Комплекстік кедергі. Комплекстік өткізгіштік. Пассивті екіұшты. Ом және Кирхгоф заңдары комплекстік түрде. Резистордағы синусоидалық ток. Активті қуат.

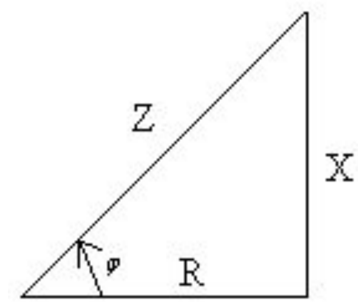
Синусоидалы функциялардан комплекстік мәндерді енгізу, комплекстік кедергі түсінігін енгізуге жағдай жасайды. Комплекстік кернеудің комплекстік токқа қатынасы комплекстік кедергі деп аталады:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U\,e^{j\varphi_u}}{I\,e^{j\varphi}} = \frac{U}{I}e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Ze^{j\varphi} = Z(\cos\varphi + j\sin\varphi) = R + jX,$$

мұндағы: $\underline{Z}$ -комплекстік кедергі,

Z – комплекстік кедергінің модулі,

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ -толық кедергі дейміз,



φ - комплексті кедергінің аргументі, кернеу мен ток арасындағы фаза ығысу бұрышына тең,

R - активті кедергі,

X - реактивті кедергі.

Толық кедергінің өрнегі бір катеті активті кедергіге R тең, екінші катеті реактивті кедергіге X тең, ал гипотенузасы толық кедергіге Z тең тікбұрышты үшбұрышқа сәйкес келеді.

Бұл үшбұрышты **кедергілер үшбұрышы** деп атайды.

Бұл үшбұрыштан фазалық ығысуы анықталады: $\varphi = arctg\,\dfrac{X}{R}$

Комплекстік кедергіге $\underline{Z}$ кері шаманы, **комплекстік өткізгіштік** деп атаймыз:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}_m}{\underline{U}_m} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I\ e^{j\varphi_i}}{U\ e^{j\varphi_u}} = Y\ e^{-j\varphi} = Y\left(\cos\varphi - j\sin\varphi\right) = G - jB,$$

мұндағы: $\underline{Y}$ -комплекстік өткізгіштік,

Y - комплекстік өткізгіштіктің модулі,

$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ -толық өткізгіштік деп аталады,

G - активті өткізгіштік,

B – реактивті өткізгіштік.

Тізбектің толық өткізгіштігінің өрнегі бір катеті активті өткізгіштікке G тең, екінші катеті реактивті өткізгіштікке тең, ал гипотенузасы толық өткізгіштікке Y тең тікбұрышты үшбұрышқа сәйкес келеді. Бұл үшбұрыш өткізгіштер үшбұрышы деп аталады. Ток пен кернеу арасындағы фазалық ығысуды өткізгіштер үшбұрышы арқылы табуға болады: $\varphi = arctg\,\dfrac{B}{G}$

Егер $\underline{Z}$ белгілі болса $\underline{Y}$ табуға болады:

$$\underline{Z} = R + jX, \quad \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - \frac{jX}{R^2 + X^2} = G - jB.$$

Идеал екіұштықтардың комплексті кедергісі: R кедергісі үшін $\underline{Z} = R$ (активті), L индуктивтік үшін комплексті кедергі $\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L$,

мұндағы X_L - индуктивтіктің реактивті кедергісі,

C - сыйымдылық элементінің комплекстік кедергісі

$\underline{Z}_c = \dfrac{1}{j\omega C} = -jX_c,\ X_c = \dfrac{1}{\omega C}$ - сыйымдылық элементінің реактивті кедергісі.

Бейнелік әдісімен электр тізбектерін есептеу кезінде баламалы түрлендірулердің барлық түрлерін пайдаланады және тұрақты ток тізбектерінде қолданылатын электр тізбектеріне жүргізілетін талдау әдістері, яғни синусоидалы токтар мен кернеулер кезіндегі сызықты электр тізбектеріне де таралады, ал сәйкес мәндері: токтар, кернеулер, кедергілер , өткізгіштіктер комплексті түрде жазылуға тиісті.

Бұларды есепке алып электр тізбектерінің негізгі заңдарын бейнелік түрінде жазуға болады.

***Ом заңы*:**

$\underline{Z}$ - кедергісі бар тізбектің бөлігі үшін: $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}, \quad \underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}};$

Э.Қ.К көзі бар тізбектің бөлігі үшін $\underline{I} = \dfrac{\pm \underline{U} \pm \underline{E}}{\underline{Z}}.$

Кирхгоф заңдары:

Кирхгофтың бірінші заңына жазылған токтардың лездік және соған сәйкес комплекстік мәндері үшін:

$$\sum_k i_k = 0, \qquad \sum_k \underline{I}_k = 0.$$

Кирхгофтың екінші заңына жазылған кернеулердің және Э.Қ.К лездік және соған сәйкес комплекстік мәндері үшін:

$$\sum_k \left(R_k i_k + u_{Lk} + u_{ck}\right) = \sum_k e_k \qquad \sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k .$$

Пассивті екіұшты. Кез-келген екіұштының кірер алдындағы ток пен кернеу Ом заңымен байланысты болады: $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}, \quad \underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}$,

Мұндағы $\underline{Z} = R + jX$ - комплекстік кедергі,

$\underline{Y} = G - jB$ - комплекстік өткізгіштік.

