ лет}$$



$$A_{10} = 100 \times \left[ 1 + \frac{0.12}{12} \right]^{12 \times 10} = 100 \times [1.01]^{120} = 100 \times 3.300 = 330 \text{ рублей}$$



# Непрерывное начисление сложных процентов



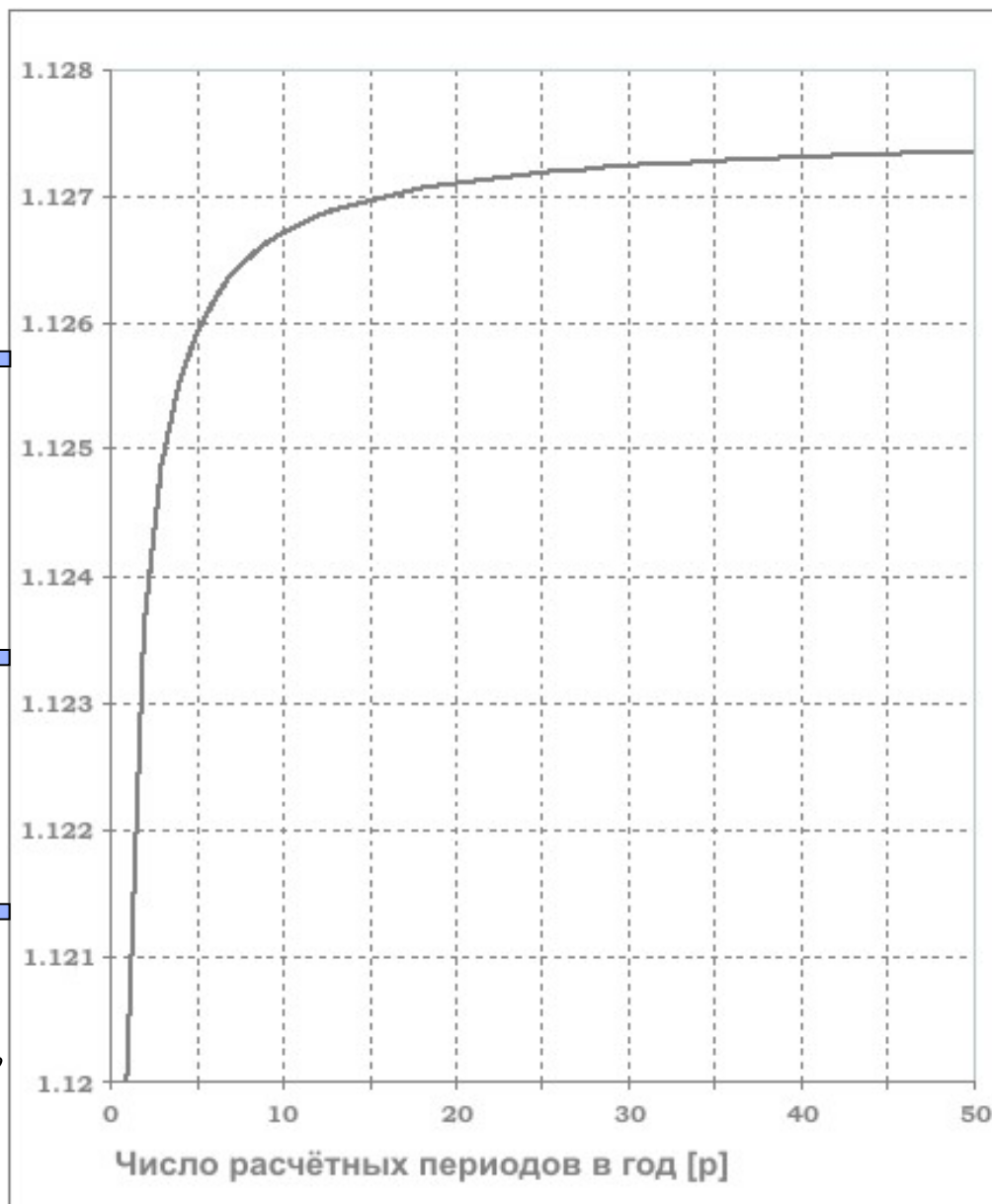
$$A_n = A_0 \times e^{jn}$$

$$A_{10} = 100 \times [e]^{0.12 \times 10} = 332 \text{ руб.}$$

$$e^{jn} \longleftrightarrow [1 + i]^n$$

$$i = e^j - 1 = 1.1275 - 1 = 0.1275$$

Множитель наращивания  
сложных процентов  $\left[1 + \frac{0.12}{p}\right]^p$





