

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Зміст лекції

§1 ВИДИ КОЛИВАНЬ

§2 ТИПИ КОЛИВАНЬ ЗА ФІЗИЧНОЮ ПРИРОДОЮ

§3 ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ

§ 4 МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК

§5 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

§6 ПРУЖИННИЙ МАЯТНИК

§7 *ПОВНА ЕНЕРГІЯ ПРИ ВІЛЬНИХ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАННЯХ*

§8 ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК

§9 ВПЛИВ ЗОВНІШНІХ СИЛ НА КОЛИВАЛЬНІ ПРОЦЕСИ

§10 ЗМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

§10.1 *Резонанс*

§11 *МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ*

§11.1 *Поперечні хвилі; §11.2 Поздовжні хвилі; §11.3 Хвильові поверхні і фронт хвилі*

§12 *РІВНЯННЯ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ*

§13 *ЗВУКОВІ ХВИЛІ*



§1 ВИДИ КОЛИВАНЬ

- **Коливальними** називаються процеси, які з часом повторюються.
- **Коливальна система (осцилятор)** – це система, яка виконує коливання.
- **Вільними (власними) коливаннями** системи називають коливання, які відбуваються у відсутності змінних зовнішніх дій на коливальну систему і виникають внаслідок якогось початкового відхилення цієї системи від стану її стійкої рівноваги. Оскільки в реальних системах завжди діють сили тертя, то вільні коливання, як правило, є **згасаючими**.
- **Змушені коливання** – це коливання, які виникають під впливом змінної зовнішньої дії.

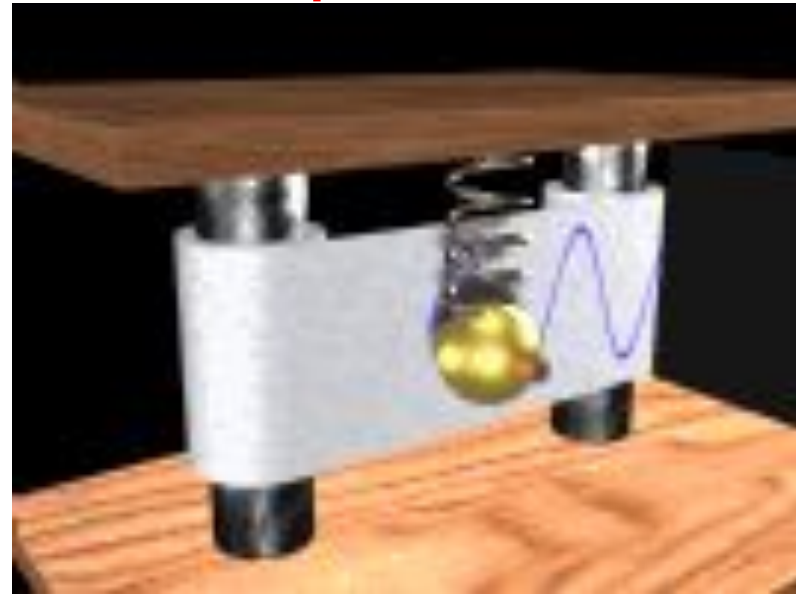
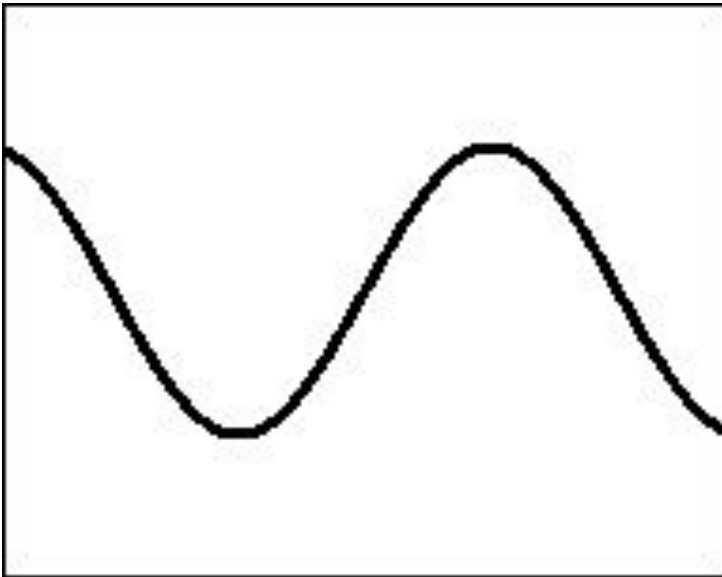
§2 ТИПИ КОЛИВАНЬ ЗА ФІЗИЧНОЮ ПРИРОДОЮ





§3 ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Коливання під час яких коливна величина змінюється з часом за законом синуса або косинуса, називаються **гармонічними**.

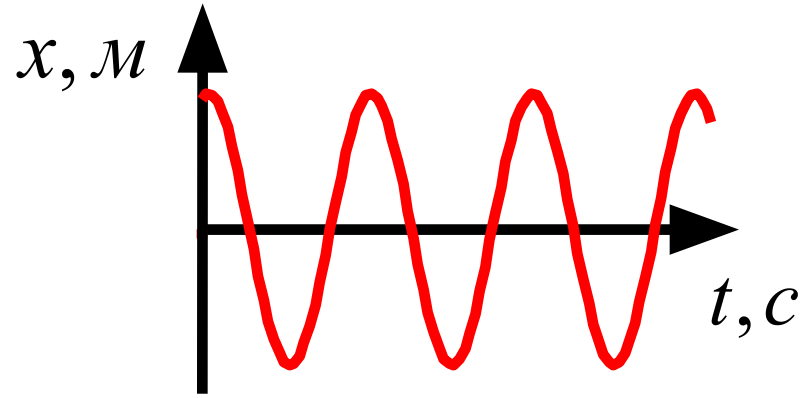


Рівняння гармонічних коливань

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Ігнатенко В.М.

$$[x] = [A] = 1\text{м}$$



Час, протягом якого здійснюється одне повне коливання, називається **періодом коливань**

$$T = \frac{t}{N} \quad [T] = 1$$

Частотою коливань називається фізична величина, що показує, яка кількість повних коливань виконує коливна система за одиницю часу

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T} \quad [\nu] = \frac{1}{с} = с^{-1} = 1Гц$$



Циклічна або колова частота коливань визначає кількість повних коливань, які здійснюються за 2π секунд

$$\omega = 2\pi\nu$$

Величина під знаком косинуса в рівнянні гармонічних коливань - **фаза коливань**

$$\varphi = \omega_0 t + \alpha$$

Вільними називаються коливання, які здійснюються без зовнішньої дії за рахунок раніше накопиченої енергії. Частота коливань системи, яка виконує вільні коливання, називається **власною частотою**.

