

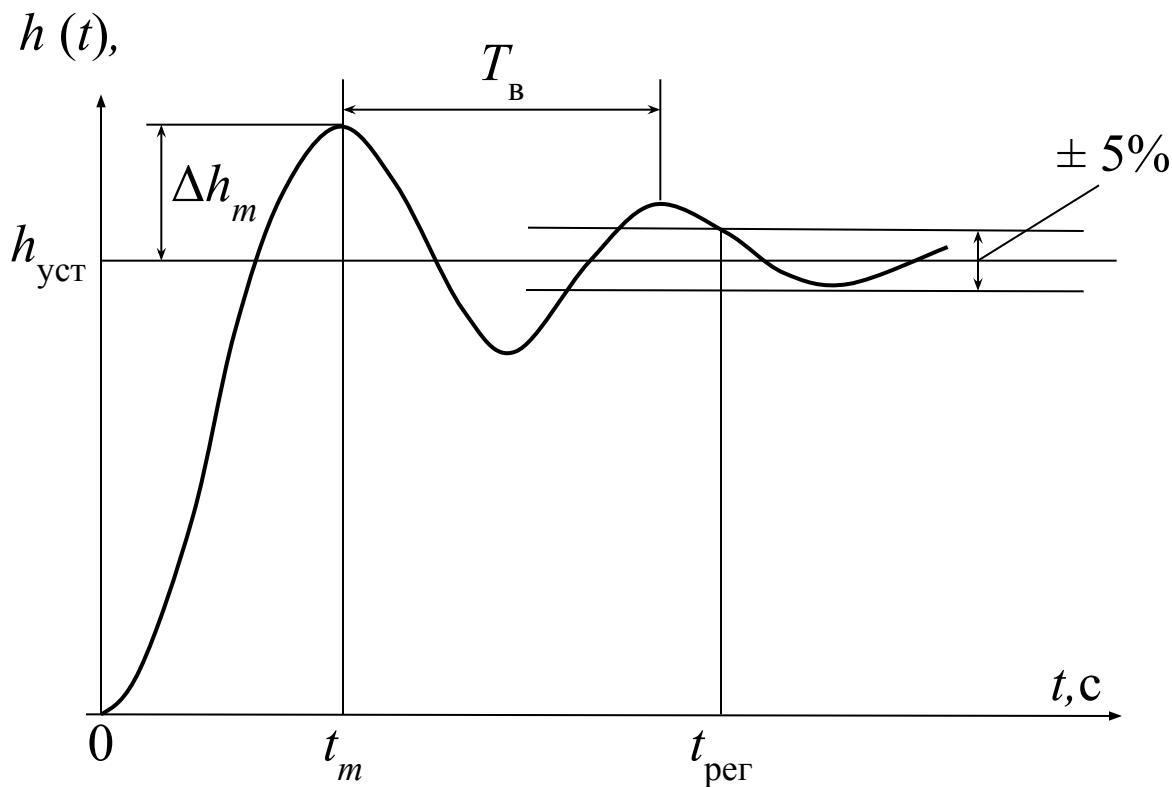
РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 7

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПО ПЕРЕХОДНОЙ И ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Переходная характеристика замкнутой системы как правило является колебательной.



t_m – время достижения первого максимума;

