

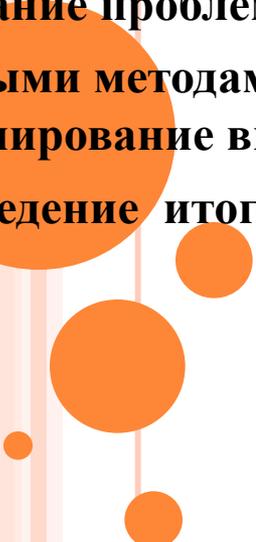
УРОК ГЕОМЕТРИИ

11 КЛАСС

ТЕМА УРОКА

# СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ

## План урока

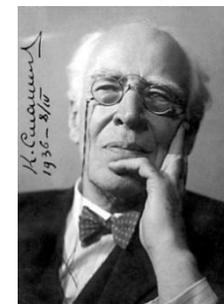
1. Повторение ( теория и практика ):  
простейшие задачи в координатах , скалярное произведение векторов.
  2. Создание проблемных ситуаций на основе рассмотрения задач , решаемых разными методами.
  3. Формирование вывода о выборе оптимального решения задач.
  4. Подведение итогов
- 

## ПОВТОРЕНИЕ – МАТЬ УЧЕНИЯ (РУССКАЯ НАРОДНАЯ ПОСЛОВИЦА)

*Недостаточно только получить знания; надо найти им приложение. Недостаточно только желать; надо делать. ГЕТЕ Иоганн Вольфганг*



Каждый день, в который вы не пополнили своего образования хотя бы маленьким, но новым для вас куском знания... считайте бесплодно и невозвратно для себя погибшим. *К.С. Станиславский*



Не в количестве знаний заключается образование, а в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.

*Дистервег Адольф*



# ВОПРОСЫ ДЛЯ РАБОТЫ В ПАРАХ

1. Что значит задать в пространстве прямоугольную систему координат?
2. Как называются оси координат?
3. Как найти координаты вектора  $\vec{a}$ . Если известны координаты его начала и конца?
4. Как вы понимаете выражение «угол между векторами»?
5. Что называется скалярным произведением векторов?
6. Что называется скалярным произведением векторов в координатах?
7. Как найти длину вектора  $\vec{a}$ , зная его координаты?
8. Как вычислить длину отрезка  $AB$ , зная координаты его концов?



# ОТВЕТЫ

<i>Обязательный минимальный уровень</i>	<i>Средний уровень А</i>	<i>Средний уровень Б</i>
<b>а) 6; б) 8</b>	<b>а) 6; б) 150</b>	<b>60°</b>



1. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД С ИЗМЕРЕНИЯМИ  $AB = 1\text{CM}$ ,  $AC = 1\text{CM}$ ,  $AA_1 = 1\text{CM}$  ( КУБ) СОВМЕЩЕН С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ ТАК, ЧТО ТОЧКА А НАХОДИТСЯ В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ, ТОЧКА В ЛЕЖИТ НА ОСИ X, ТОЧКА С НА ОСИ Y, ТОЧКА  $A_1$  НА ОСИ Z. ЖЕЛАТЕЛЬНО, ЧТОБЫ ЭТИ ТОЧКИ СТОЯЛИ НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ УКАЗАННЫХ ОСЕЙ.

1.1 ОПРЕДЕЛИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕРШИН ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА.