# Схемы начисления сложных процентов

**$p = 1 \leftrightarrow p = 12$**

1 год – 6%

50 лет – 35%

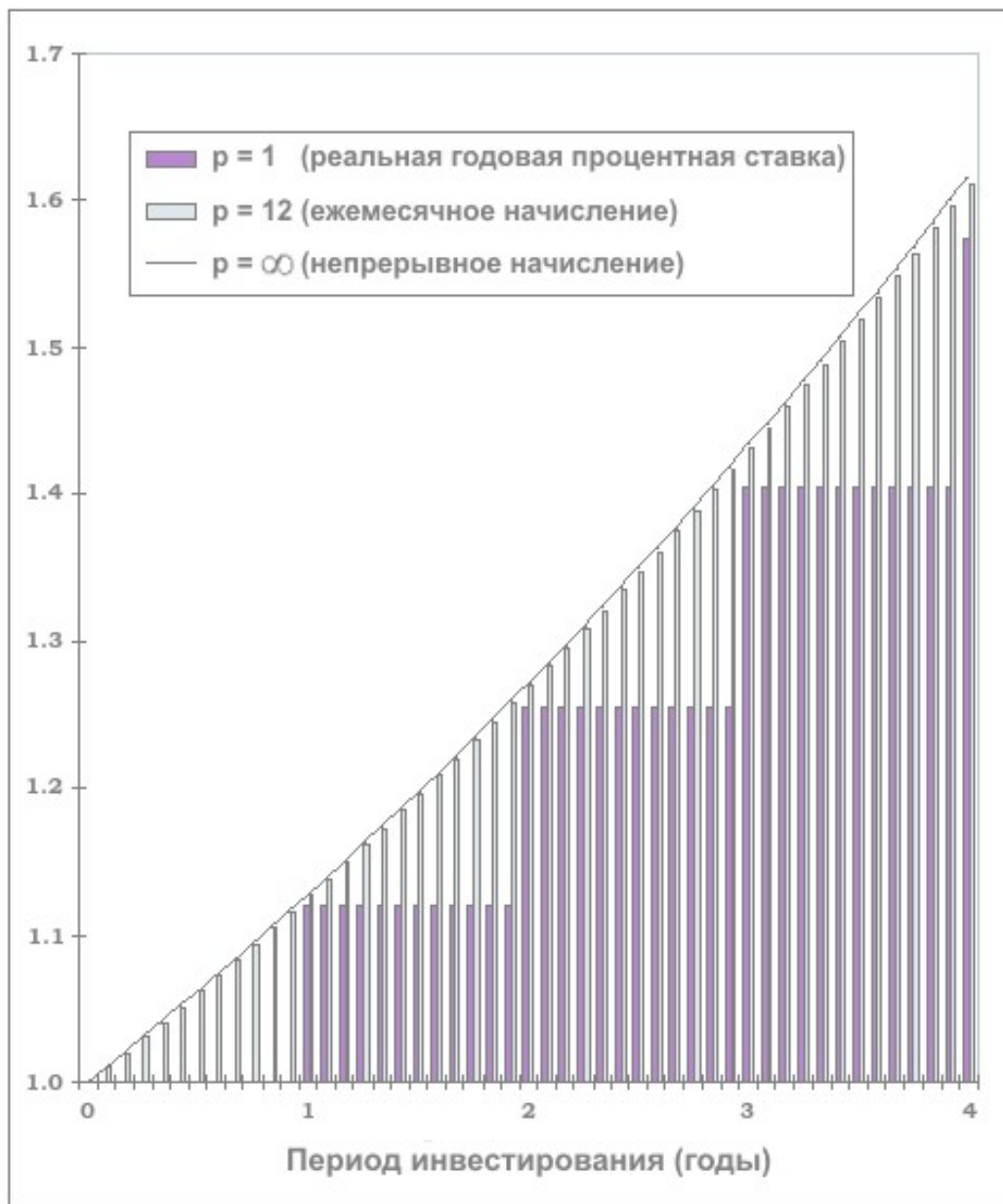
**$p = 12 \leftrightarrow p = \infty$**

1 год – 0.55%

50 лет – 3%

**$\downarrow p \rightarrow \uparrow \text{риск}$**

**Сравнение с  
реальной годовой  
процентной ставкой**



*Рост капитала при 12% годовых*



# Реальная годовая процентная ставка

Используется для сравнения различных схем начисления сложных процентов

При однократном применении даёт такой же результат