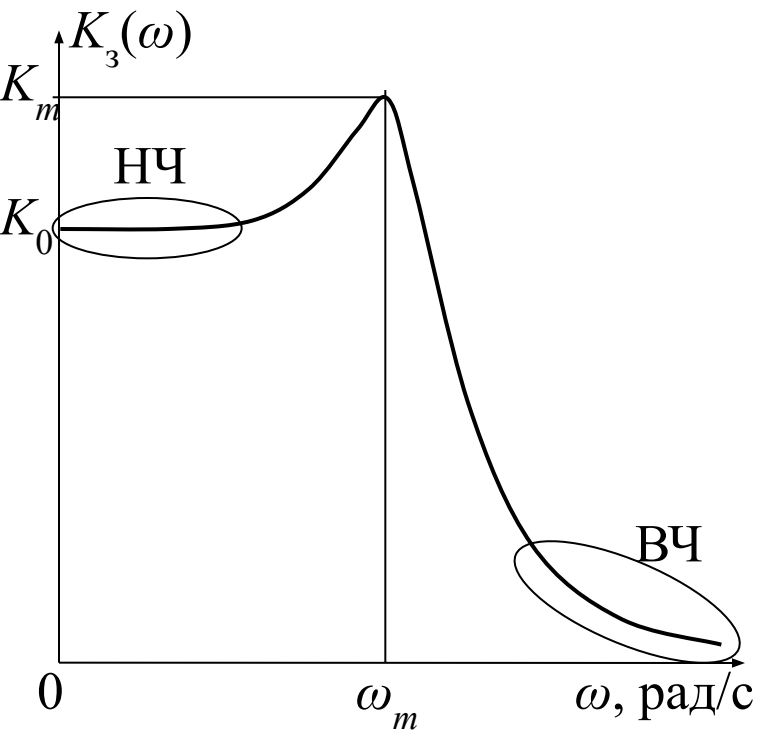
$t_{\text{рег}}$ – время регулирования;

T_B – период колебаний на вершине;

Δh_m – перерегулирование.

$$\Delta h_m (\%) = \frac{\Delta h_m}{h_{\text{уст}}} 100.$$

Значение $h_{\text{уст}}$ равно или немного меньше 1.