Швидкість коливної точки

$$v = \dot{x}(t) = -\omega A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

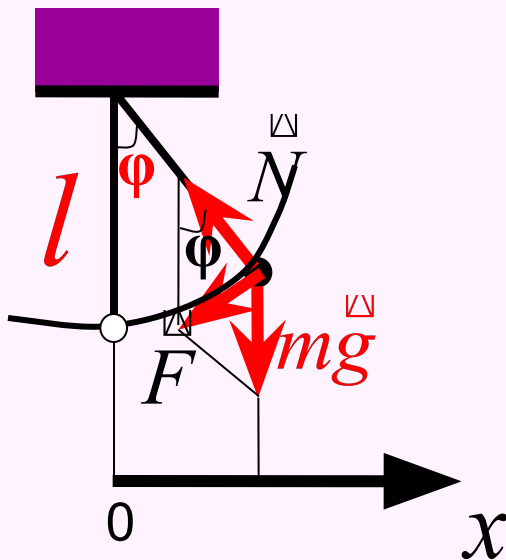
Прискорення коливної точки

$$a = \ddot{x} = \dot{v}(t) = -\omega^2 A \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad a = -\omega_0^2 x$$

Сила, яка діє на коливну точку під час гармонічного коливання також змінюється за гармонічним законом

$$F = ma = m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x$$

§5 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ



$$F = -mg \sin \alpha$$

Згідно з II законом Ньютона:

$$F = ma = m \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + mg \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{l} \Rightarrow \ddot{x} + mg \frac{x}{l} = 0$$

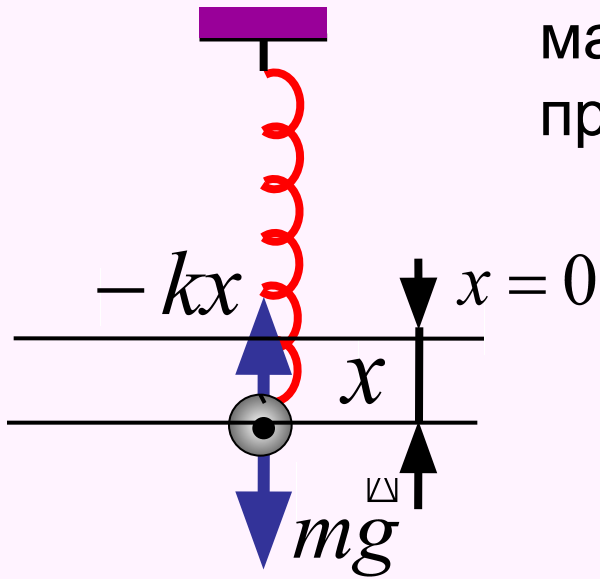
$$\ddot{x} + \frac{g}{l} x = 0 \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

Диференціальне рівняння
гармонічних коливань

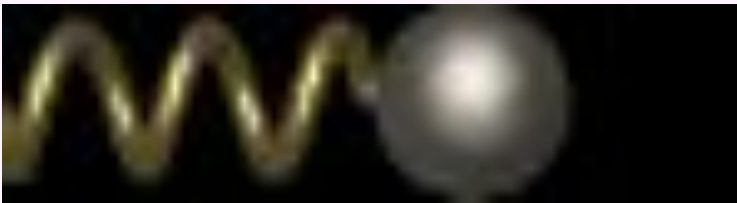
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

§6 ПРУЖИННИЙ МАЯТНИК - матеріальна точка, підвішена на пружині.



**Період власних коливань
пружинного маятника**



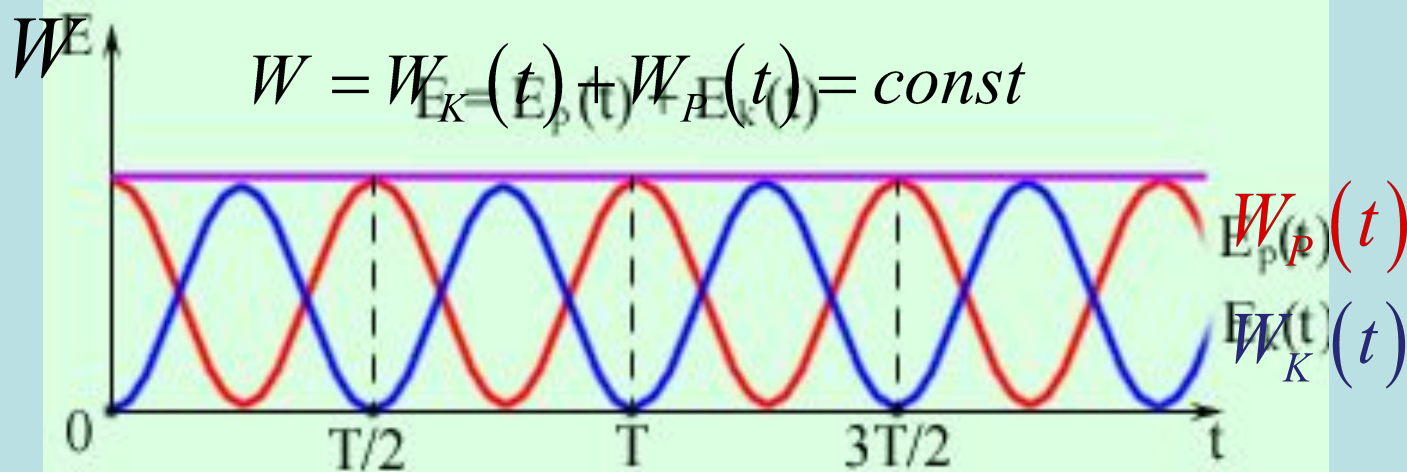
$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