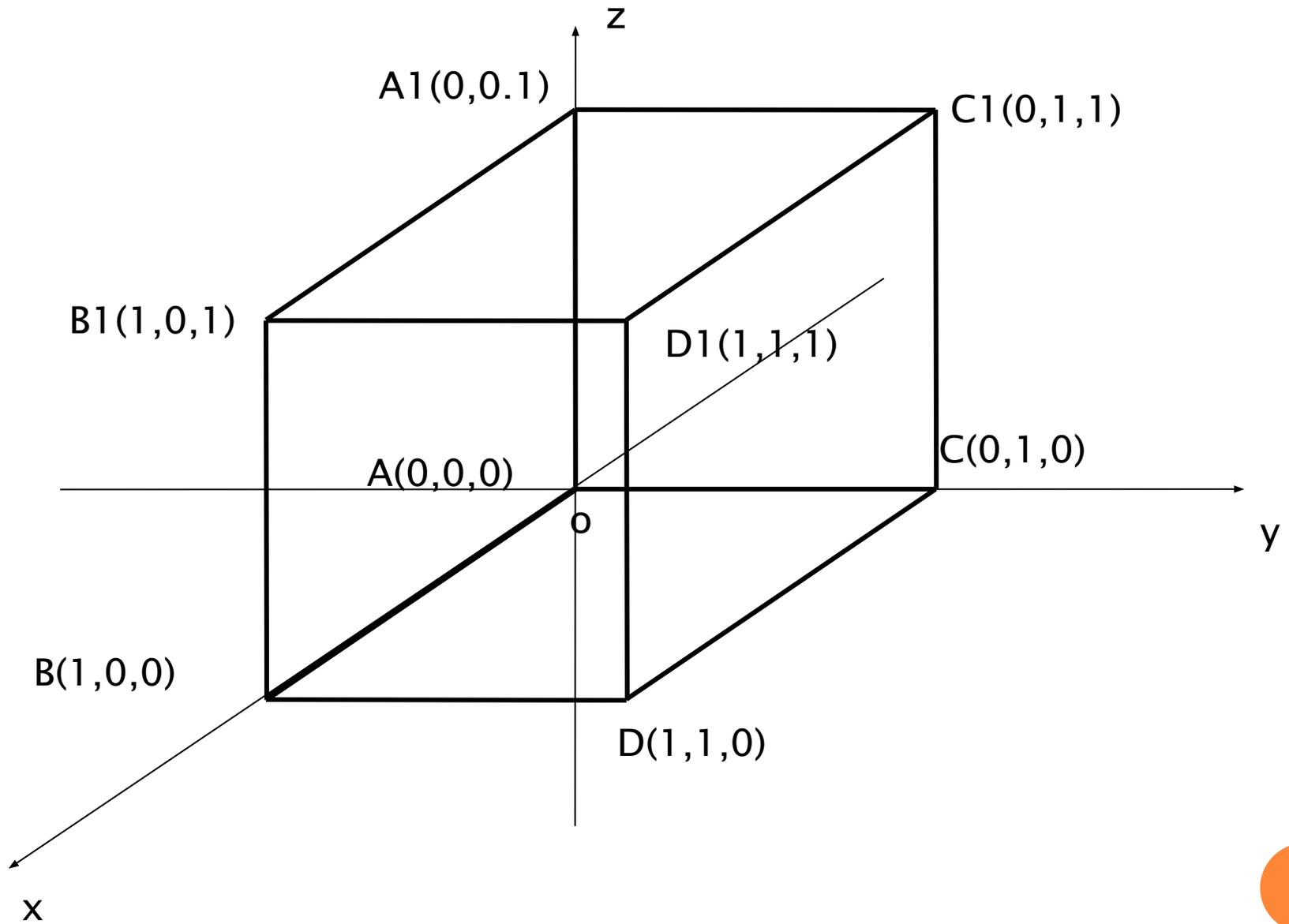
1.2 НАЙДИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕКТОРОВ  $AC_1$  И  $AB_1$  И ИХ ДЛИНЫ