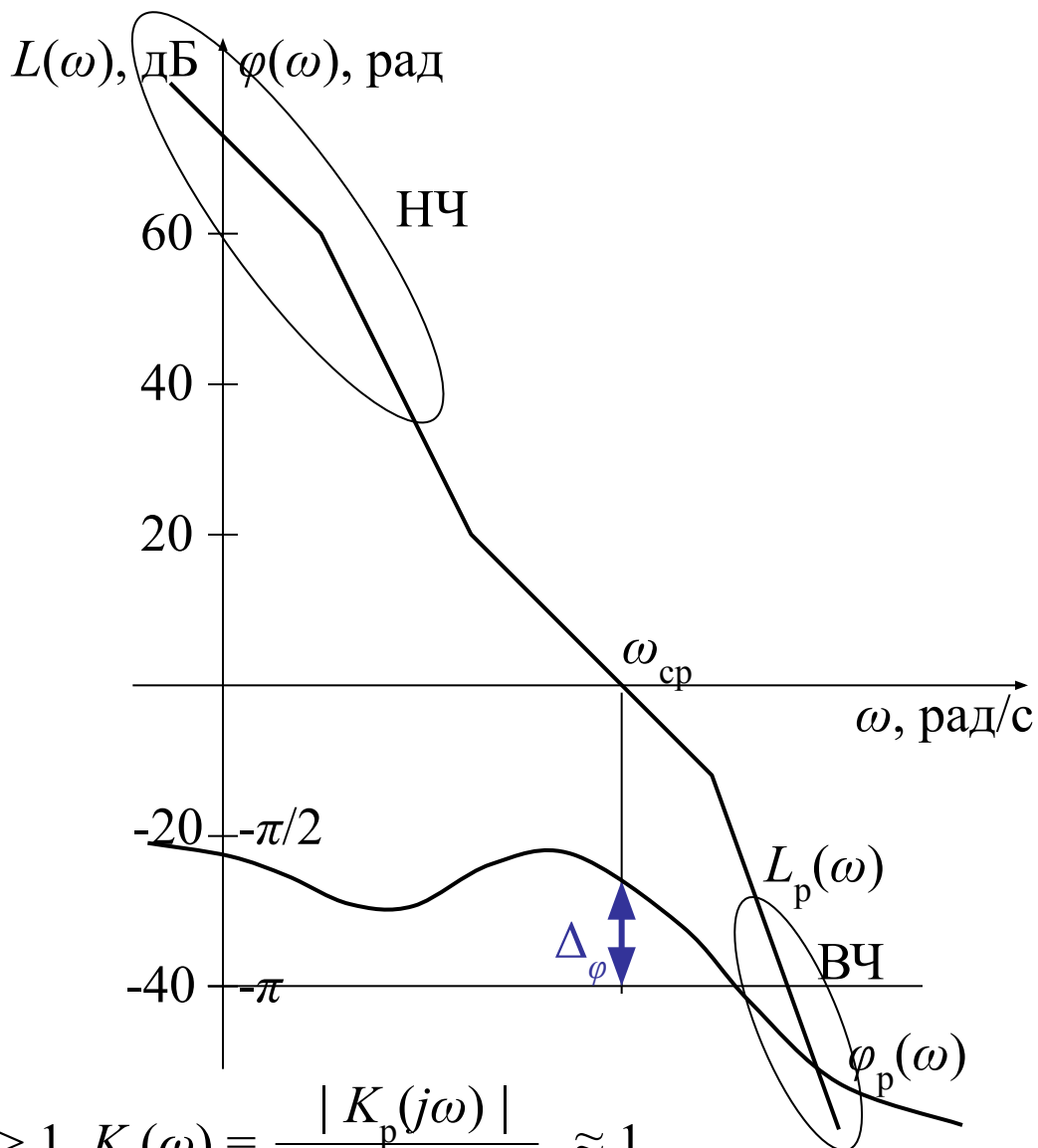
Показатель колебательности

$$M = \frac{K_m}{K_0}$$

K_0 близок к 1 и $M \approx K_m$

Область НЧ: $L_p(\omega) \gg 0$, $K_p(\omega) \gg 1$, $K_3(\omega) = \frac{|K_p(j\omega)|}{|1 + K_p(j\omega)|} \approx 1$.

Область ВЧ: $L_p(\omega) \ll 0$, $K_p(\omega) \ll 1$, $K_3(\omega) = \frac{|K_p(j\omega)|}{|1 + K_p(j\omega)|} \approx K_p(\omega) \ll 1$



Область СЧ: $-(20 - 30) \text{ дБ} < L_p(\omega) < (30 - 40) \text{ дБ}$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = \frac{|K_p(j\omega_{\text{cp}})|}{|1 + K_p(j\omega_{\text{cp}})|} = \frac{1}{|1 + e^{-j(\pi - \Delta\varphi)}|}.$$

1) $\Delta_\varphi = 90^\circ = \pi/2$

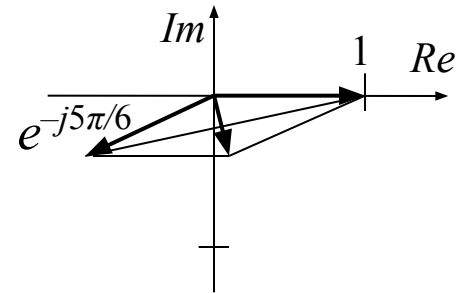
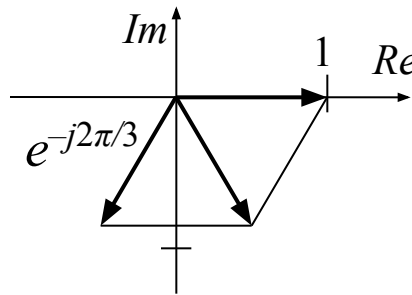
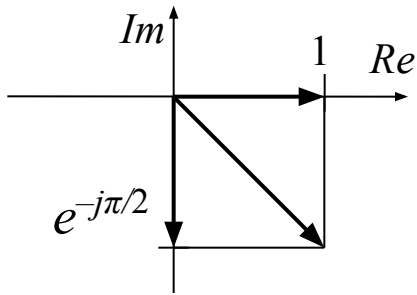
2) $\Delta_\varphi = 60^\circ = \pi/3$