§7 ПОВНА ЕНЕРГІЯ ПРИ ВІЛЬНИХ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАННЯХ залишається сталою

$$W_K = \frac{1}{2} \dot{m}x^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_{II} = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 = const$$



§8 ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК – тверде тіло довільної форми, що виконує коливання під дією сили тяжіння навколо горизонтальної осі

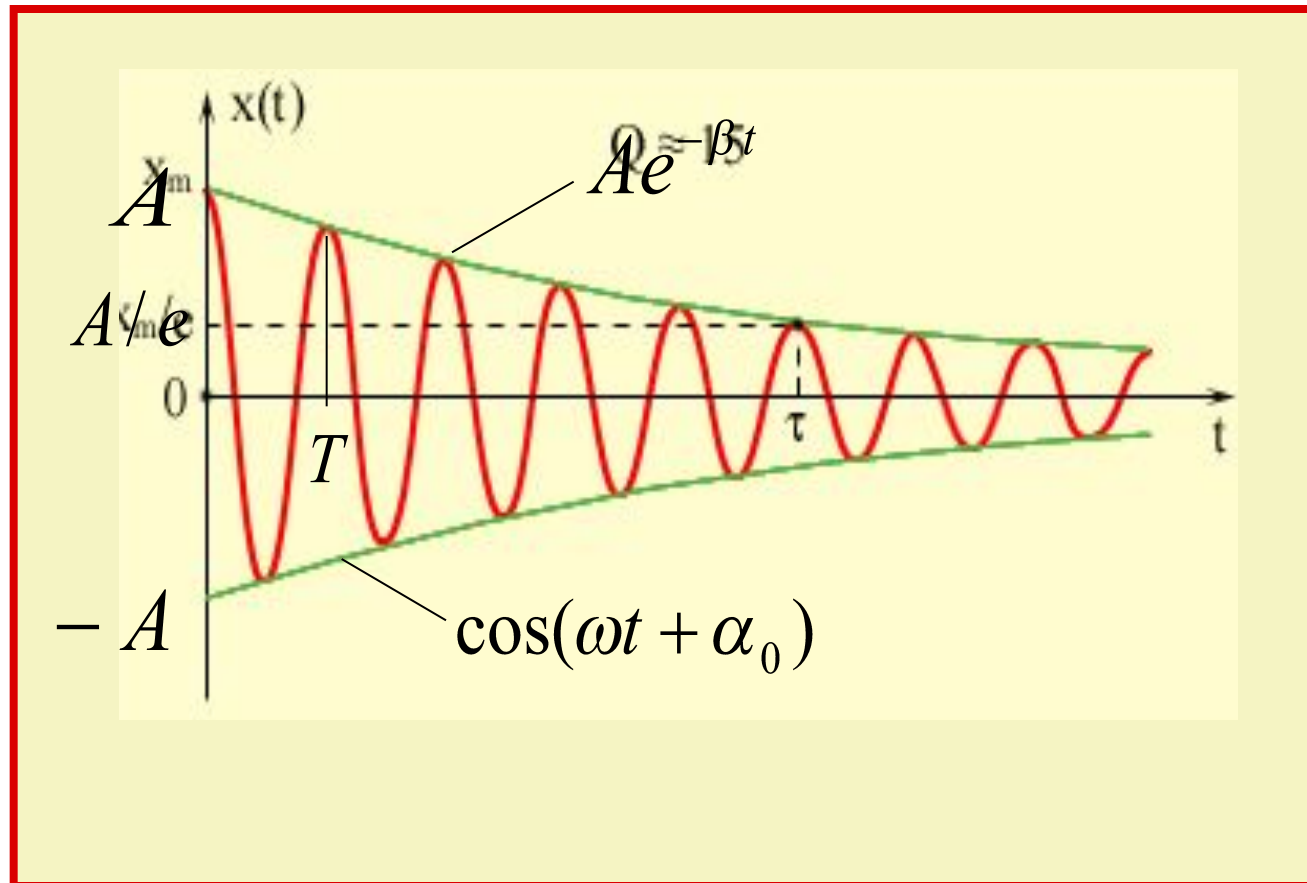


$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

§9 ВПЛИВ ЗОВНІШНІХ СИЛ НА КОЛІВАЛЬНІ ПРОЦЕСИ



- ЗГАСАЮЧІ МЕХАНІЧНІ КОЛІВАННЯ**



$$\overset{\boxtimes}{F}_{\text{тер}} = -r\overset{\boxtimes}{v}$$

Коефіцієнт згасання

$$\beta = \frac{r}{2m}$$

Диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Рівняння вільних згасаючих коливань

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Циклічна частота згасаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Період згасаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

Логарифмічний декремент згасання

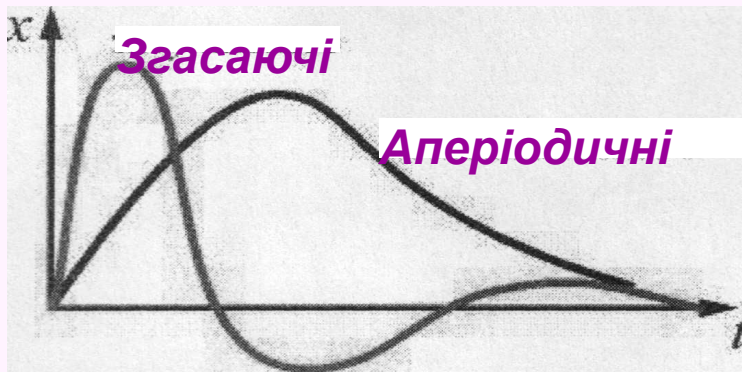
$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\beta T} = \beta T$$

Коефіцієнт згасання

$$\beta \tau = 1; \quad \beta = \frac{1}{\tau}$$

Час релаксації

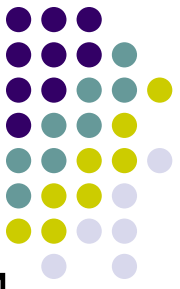
$$\tau = NT$$



У випадку **аперіодичного руху** енергія тіла при поверненні в положення рівноваги виявляється витраченою на подолання сил опору тертя.