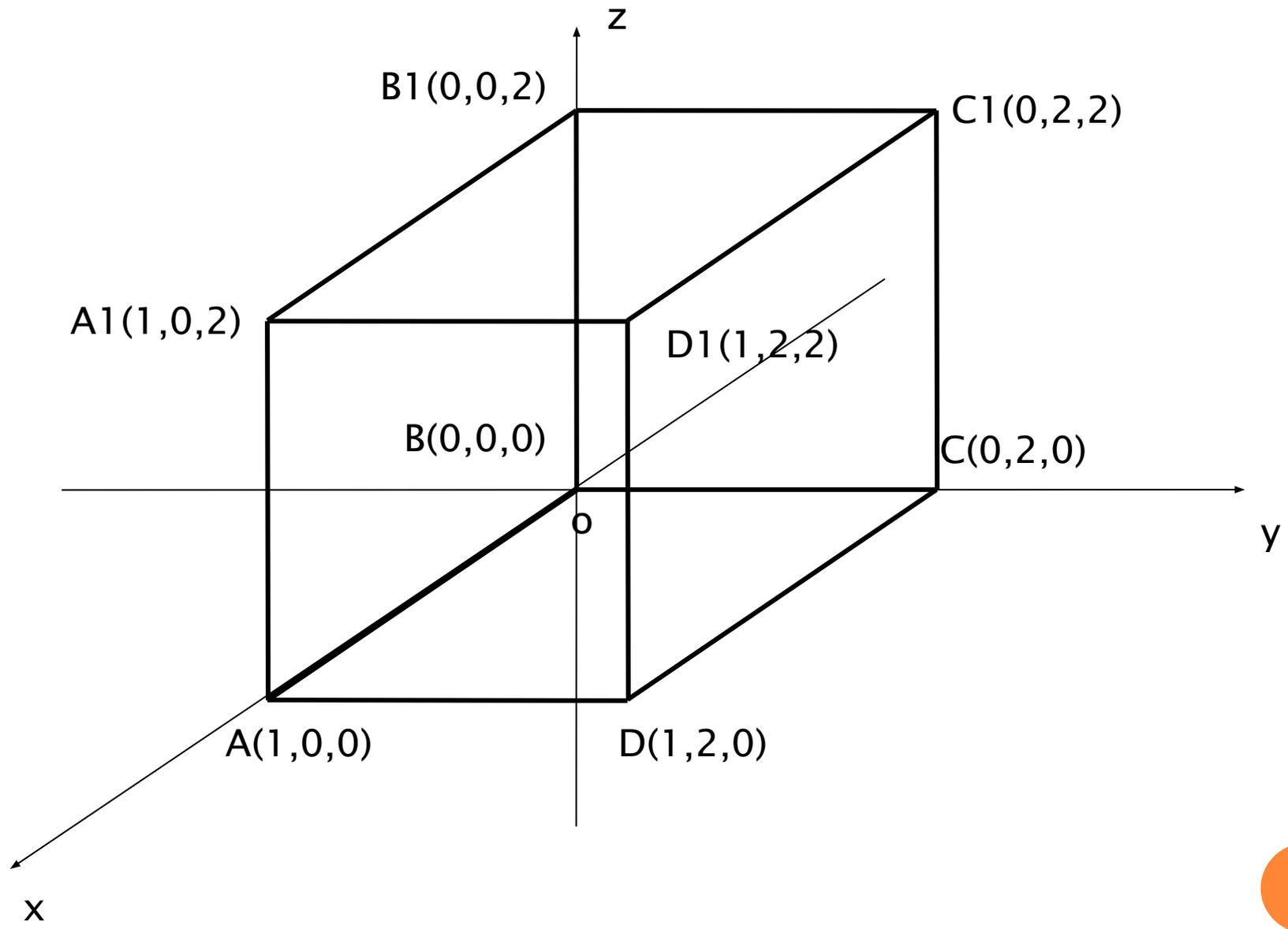
1.3 НАЙДИТЕ УГОЛ МЕЖДУ ЭТИМИ ВЕКТОРАМИ.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

1.4 НАЙДИТЕ  $\cos$  УГЛА МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ  $OA$  И  $B_1M$ , ГДЕ  $O$  – ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДИАГОНАЛЕЙ НИЖНЕЙ ГРАНИ, А  $M$  – СЕРЕДИНА СТОРОНЫ  $C_1D_1$ .