Екіұштының сұлбасына кірердегі кедергі баламалы тізбектегі жалғанған активті R сұлбаға сәйкес келеді. $X > 0$ болғанда, кіріс кедергі индуктивті, $X < 0$ болғанда, сыйымдылық кедергісі болады. Кернеуді бірнеше құрастырушыларға бөліп жазуға болады:

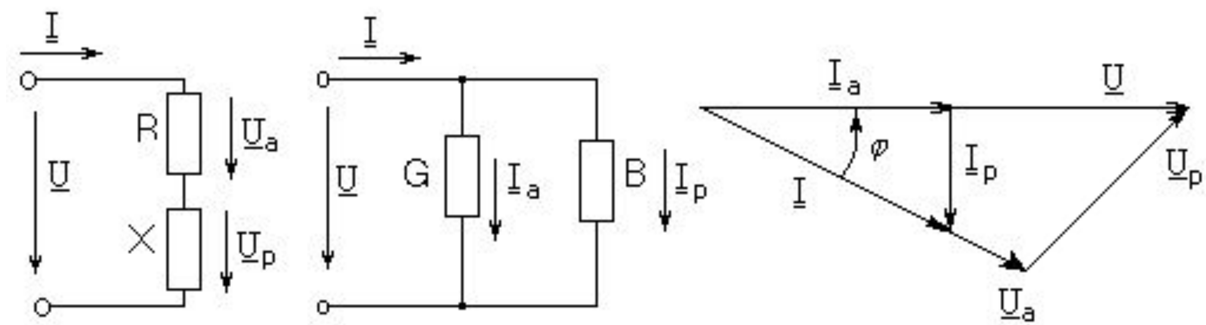
$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} = \left(R + jX\right)\underline{I} = \underline{I}R + j\underline{I}X = \underline{U}_a + j\underline{U}_P,$$

мұндағы $\underline{U}_a$ - токпен фаза бойынша дәл келетін құрама бөліктегі активтік кернеу, $\underline{U}_P$ - тоққа қарағанда фаза бойынша $\frac{\pi}{2}$ бұрышқа ығысқан құрама бөліктегі реактивтік кернеу.

Құрама бөлік $\underline{U}_a$ және $\underline{U}_P$ баламалалық сұлбасының R және X элементтеріндегі кернеу ретінде қарастырады.

Векторлық диаграммада $\underline{U}_a, \underline{U}_p, \underline{U}$ векторлар арқылы жасалған үшбұрыш - **кернеу үшбұрышы** деп аталады:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2}, \quad U_a = U\cos\varphi, U_P = U|\sin\varphi|.$$



Кірердегі комплекстік өткізгіштік $\underline{Y} = G - jB$ баламалы параллель қосылған активті G және рективті B өткізгіштіктерден тұратын екіұштыққа сәйкес келеді.

Кірер ток: $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U} = (G - jB)\underline{U} = G\underline{U} - jB\underline{U} = \underline{I}_a + j\underline{I}_P$

мұндағы $\underline{I}_a$ - кернеумен фаза бойынша сәйкес келетін токтың құрама бөлігі, активті бөлігі деп атаймыз, $\underline{I}_P$ кернеуге қарағанда фаза бойынша ығысқан $\frac{\pi}{2}$ токтың құрама бөлігі болып саналады, реактивті бөлігі деп атаймыз.

Құрама бөлік $\underline{I}_a$ мен $\underline{I}_P$ баламалы сұлбадағы G және B элементтердің тогы ретінде қарастыруға болады. $\underline{I}, \underline{I}_a, \underline{I}_P$ векторлары арқылы жалғасқан үшбұрышты **токтар үшбұрышы** деп атаймыз:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}, I_a = I\cos\varphi, I_p = I\cos\varphi$$

Резистордағы синусоидалық ток. Активті қуат. Кедергінің қысқыштары арасында синусоидалы кернеу әсер ететін болса $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$, онда ток Ом заңы бойынша анықталады:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin(\omega t + \varphi_u)}{R} = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i), \quad I_m = \frac{U_m}{R}, \varphi_i = \varphi_u$$

мұндағы I_m - токтың амплитудасы, φ_i - токтың бастапқы фазасы . $\varphi_i = \varphi_u$
Кедергінің қысқыштарындағы кернеудің және токтың бастапқы фазалары бірдей болады. Фазалық ығысу нөльге тең: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 \cdot$
Токтың әрекеттік мәні . $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

Лездік қуат:

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi) = \frac{U_m I_m}{2}\left[1 - \cos 2|\omega t + \psi|\right] =$$

$$= UI[1 - \cos 2(\omega t + \psi)], \quad \varphi_u = \varphi_i = \psi.$$

Лездік қуат тұрақты құраушыдан және екі еселенген жиілікпен өзгеретін айнымалы құраушыдан тұрады. Оның таңбасы әр уақытта оң, яғни электр энергиясы тұрақты түрде басқа түрлі энергияға түрленеді. Период ішіндегі орташа қуатты активті қуат деп атаймыз:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T uid\,t = \frac{R}{T}\int_0^T i^2 dt = I^2 R.$$

Комплекстік түрде:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u), \qquad \underline{U} = U\,e^{j\varphi_u}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}.}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{U\,e^{j\varphi_u}}{R} = \frac{U}{R}e^{j\varphi_u} = I\,e^{j\varphi_i}, I = \frac{U}{R}, \quad \varphi_u = \varphi_i.$$

Векторлық диаграмма суретте көрсетілген.