*

§10 ЗМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ



Коливання, які здійснюються під дією зовнішньої періодичної сили, називаються **змушеними коливаннями**.

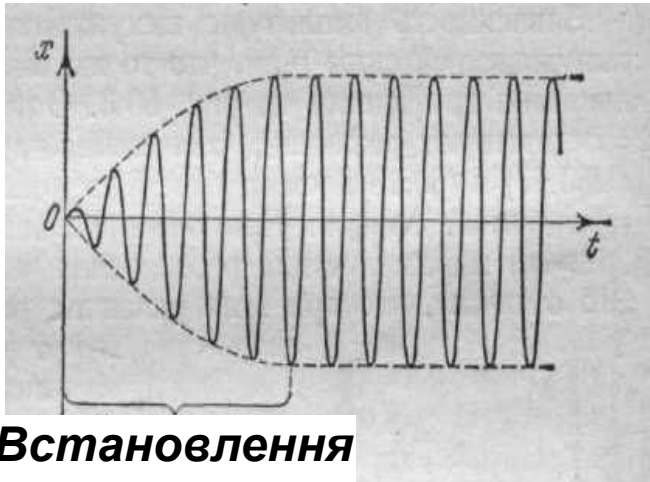
Другий закон Ньютона для змушених коливань

$$ma = -kx - rv + F$$

**Диференціальне рівняння
змушених коливань**

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$$

Рівняння змушених коливань



**Встановлення
коливань**

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

$$x = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega^2}} \cos\left(\omega t - \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

Ігнатенко В.М.

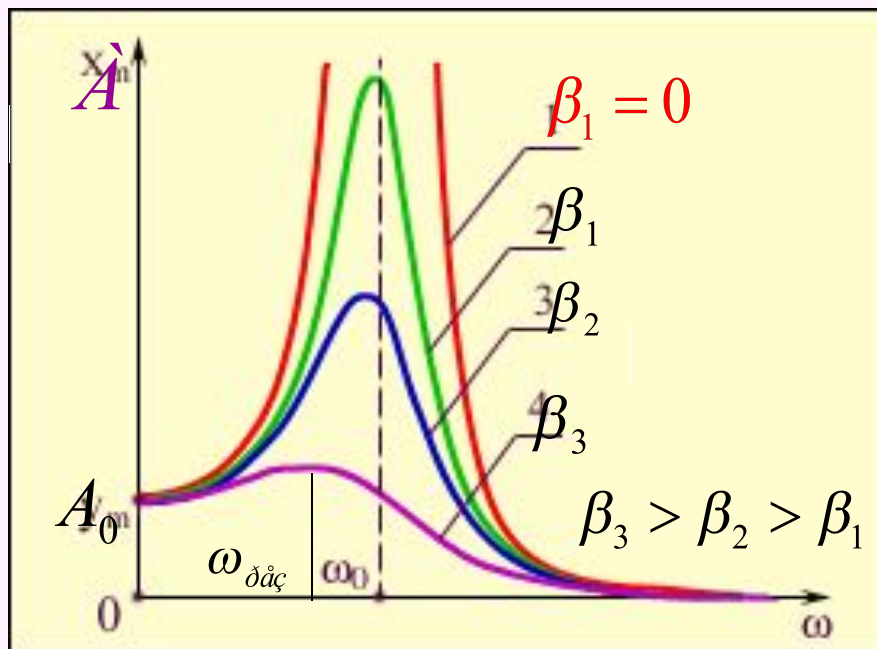
§10.1 РЕЗОНАННС - явище різкого зростання амплітуди, коли частота змушених коливань наближається до частоти власних коливань системи

Амплітуда змушених коливань

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega^2}}$$

Резонансна частота

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$



Резонансні криві

Залежність амплітуди від частоти при змушених коливаннях

§11 МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

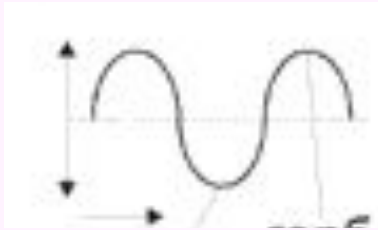
Хвиля – це розповсюдження коливань у просторі.

Тіла, по яким розповсюджуються хвилі розглядають як **суцільне середовище**, яке безперервно розподілене у просторі. Відповідно **частинкою середовища**, яка виконує змушені коливання, називають малий елемент об'єму, розмір якого в багато разів більший за міжмолекулярні відстані, так що в ньому міститься величезна кількість молекул.

Основною властивістю усіх хвиль, незалежно від їхньої природи, є перенесення енергії без перенесення речовини.

§11.1 ПОПЕРЕЧНОЮ називається пружна хвиля, якщо частинки середовища виконують коливання у площинах, перпендикулярних до напрямку поширення хвиль.