$$A_n = A_0 \times [1 + i]^n \longleftrightarrow A_n = A_0 \times \left[1 + \frac{j}{p}\right]^{p \times n}$$
$$[1 + i] \longleftrightarrow \left[1 + \frac{j}{p}\right]^p \longrightarrow i = \left[1 + \frac{j}{p}\right]^p - 1$$

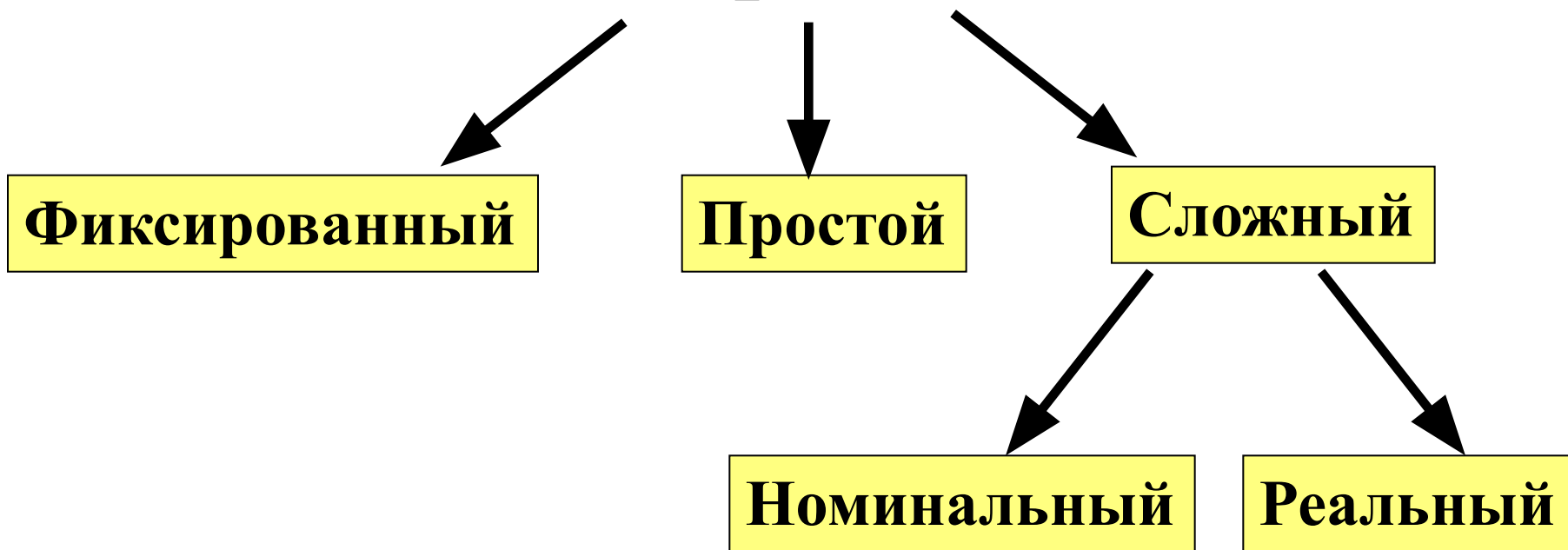
$$i = \left[1 + \frac{j}{p}\right]^p - 1 = \left[1 + \frac{0.12}{365}\right]^{365} - 1 = 1.1275 - 1 = 0.1275 ; \quad i = \left[1 + \frac{j}{p}\right]^p - 1 = \left[1 + \frac{0.12}{12}\right]^{12} - 1 = 1.268 - 1 = 0.1268$$

