

**Тема урока:  
"Арифметическая и  
геометрическая  
прогрессии"**



# Прогрессии

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

# Определения

**Числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $a_{n+1} = a_n + d$ , где  $d$  – некоторое число.**

**Числовая последовательность  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $b_{n+1} = b_n q$ , где  $b_n \neq 0$ ,  $q$  – некоторое число, не равное нулю.**

# Формулы n-ого члена прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

# Формулы суммы n первых членов прогрессий

арифметическая

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано:  $a_1 = 5$ ,  $d = 4$

Найти:  $S_5$

$$S_5 = 65$$

геометрическая

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1 - q}, q \neq 1$$

Дано:  $b_1 = 2$ ,  $q = -3$

Найти:  $S_4$

$$S_4 = -40$$

1) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_1 = 5 \quad d = 3$$

Найти:  $a_6$ ;  $a_{10}$ .

*Решение:* используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = 5 + 5 \cdot 3 = 20$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

Ответ: 20; 32





2) Дано:  $(b \ n)$  геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5 \quad q = 3$$

Найти:  $b_3$ ;  $b_5$

Решение: используя формулу  $b$

$$n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_3 = b_1 q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

Ответ: 45; 405.

3) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_4 = 11 \quad d = 2$$

Найти:  $a_1$ .

*Решение:* используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_4 = a_1 + 3 d ; a_1 = a_4 - 3 d = 11 - 3 \cdot 2 = 5$$



**Ответ: 5.**



4) Дано:  $(b_n)$  геометрическая  
прогрессия

$$b_4 = 40 \quad q = 2$$

Найти:  $b_1$ .

Решение: используя формулу  $b_n = b_1 q^{n-1}$

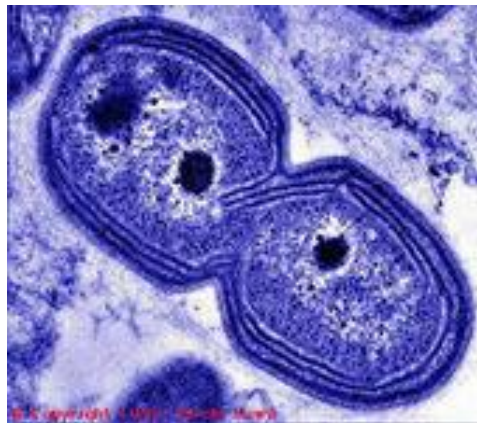
$$b_4 = b_1 q^3 ; b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

Ответ: 5.



# ★ Прогрессии в биологии ★

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут.



# Решение

Данная последовательность - геометрическая прогрессия со знаменателем  $q = 2$   $n = 7$   $b_1 = 1$

Зная формулу  $S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$  Получаем

$$S_7 = \frac{1 \cdot 2^7 - 1}{2 - 1} = 127$$



# Архитектура

Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?



★  
*Решение задачи:*



Итак, перед нами арифметическая прогрессия.

Пусть  $x$  мест в первом ряду,  $(x+20)$  мест во втором ряду,  $(x+20+20)$ , т. е.  $(x+40)$  мест в третьем ряду и т. д.

$$a_1 = x \quad a_2 = x + 20 \quad d = 20 \quad a_{10} = 280$$



$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \quad 280 = x + 9 \times 20 \quad \longrightarrow \quad x = 100$$

Значит, 100 мест в первом ряду

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} 10 \quad S_{10} = \frac{100 + 280}{2} \times 10 \quad S_{10} = 1900$$



Ответ: 1900



**Задача:** Вертикальные стержни фермы имеют следующую длину: наименьший 5 дм, а каждый следующий - на 2 дм длиннее. Найдите длину семи таких стержней.

Решение: Перед нами арифметическая

прогрессия 5, 7, 9, 11, ....

$$a_1 = 5 \quad d = 2 \quad n = 7$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_7 = a_1 + d(7 - 1)$$

$$a_7 = 17$$

$$S_7 = \frac{5 + 17}{2} \times 7$$

Ответ: 77 дм



# Домашнее задание

- Параграф 38, выучить формулы арифметической и геометрической прогрессии;
- Упражнения 38.22 – 38.34 (все номера под буквой «б»)