*Поперечні
хвилі*



Впадина горб

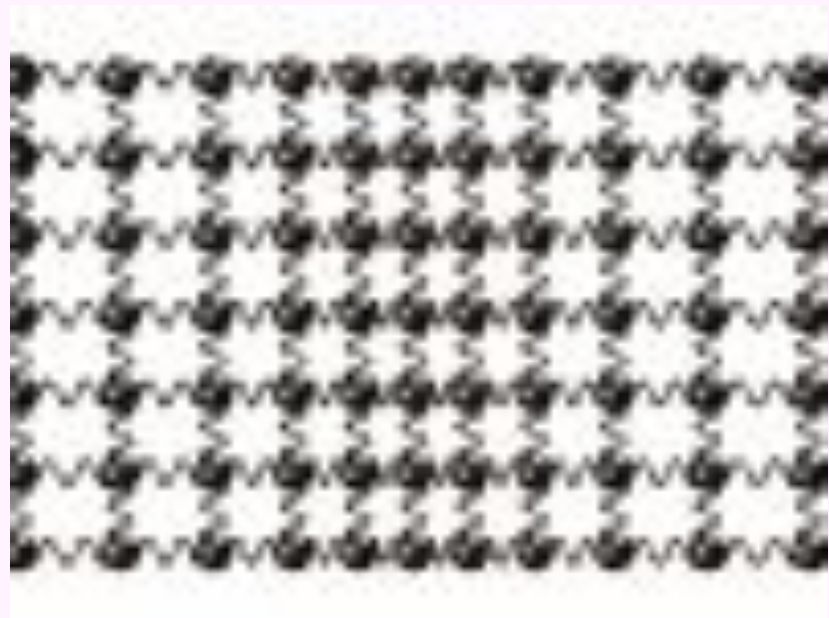


§11.2 ПОЗДОВЖНЬОЮ називається пружна хвиля, коли частинки середовища виконують коливання в напрямку поширення хвилі.

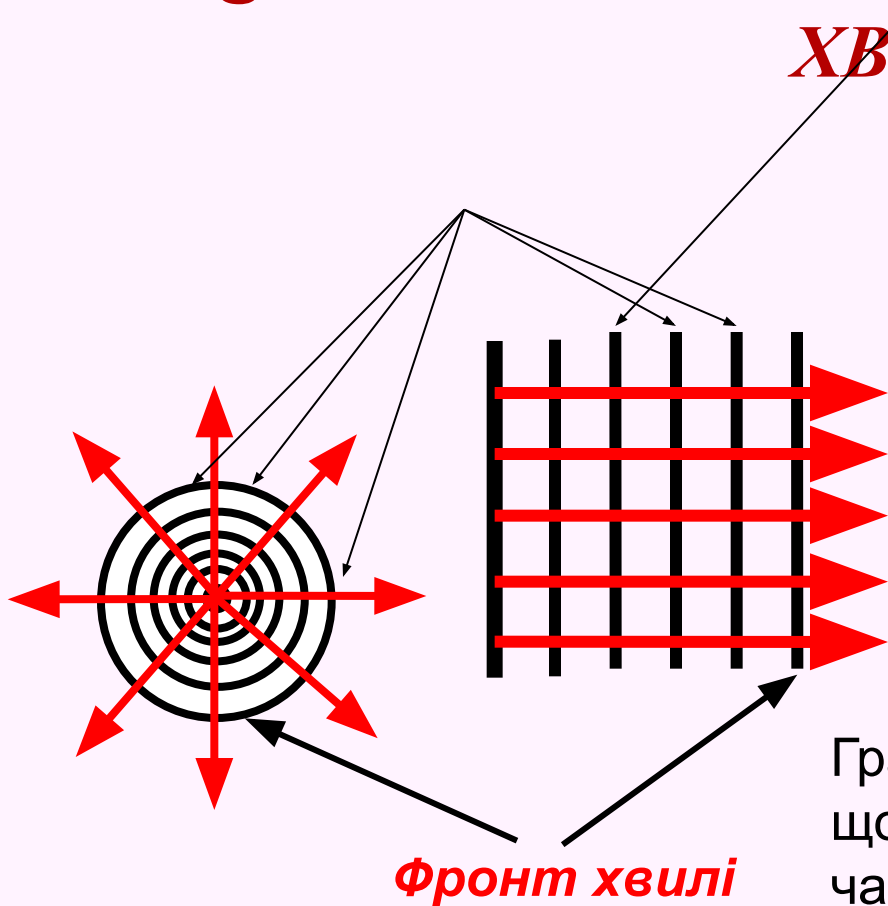
*Поздовжні
хвилі*



Згустки розрідження



§11.2 ХВИЛЬОВІ ПОВЕРХНІ І ФРОНТ ХВИЛІ



Геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі, називається **ХВИЛЬОВОЮ поверхнею**.

Хвильові поверхні не рухаються. Хвильовий фронт весь час переміщується.