3) $\Delta_\varphi = 30^\circ = \pi/6$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = \frac{1}{|1 + e^{-j\pi/2}|}.$$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = \frac{1}{|1 + e^{-j2\pi/3}|}.$$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = \frac{1}{|1 + e^{-j5\pi/6}|}.$$



$$|1 + e^{-j\pi/2}| = \sqrt{2}.$$

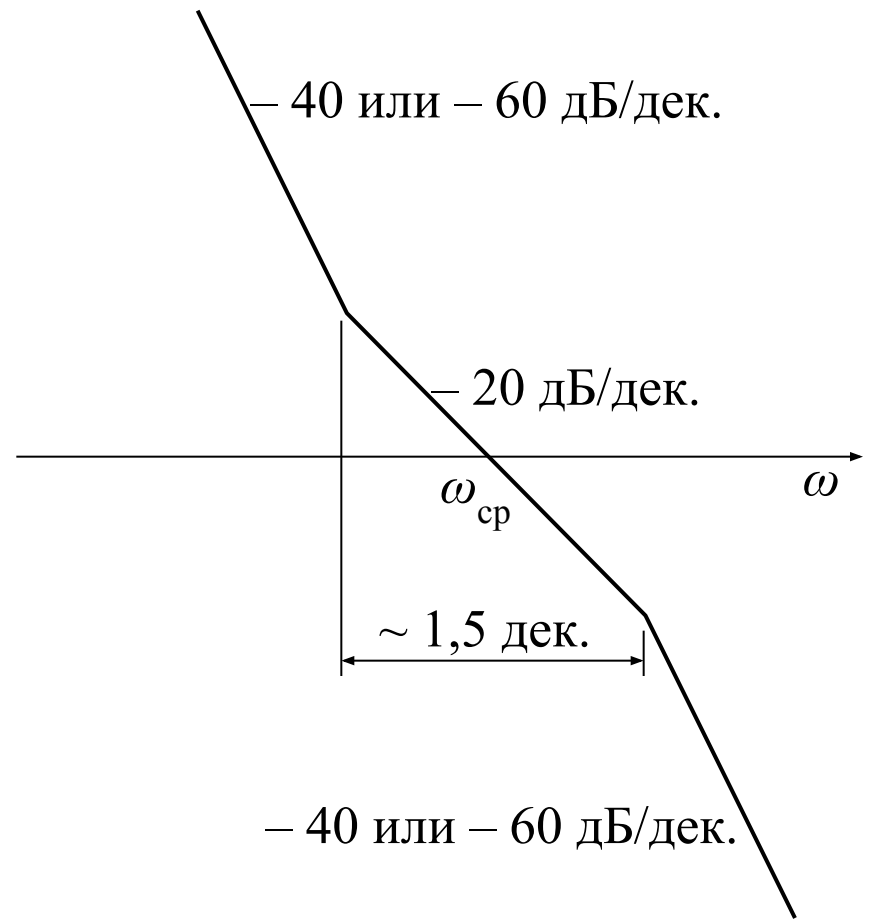
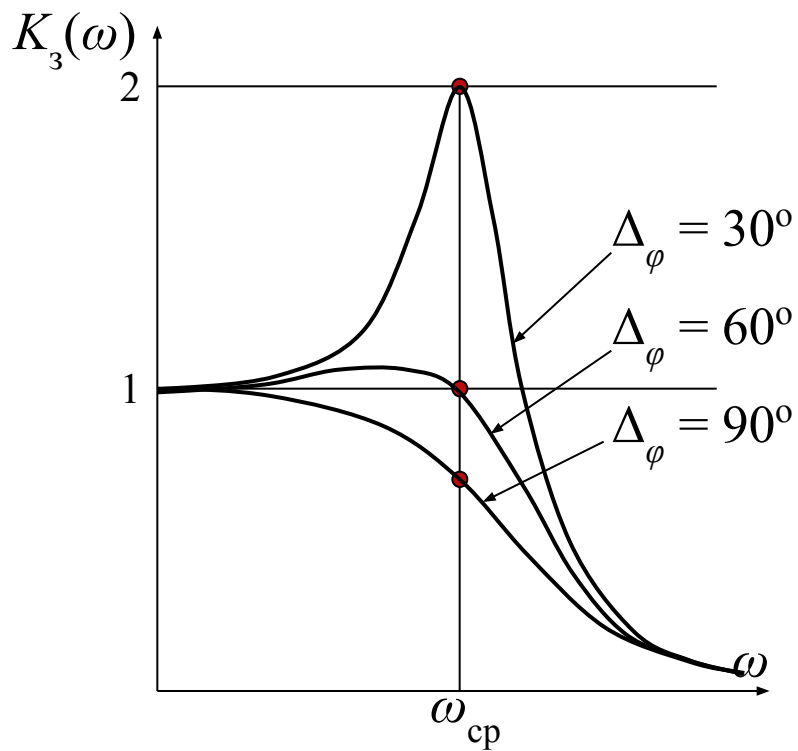
$$|1 + e^{-j2\pi/3}| = 1.$$