**p = 1**: реальная годовая номинальная годовая  
процентная ставка процентная ставка

**p > 1**: реальная годовая > номинальная годовая  
процентная ставка процентная ставка



# Виды процентов



**С увеличением количества периодов начисления процент увеличивается**



# Содержание

1. Введение
2. Проценты (на капитал)
- 3. Применение принципов начисления сложных процентов**
4. Дисконтирование
5. Применение принципов дисконтирования
6. Аннуитет
7. Ставка дисконта и дисконтированная величина добычи
8. Выбор ставки дисконта
9. Инфляция



# Применение принципов начисления сложных процентов

1) Расчёт будущей стоимости инвестиций  
(итоговой величины капитала)

2) Смещение денежных потоков во времени  
(для простоты расчётов или сравнения)

3) Определение или проверка остатка на счёте  
(через изменение положительных или отрицательных  
денежных потоков с течением времени)

4) Определение величины растущих затрат или цен

5) Ранжирование капиталовложений  
(в соответствии с их прибыльностью)



# 1) Расчёт будущей стоимости

$$A_n = A_0 \times [1 + i]^n$$

$$A_0 = 100$$

$$i = 0.12 \text{ (12\%)}$$

$$n = 10 \text{ лет}$$

$$A_{10} = 100 \times \left[1 + \frac{0.12}{12}\right]^{12 \times 10} = 100 \times [1.01]^{120} = 100 \times 3.300 = \\ = 330 \text{ рублей}$$





## 2) Смещение денежных потоков во времени

Расчёт суммарного значения или сравнение

Определение момента времени

### 1) Метод сложения

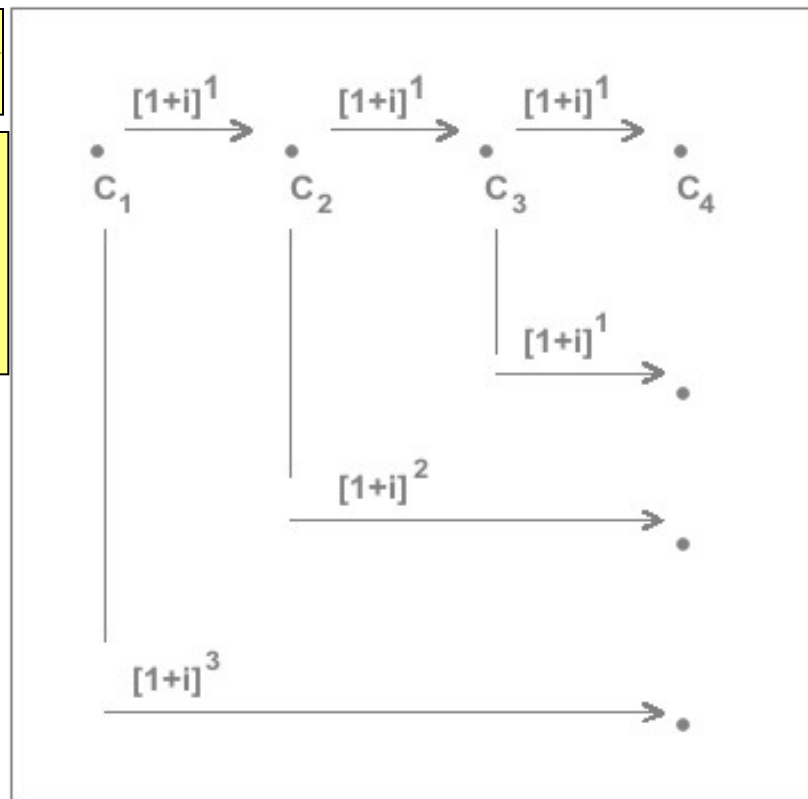
$$C_n + C_{n-1}[1+i] + \dots + C_2[1+i]^{n-2} + C_1[1+i]^{n-1}$$