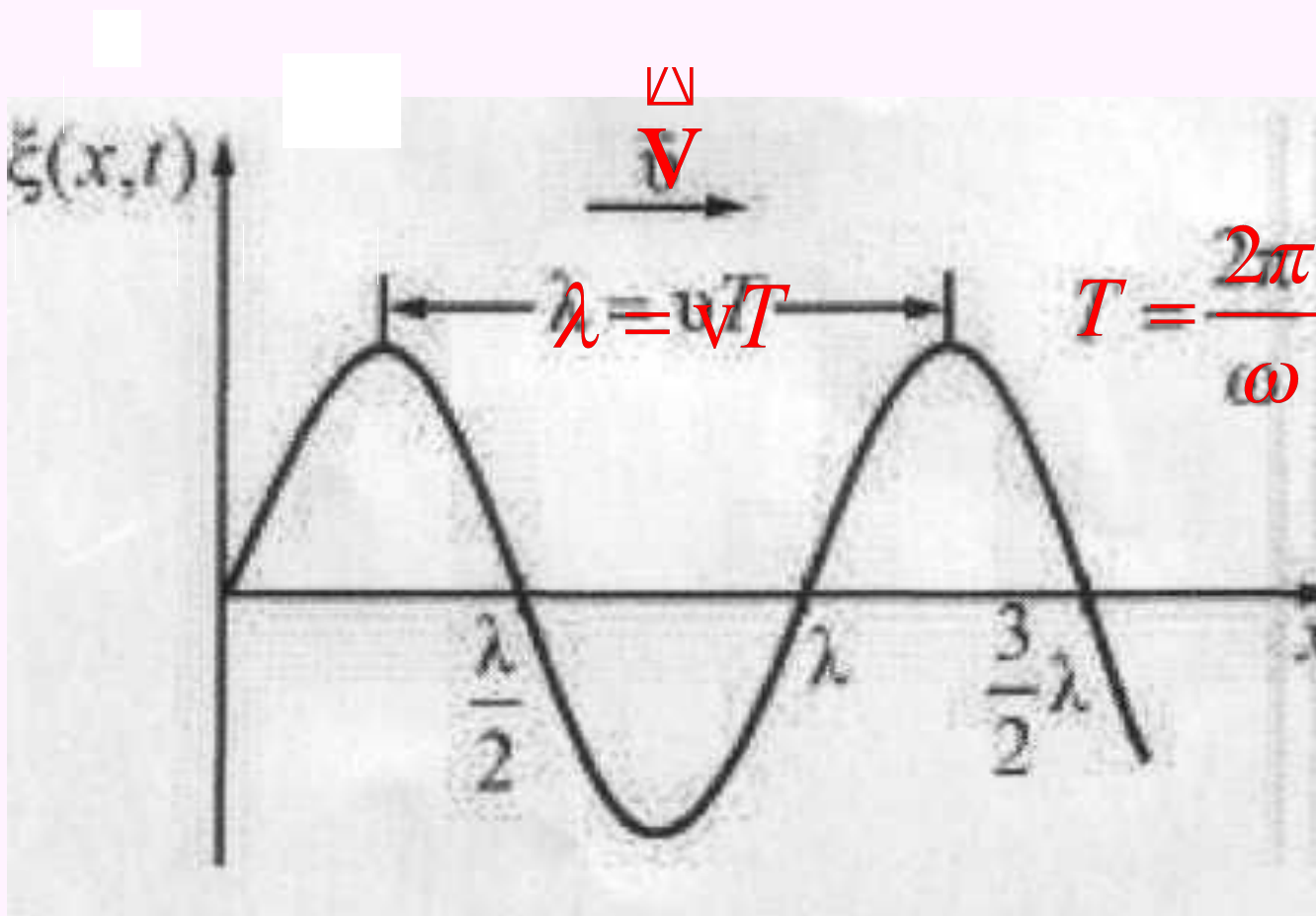
Границя, яка відокремлює частинки, що виконують коливання від частинок, які ще не почали коливатися, називають **фронтом хвилі**.

§11.3 ДОВЖИНА ХВИЛІ

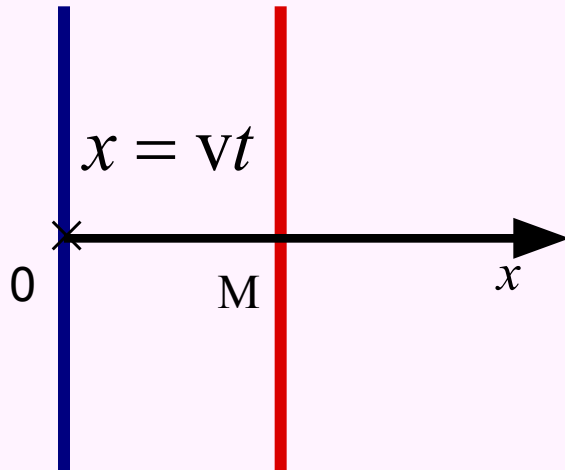
$$\lambda = vT$$

Швидкість поширення хвилі

$$v = \lambda \nu$$



§12 РІВНЯННЯ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ



Рівнянням хвилі називається вираз, який дає зміщення коливної точки як функцію її координат і часу

$$\xi = f(x, y, z, t)$$

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

Хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

§13 ЗВУКОВІ ХВИЛІ

Звук як фізичне явище – це поширення поздовжніх коливань в пружному середовищі.

Звук як фізіологічне явище – це специфічне відчуття, викликане дією звукових хвиль на орган слуху.

Звукові хвилі – це поздовжні хвилі.

Швидкість поширення звукової хвилі в пружному **твердому тілі** залежить від фізичних властивостей цього тіла (від його пружності та густини)

$$v_{зв} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Швидкість поширення звуку **у газі** залежить від його температури і фізичних властивостей

$$v_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Людське вухо сприймає частоти від 16 Гц до 20000 Гц. Звукові коливання з частотою <20 Гц називають **інфразвуком**, а з частотою >20000 Гц – **ультразвуком**. Найбільш високочастотні пружні хвилі у діапазоні $10^9 - 10^{13}$ називають **гіперзвуком**.

Акустика – це наука, яка вивчає звукові явища.

Звук як фізичне явище характеризується певною частотою, інтенсивністю та набором частот. Це – **об'єктивні характеристики звуку**. Людське вухо сприймає звук за гучністю, висотою і тембром. Це – **суб'єктивні характеристики звуку**.