Дано: прямоугольный параллелепипед

$$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1; AB = BC = \frac{1}{2} AA_1$$

Найти угол между прямыми  $BD$  и  $CD_1$ .

1 способ:

1. Введем систему координат  $B_{xyz}$

2. Пусть  $AA_1 = 2$ , тогда

$$AB = BC = 1.$$

$$B(0;0;0) \quad C(1;0;0) \quad D(1;1;0) \quad D_1(1;1;2)$$

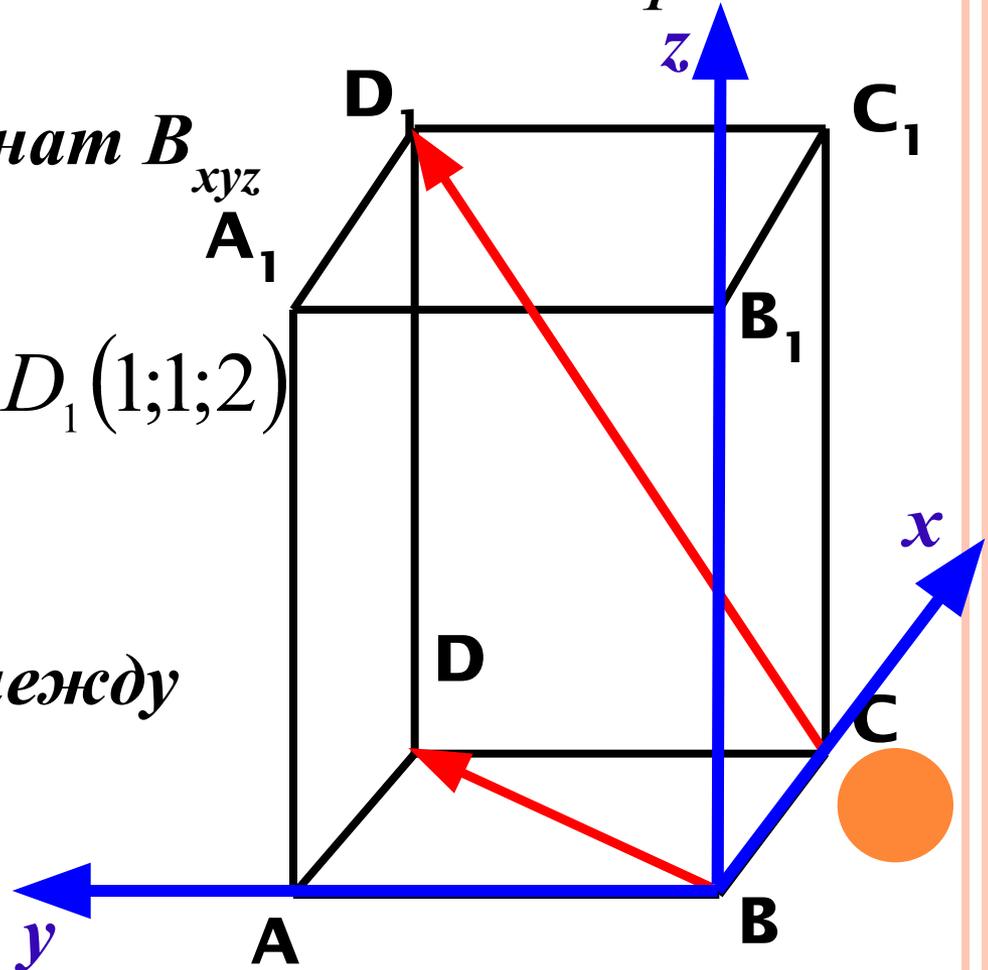
3. Координаты векторов:

$$\overrightarrow{BD} \{1;1;0\} \quad \overrightarrow{CD_1} \{0;1;2\}$$

4. Находим косинус угла между

прямыми:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

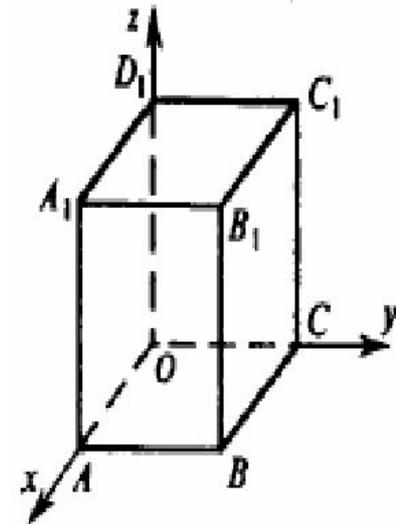




467. Обозначим  $AB=a=BC$ , тогда  $AA_1=2a$ .

Введем прямоугольную систему координат как показано на рисунке. Тогда вершины параллелепипеда имеют координаты:

$A(a; 0; 0)$ ,  $B(a; a; 0)$ ,  $C(0; a; 0)$ ,  $D(0; 0; 0)$ ,  $A_1(a; 0; 2a)$ ,  
 $B_1(a; a; 2a)$ ,  $C_1(0; a; 2a)$ ,  $D_1(0; 0; 2a)$ .