$$|1 + e^{-j5\pi/6}| = 2\sin(\pi/12) \approx 2\pi/12.$$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = 1 / \sqrt{2} \approx 0,7.$$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = 1 / 1 = 1$$

$$K_3(\omega_{\text{cp}}) = 12 / 2\pi \approx 2.$$



$$\Delta h_m (\%) = 70 - \Delta_\varphi (\text{град.})$$

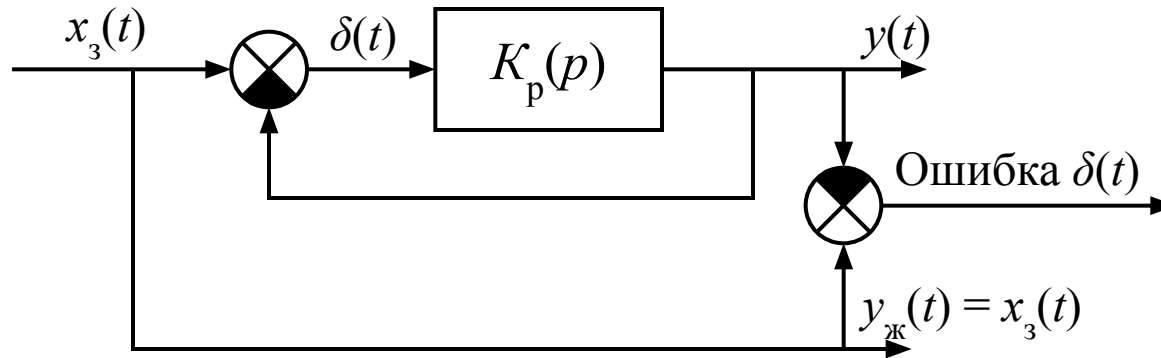
при $30^\circ < \Delta_\varphi < 70^\circ$

Временные параметры переходной характеристики приблизительно можно оценить по частоте среза

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_{\text{ср}}} \quad T_{\text{в}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{ср}}} \quad t_{\text{пер}} = (3 - 5) \frac{\pi}{\omega_{\text{ср}}}$$

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

$$x_3(t) = x_0 + v_x t + \frac{a_x}{2} t^2 + \dots, \quad x_B(t) = 0$$



$$\Delta(p) = K_{\text{ош}}(p) X_3(p).$$

$$K_{\text{ош}}(p) = S_0 + S_1 p + S_2 p^2 + \dots, \quad \text{где } S_0 = K_{\text{ош}}(p)|_{p=0}, \quad S_i = \frac{1}{i!} \left. \frac{d^i K_{\text{ош}}(p)}{dp^i} \right|_{p=0}.$$

$$\Delta(p) = (S_0 + S_1 p + S_2 p^2 + \dots) X_3(p).$$

$$\delta(t) = S_0 x_3(t) + S_1 \frac{dx_3(t)}{dt} + S_2 \frac{d^2 x_3(t)}{dt^2} + \dots$$

1) Статическая ошибка (при $x_3(t) = x_0$): $\delta_{\text{ст}} = S_0 x_0$.

2) Скоростная ошибка (при $x_3(t) = v_x t$): $\delta_{\text{ск}} = S_0 v_x t + S_1 v_x$.