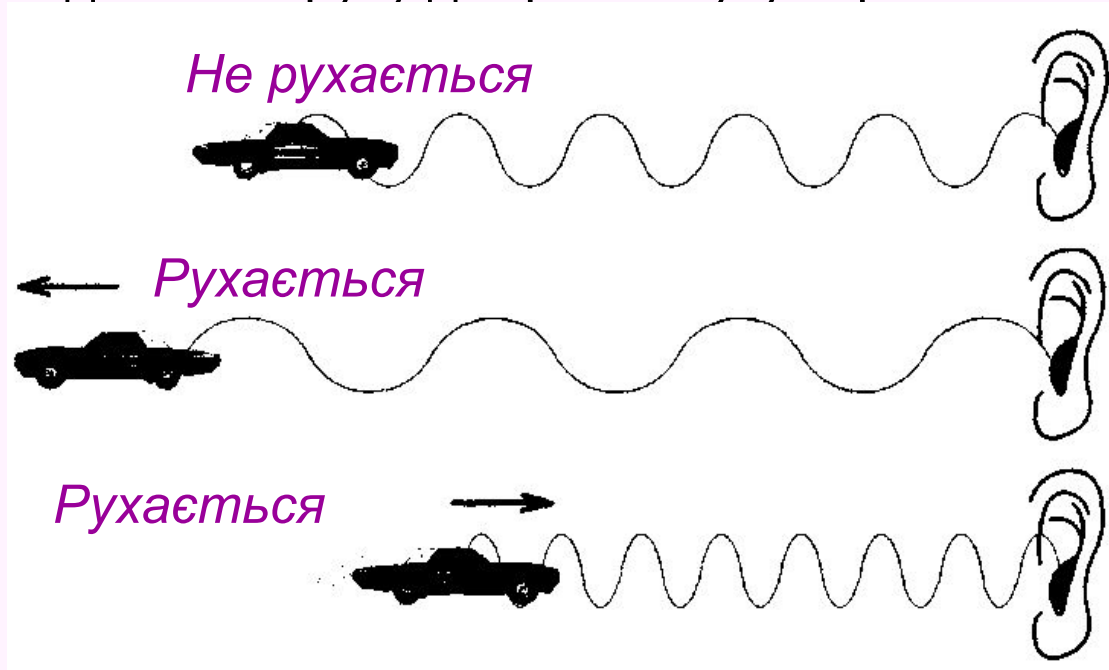
Гучність звуку – це фізіологічна інтенсивність звуку. Поняття інтенсивності і гучності звуку не рівнозначні. Встановлено, що гучність зростає значно повільніше, ніж інтенсивність звуку.

Висота звуку визначається його частотою. Чим більша частота, тим більша висота звуку. Тембр звуку визначається його спектральним складом.

Музикальний тон – це звук, який ми чуємо тоді, коли його джерело здійснює гармонічні коливання

§14 ЕФЕКТ ДОППЛЕРА В АКУСТИЦІ

Ефектом Допплера в акустиці називається зміна частоти звукових коливань, які реєструються приймачем коливань, у порівнянні з частотою, яку випромінює джерело звуку, внаслідок відносного руху джерела звуку і приймача.