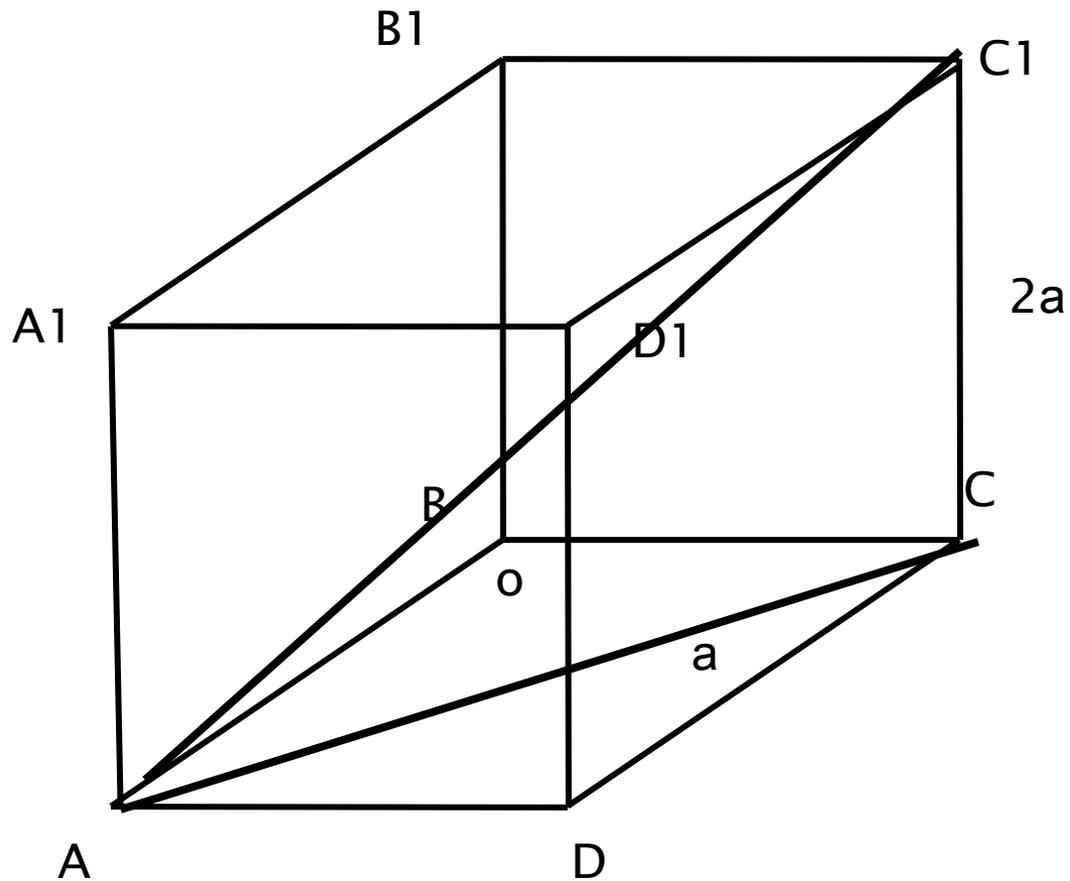


$$a) \vec{BD} \{-a; -a; 0\}, \vec{CD_1} \{0; -a; 2a\},$$

$$\cos\varphi = \frac{|0 + a^2 + 0|}{\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{a^2}{a^2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}, \varphi \approx 71^\circ 34';$$

$$b) \vec{AC} \{-a; a; 0\}, \vec{AC_1} \{-a; a; 2a\},$$

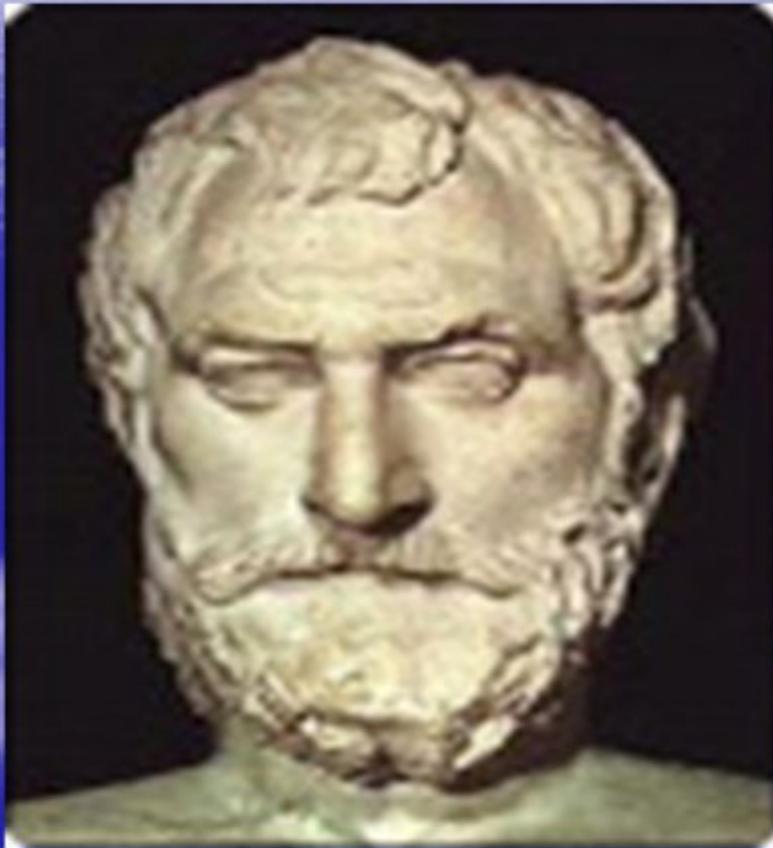
$$\cos\varphi = \frac{|a^2 + a^2 + 0|}{\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{2a^2 + 4a^2}} = \frac{2a^2}{a^2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \varphi \approx 54^\circ 44'.$$



Рассмотрим прямоугольный треугольник  $AC_1C$  :  
Используя теорему Пифагора , вычислим  $AC=a\sqrt{2}$ ,  $AC_1=a\sqrt{6}$  , тогда  
 $\cos \angle CAC_1=1/\sqrt{3}$



# Фалес Милетский



- *Что есть больше всего на свете?*
- Пространство.
- *Что быстрее всего?*
- Ум.
- *Что мудрее всего?*
- Время.
- *Что приятнее всего?*
- Достичь желаемого.