При необходимости  
использования  
промежуточных значений

### 2) Метод прямого расчёта

$$C_1 \times [1+i]^3, C_2 \times [1+i]^2, C_3 \times [1+i]$$

Сравнение денежных потоков





Период (n)	Денежный поток (n)	Проценты	Баланс за год	Баланс (n)
0	1000	0.0	0.0	1000.0
1	1500	100.0	1600.0	2600.0
2	-2000	260.0	-1740.0	860.0
3	750	86.0	836.0	1696.0
4	-1000	169.6	-830.4	865.6
5	2000	86.6	2086.6	2952.2
6	-3000	295.2	-2704.8	247.4
<i>Расчёт 2</i>				

### 3) Определение или проверка остатка на счёте

#### *Расчёт 1*

$$\text{Баланс}_n = \text{Баланс за год}_n + \text{Баланс}_{n-1}$$

$$\text{Баланс за год}_n = \text{Денежный поток}_n + \text{Проценты}_{n-1}$$

$$\text{Проценты}_n = \text{Баланс}_{n-1} \times i$$

#### *Расчёт 2 (метод сложения)*

$$\text{Баланс}_n = \text{Пересч. баланс}_n + \text{Ден.поток}_n$$

$$\text{Пересч. баланс}_n = \text{Баланс}_{n-1} \times i$$

#### *Расчёт 3 (прямой расчёт)*

Сумма годовых балансов

Период (n)	Денежный поток (n)	Пересчитанный баланс (n-1)*(1+i)	Баланс (n)
0	1000	0.0	1000.0
1	1500	1100.0	2600.0
2	-2000	2860.0	860.0
3	750	946.0	1696.0
4	-1000	1856.6	865.6
5	2000	952.2	2952.2
6	-3000	3247.4	247.4
<i>Расчёт 3</i>			

#### *Расчёт остатка на счёте*

Период (n)	Денежный поток (n)	Обратный порядок (n)	Множитель наращеня	Денежный поток *
0	1000	6	1.771561	1771.6
1	1500	5	1.61051	2415.8