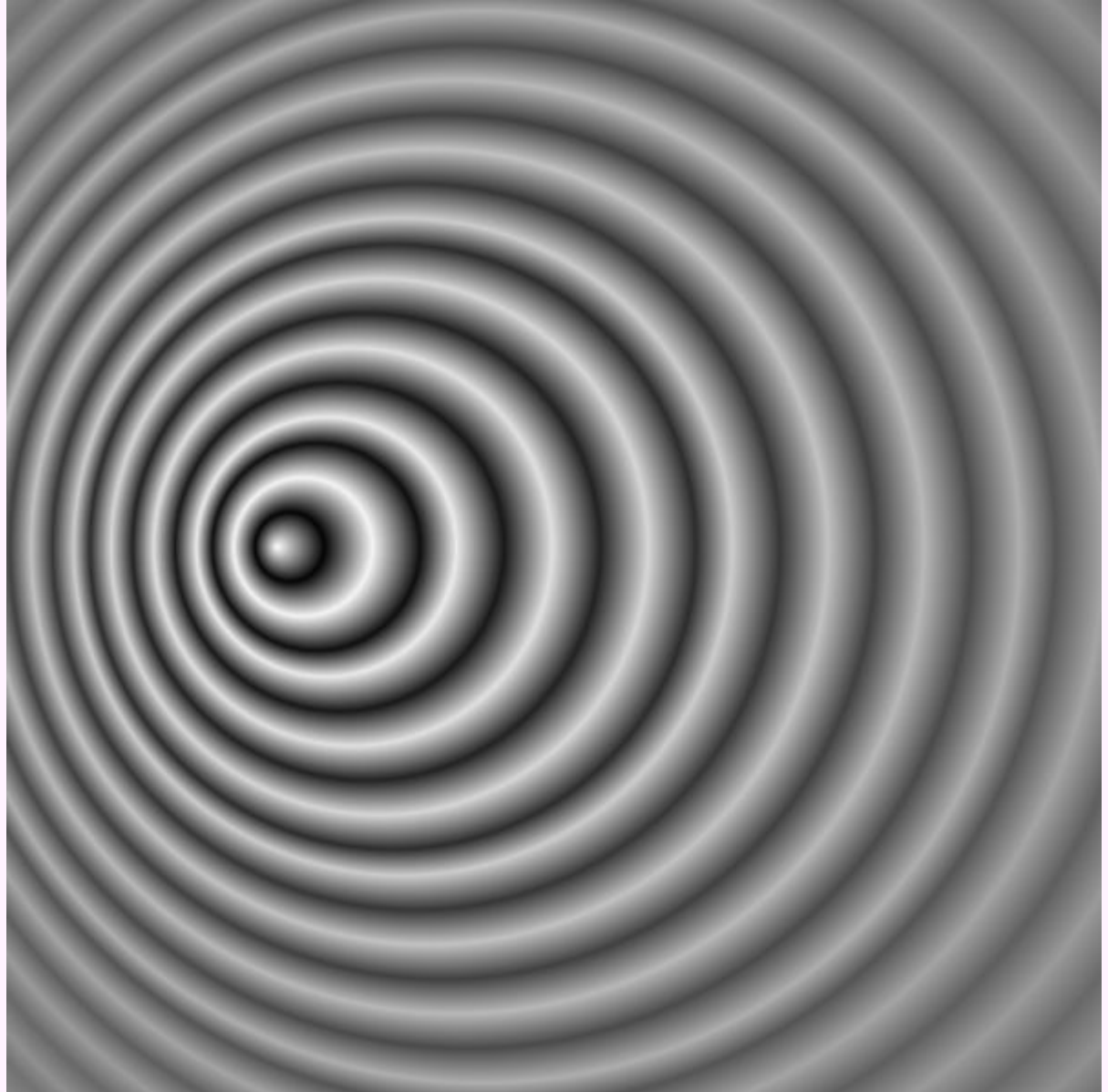
$$v_{\text{Д}} = v_{\text{П}}$$

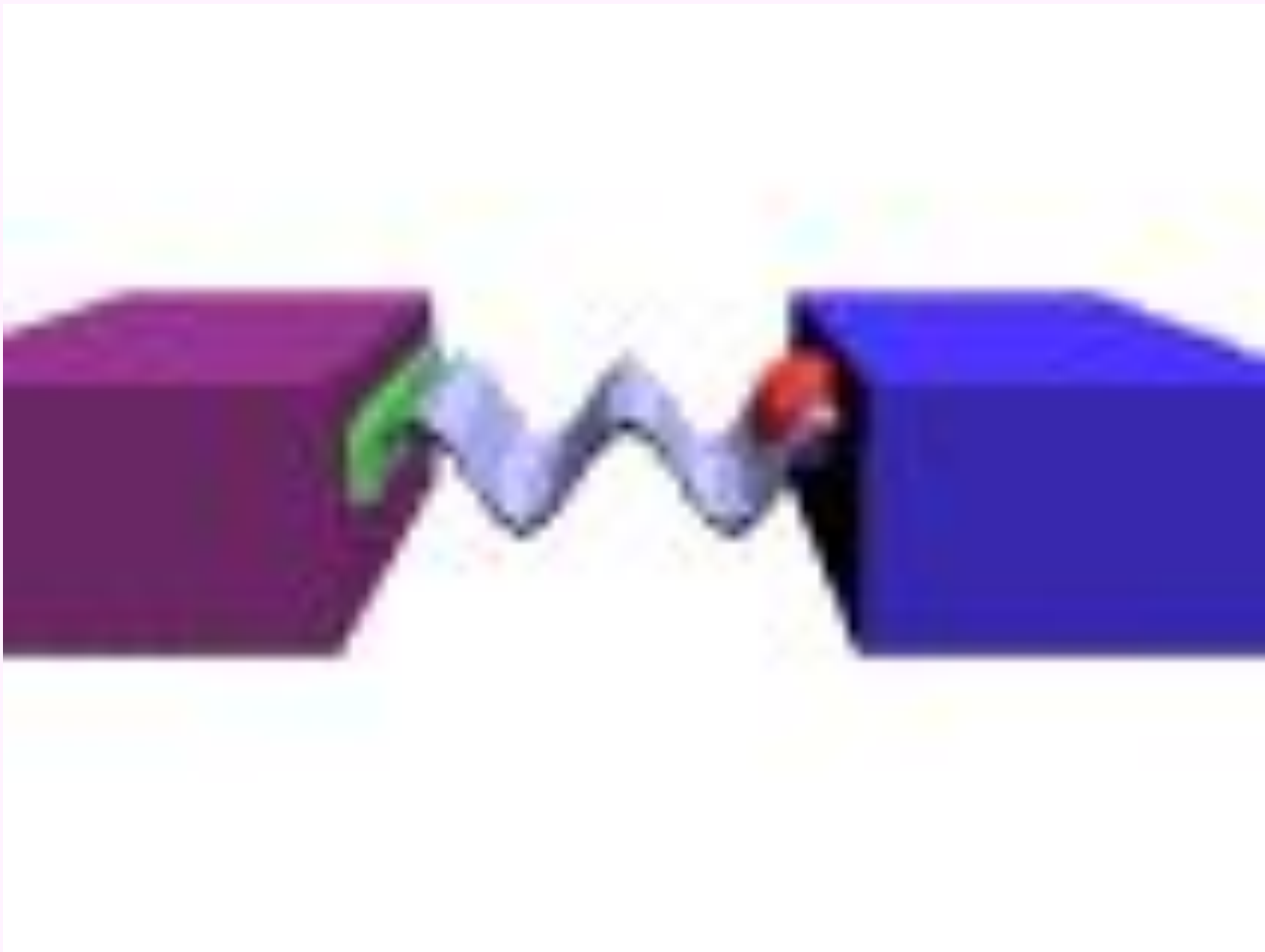
$$v'_{\text{П}} = v_0 \left(1 - \frac{v_{\text{П}}}{v_{\text{ЗВ}}} \right)$$

$$v'_{\text{П}} = v_0 \left(1 + \frac{v_{\text{П}}}{v_{\text{ЗВ}}} \right)$$

Джерело хвиль
переміщується
вліво. Тоді ліворуч
частота хвиль
збільшується, а
праворуч —
зменшується.

Тобто, коли
джерело хвиль
доганяє хвилі, які
воно випромінює, то
довжина хвилі
зменшується. Коли
віддаляється —
довжина хвилі
збільшується





Анімація ефекта Допплера



Крістіан Допплер

1803 - 1853

Австрійський вчений. Наукові інтереси Крістіана Допплера поширювались на такі області фізики, як оптика та акустика. Основні праці виконані з аберації світла, теорії мікроскопа і оптичного дальноміра, теорії кольорів та ін. У 1842 Допплер теоретично обґрунтував залежність частоти коливань, що сприймаються спостерігачем, від швидкості та напрямку руху джерела хвиль і спостерігача відносно один одного. Це явище було названо його іменем – ефект Допплера.

У 1848 році формула ефекту Допплера була уточнена французьким фізиком Арманом Фізо, а в 1990 році - і експериментально перевірена Білопольським на лабораторній установці. Принцип Допплера одержав численні застосування в астрономії для вимірювань швидкостей руху зірок уздовж променя зору та їх обертань навколо осі, турбулентних потоків у сонячній фотосфері та ін., а потім і в найрізноманітніших областях фізики й техніки (аж до радарів, використовуваних ДАІ).

Ігнатенко В.М.

Завдання для самостійного Вивчення

- Фізичний маятник
- Додавання гармонічних коливань
- Параметричний резонанс, та автоколивання.
- Стоячі хвилі
- **МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ, КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ Вид-во Сум ДУ. 2007. 1.4; 1.5; 2.2; 2.3; 3.3; 3.4; 3.5; 3.7**