3) Ошибка по ускорению (при $x_3(t) = \frac{a_x}{2} t^2$): $\delta_{\text{уск}} = S_0 \frac{a_x}{2} t^2 + S_1 a_x t + S_2 a_x$

Для расчета ошибок нужно знать три первых коэффициента разложения: S_0, S_1, S_2 .

$$K_p(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}, \quad n \geq m$$

$$K_{\text{ош}}(p) = \frac{1}{1 + K_p(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}{a_n p^n + \dots + a_{m+1} p^{m+1} + (a_m + b_m) p^m + \dots + (a_0 + b_0)}.$$

$$S_0 = K_{\text{ош}}(p) \Big|_{p=0} = \frac{a_0}{a_0 + b_0}.$$

$$\frac{dK_{\text{ош}}(p)}{dp} = \frac{(\dots + 2a_2 p + a_1)(\dots + (a_1 + b_1)p + (a_0 + b_0)) - (\dots + a_1 p + a_0)(\dots + 2(a_2 + b_2)p + (a_1 + b_1))}{(\dots + (a_1 + b_1)p + (a_0 + b_0))^2}$$

$$S_1 = \left. \frac{dK_{\text{ош}}(p)}{dp} \right|_{p=0} = \frac{a_1(a_0 + b_0) - a_0(a_1 + b_1)}{(a_0 + b_0)^2} = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{(a_0 + b_0)^2}.$$

$$S_2 = \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 K_{\text{ош}}(p)}{dp^2} \right|_{p=0} = \frac{(a_2 b_0 - a_0 b_2)(a_0 + b_0) - (a_1 b_0 - a_0 b_1)(a_1 + b_1)}{(a_0 + b_0)^3}$$

САР называется *статической*, если коэффициент S_0 отличен от нуля и *астатической*, если равен нулю.

Количество первых нулевых коэффициентов определяет порядок астатизма.

ОШИБКИ В СТАТИЧЕСКИХ И АСТАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

1) СТАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

$$S_0 \neq 0 \rightarrow a_0 \neq 0.$$

$$K_p(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}.$$

$$S_0 = \frac{a_0}{a_0 + b_0}.$$

Коэффициент передачи разомкнутой системы: $K = K_p(0) = \frac{b_0}{a_0}$.

Тогда
$$S_0 = \frac{a_0}{a_0 + b_0} = \frac{1}{1 + b_0/a_0} = \frac{1}{1 + K}.$$

Статическая ошибка

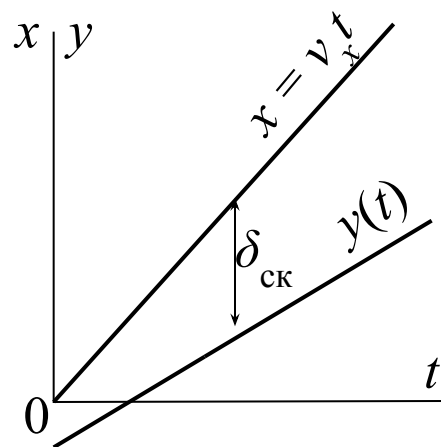
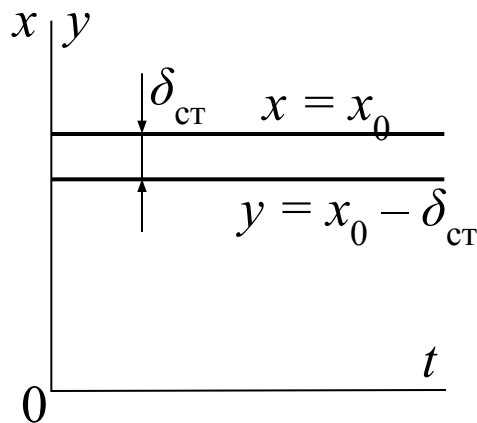
$$\delta_{ст} = \frac{x_0}{1 + K}.$$

Скоростная ошибка

$$\delta_{ск} = \frac{v_x t}{1 + K} + S_1 v_x.$$

Ошибка по ускорению

$$\delta_{уск} = \frac{a_x t^2}{1 + K} + S_1 a_x t + S_2 a_x.$$



Область применения статических систем ограничивается только системами стабилизации, поддерживающими постоянной регулируемую величину.

2) АСТАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПЕРВОГО ПОРЯДКА

$$S_0 = 0 \rightarrow a_0 = 0.$$

$$K_p(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{p(a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_1)}$$

$$S_0 = \frac{a_0}{a_0 + b_0}$$

$$S_1 = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{(a_0 + b_0)^2}$$

Замкнутая система является астатической первого порядка, если в разомкнутую входит один интегратор.

$$K_p(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{b_0}{a_1 p} \quad \text{Коэффициент передачи разомкнутой системы: } K = \frac{b_0}{a_1} [1/c].$$

Тогда $S_1 = \frac{a_1}{b_0} = \frac{1}{K}$.

Статическая ошибка

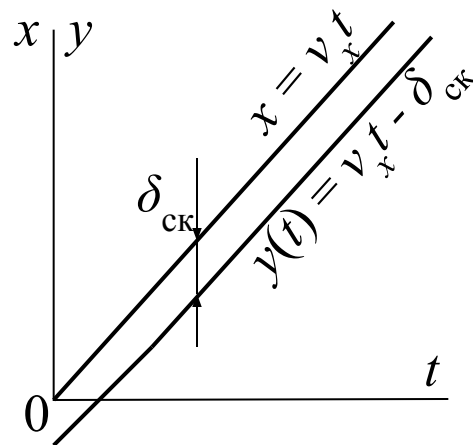
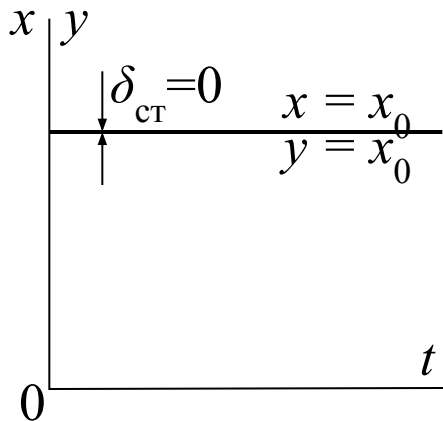
$$\delta_{ст} = 0$$

Скоростная ошибка

$$\delta_{ск} = \frac{v_x}{K}$$

Ошибка по ускорению

$$\delta_{уск} = \frac{a_x t}{K} + S_2 a_x$$



Астатические системы первого порядка из-за постоянства скоростной ошибки широко используются в качестве следящих систем.

3) АСТАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ВТОРОГО ПОРЯДКА

$$S_0 = 0 \rightarrow a_0 = 0. \quad S_1 = 0 \rightarrow a_1 = 0.$$

$$K_p(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{p^2 (a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_2)}$$

$$S_0 = \frac{a_0}{a_0 + b_0}$$

$$S_1 = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{(a_0 + b_0)^2}$$

Порядок астатизма замкнутой системы равен количеству интеграторов в разомкнутой системе.

$$K_p(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{b_0}{a_2 p^2} \quad \text{Коэффициент передачи разомкнутой системы: } K = \frac{b_0}{a_2} [1/c^2].$$

Тогда $S_2 = \frac{a_2}{b_0} = \frac{1}{K}$.

Статическая ошибка

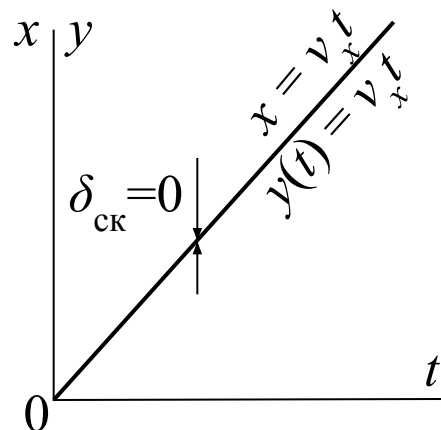
$$\delta_{ст} = 0$$

Скоростная ошибка

$$\delta_{ск} = 0$$

Ошибка по ускорению

$$\delta_{ск} = \frac{a_x}{K}.$$



Астатические системы второго порядка используются в качестве следящих систем при повышенных требованиях к ошибке слежения.