## 4) Рост цен

$A_n = A_0 \times [1 + i]^n$  - уравнение начисления сложных процентов

$P_n = P_0 [1 + f]^n$  - уравнение роста цен

$[P_n]$  - цена в будущем

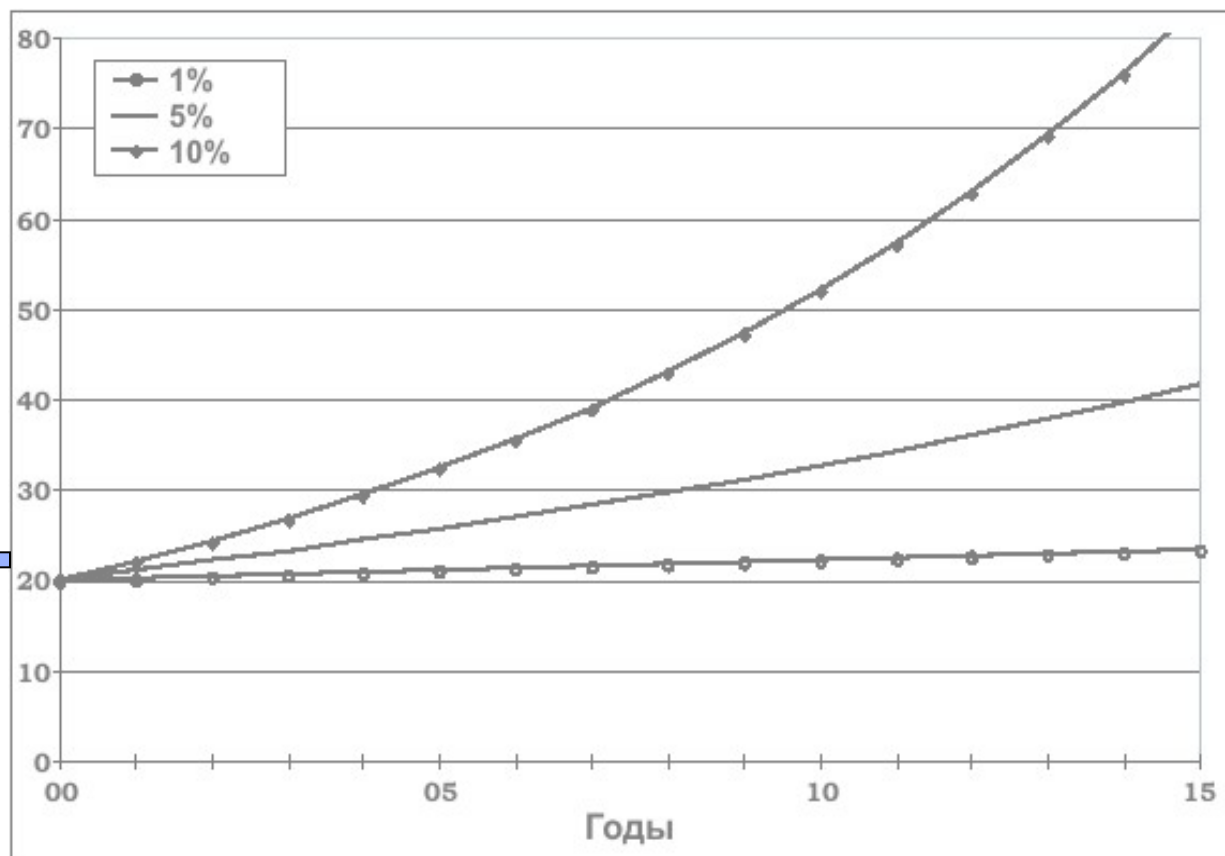
$P_0$  - базисная цена

$[f]$  - годовой уровень  
изменения цены

$[n]$  - количество лет

$$P_5 = 20 \times [1.03]^5 = 23.19 \$$$

*Рост цен на нефть*





## 5) Ранжирование проектов через сравнение значений будущей стоимости

Сравнение инвестиционных возможностей для принятия решения

Расчёт относительно единого момента времени

**1250 тыс.рублей** - 3 варианта капиталовложений

Вариант	Условия
1) Банковский депозит	<b>5%</b> годовых (10 лет)
2) Открытие специального пенсионного вклада	Выплата <b>250 тыс.рублей</b> каждый год, с возможностью перечисления на депозит (10 лет)
3) Инвестирование в небольшую компанию	Единовременная выплата <b>3500 тыс.рублей</b> через 10 лет



## 5) Ранжирование проектов через сравнение значений будущей стоимости

→ **Вариант 1:**  $A_{10} = 1250 \times [1.05]^{10} = \underline{2036.12}$  тыс.рублей

→ **Вариант 3:**  $A_{10} = \underline{3500}$  тыс.рублей

→ **Вариант 2:** →

Денежный поток	Множитель наращения	Будущая стоимость
250	$(1.05)^9$	387.83
250	$(1.05)^8$	369.36
250	$(1.05)^7$	351.78
250	$(1.05)^6$	335.02
250	$(1.05)^5$	319.07
250	$(1.05)^4$	303.88
250	$(1.05)^3$	289.41
250	$(1.05)^2$	275.63
250	$(1.05)^1$	262.50
250	$(1.05)^0$	250.00
250		250.00
250		250.00

**Кроме знания итоговых результатов, необходимо учитывать риск при принятии решения**

*Расчёт будущей суммы по варианту 2*